

составитель Е.МАНОХА

занимательные
ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

3



Льюис Кэрролл
История с узелками



Узелок II.

Комнаты со всеми удобствами

*«Ступайте прямо по кривому переулку,
а потом по замкнутому квадрату».*

Спросим у Бальбуса, — сказал Хью.

— Идет! — согласился Ламберт.

— Уж он-то что-нибудь придумает, —
добавил Хью.

— Еще как! — воскликнул Ламберт.

Больше не было произнесено ни
слова: братья прекрасно понимали
друг друга.

Бальбус ожидал их в гостини-
це. Дорога, по его словам, была
несколько утомительной, поэто-
му два юных воспитанника и от-
правились бродить по курортно-
му местечку в поисках пансиона
без своего престарелого настав-
ника. Бальбусом братья прозвали
его в честь героя одной книги —

сборника упражнений по латинскому языку, который им приходилось штудировать. Сборник этот содержал невероятное количество историй о похождениях неутомимого героя. Против истории под названием «Как Бальбус одолел всех своих врагов» наставник сделал на полях пометку: «Доблесть, увенчанная победой». Он был искренне уверен, что подобные сентенции помогут его питомцам извлечь мораль из каждой истории. Порой эти пометки носили назидательный характер, порой — одобрительный, а иногда сводились к одному-единственному слову.

Чем короче была мораль, тем сильнее нравилась она братьям, ибо тем больше места оставалось на полях для иллюстраций.

Вернувшись в гостиницу, мальчики не смогли сообщить своему наставнику ничего утешительного. Модный курорт, по их словам, «кишмя кишел» отдыхающими. Все же на одной площади в форме квадрата они заметили на дверях не менее четырех домов карточки с надписями: «Сдаются комнаты со всеми удобствами».

— Выбор у нас большой, — заметил Хью, взявший на себя роль докладчика.

— Из сказанного тобой этого отнюдь не следует, — возразил Бальбус, поднимаясь с шаткого стульчика. — В каждом доме может сдаваться лишь одна комната, а нам нужны три спальни и гостиная в одном доме, но взглянуть все же не мешает.

Пристроившись с флангов, братья еле поспевали за своим наставником, который несся по улице. Хью на бегу не переставал бормотать фразу из письма, только что полученного от отца. Фраза эта не давала покоя ни ему, ни Ламберту.

— Он пишет, что его друг — губернатор...

Ламберт, как называется то место?

- Кговджни, — подсказал Ламберт.

— Ах да! Так вот. Губернатор этого самого... хочет устроить званый обед в очень тесном кругу и собирается пригласить шурина своего отца, тестя своего брата, брата своего тестя и отца своего шурина. Отец хочет, чтобы мы отгадали, сколько гостей соберется у губернатора.

После легкого замешательства Бальбус наконец спросил:

— А отец не пишет, каких размеров пудинг собираются подавать на обеде? Если объем пудинга разделить на объем порции, которую может съесть один гость, то частное будет как раз равно...

— Нет, о пудинге в письме ни слова, — ответил Хью. — А вот и та самая площадь, о которой я говорил.

С этими словами тройца свернула за угол, и взорам запыхавшихся путников открылся вид на площадь, где сдавались комнаты.

— Она и в самом деле квадратная! — восторженно воскликнул Бальбус, оглядевшись. — Потрясающе!

Мальчики озирали площадь с меньшим энтузиазмом.

— Первое объявление об аренде висит на доме № 9, — заметил Ламберт; но заставить сиявшего от счастья Бальбуса заняться делом было непросто.

— Да вы только взгляните! — кричал он. — На каждой стороне по двадцать дверей! Какая симметрия! Просто чудо!

— Мне как, стучать или звонить? — спросил Хью, озадаченно глядя на медную табличку с краткой надписью «ЗВОНИТЬ ТОЖЕ».

— И то и другое, — ответил Бальбус.

— Тут неразборчиво написано, — уклончиво сказал Хью.

— У меня сдастся лишь одна комната, джентльмены, — объявила, приветливо улыбаясь, хозяйка дома, — и комната превосходная. Такой уютной задней комнатки вам нигде больше не найти.



▲ В свою «Историю с узелками» Кэрролл включил несколько самых сложных задач, представив их в виде «узелков», или глав.

— Позвольте посмотреть, — угрюмо прервал хозяйку Бальбус и, войдя вслад за ней, добавил: — Так я и знал! В каждом доме лишь по одной комнате! Вида из окна, разумеется, никакого?

— Наоборот, прекраснейший вид, джентльмены! — возразила хозяйка и, подняв шторы, указала на крохотный огородик на заднем дворе.

— Что это у вас там? — поинтересовался Бальбус. — Капуста? Ну что ж, хоть какая-то зелень!

— Видите ли, сэр, — пояснила хозяйка, — в зеленой лавке овощи бывают несвежими, а здесь все к вашим услугам и высшего качества.

— Окно открывается? — Этот вопрос Бальбус, выбирая кварти-

ру, обычно задавал первым. Следующий вопрос был: — А как у вас с печной тягой?

Получив удовлетворительные ответы, Бальбус заявил, что пока оставляет комнату за собой, и направился с воспитанниками к дому № 25.

Хозяйка этого домовладения держалась неприступно.

— У меня сдается лишь одна комната, — сказала она, — с окнами в сад на заднем дворе.

— Но капуста, надеюсь, в вашем саду растет? — задал наводящий вопрос Бальбус.

— Конечно, сэр! — подтвердила хозяйка. — На зеленую лавку надежда плоха, вот и приходится выращивать капусту самим!

— Капуста необыкновенная, — заметил Бальбус и, задав обычные вопросы, направился со своими питомцами к дому № 52.

— С радостью устроила бы вас всех вместе, — такими словами встретила их тамошняя хозяйка. — Но у меня осталась свободной только одна комната.

— Надеюсь, задняя? — спросил Бальбус. — С видом на капусту?

— Совершенно верно, сэр! — обрадовалась хозяйка. — Мы выращиваем капусту сами. Ведь зеленные лавки...

— Очень предусмотрительно с вашей стороны, — прервал ее Бальбус. — Кстати, окно открывается?

На привычные вопросы были даны подробные ответы, однако на этот раз Хью задал вопрос собственного изобретения.

— Скажите, пожалуйста, ваша кошка царапается?

Хозяйка подозрительно оглянулась, словно желая удостовериться, что кошка не подслушивает.

— Не стану обманывать, джентльмены, — сказала она. — Кошка царапается, но лишь в том случае, если вы потянете ее за хвост. Если ее за хвост не тянуть, — проговорила хозяйка медленно, с видимым усилием припоминая точный текст соглашения, некогда подписанного ею и кошкой, — то она никогда не царапается!

— Многое простиительно кошке, с которой обращаются столь неподобающе, — промолвил Бальбус, когда он и оба брата, оставив присевшую в реверансе хозяйку, направились через площадь к дому № 73.

В этом доме они обнаружили лишь маленькую застенчивую девочку-служанку. Показывая им дом, она на все вопросы отвечала: — Да, мэм!

— Передайте, пожалуйста, своей хозяйке, — сказал Бальбус, — что мы снимем у нее комнату и что ее идея выращивать капусту выше всяких похвал!

— Да, мэм! — сказала девочка и проводила посетителей до выхода.

— Итак, одна гостиная и три спальни! — подвел итоги Бальбус, вернувшись с мальчиками в гостиницу. — Гостиную мы устро-

им в том доме, до которого ближе всего.

— А как это определить: ходить от двери к двери и считать шаги? — спросил Ламберт.

— Нет, зачем же ходить, когда можно вычислить?

Придется вам, мальчики, пораскинуть мозгами,

— весело воскликнул Бальбус и, положив перед своими воспитанниками бумагу, перья и чернильницу, вышел из комнаты.

— Вот так задача! Придется поломать голову! — сказал Хью.

— Еще как! — согласился Ламберт.



▲ «Как Бальбус помог своей теще убедить дракона»

Задачи

1. Званный обед у губернатора.

Губернатор Кговджни дает званый обед в узком кругу и приглашает шурина своего отца, тестя своего брата, брата своего тестя и отца своего шурина. Найти число гостей на этом обеде.

Ответ: Один гость.

2. Комнаты с удобствами.

На каждую сторону квадратной площади выходит по 20 дверей, делящих ее на 21 равную часть. Все двери перенумерованы по кругу, начиная с одной из вершин квадрата. Какая из четырех дверей — № 9, 25, 52 или 73 — отличается тем, что сумма расстояний от нее до трех остальных дверей наименьшая?

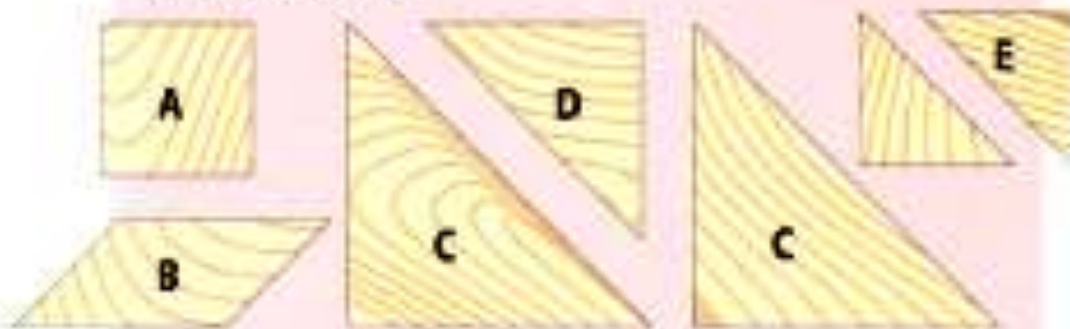
Ответ: Дверь № 9.

Танграм

Китайская головоломка

Что такое танграм?

Танграм (или танграмма) состоит из семи частей: квадрата, параллелограмма, двух больших одинаковых треугольников, среднего треугольника и двух одинаковых маленьких треугольников.



Между деталями танграма существует ряд геометрических соотношений.

Соотношение площадей:

- Площадь большого треугольника вдвое больше площади среднего треугольника.
- Средний треугольник, квадрат и параллелограмм имеют одинаковую площадь.
- Площадь среднего треугольника вдвое больше площади маленького треугольника.

Размеры углов:

- У квадрата, разумеется, четыре угла по 90 градусов.
- У параллелограмма два угла по 45 градусов и еще два — по 135 градусов.
- Пять треугольников равнобедренные и прямоугольные, поэтому у каждого из них есть угол в 90 градусов и два угла по 45 градусов.

Соотношение сторон:

- Длина катета большого треугольника равна длине гипотенузы среднего треугольника.
- Длина катета среднего треугольника равна длине гипотенузы маленького треугольника, диагонали квадрата и одной из сторон параллелограмма.
- Длина катета маленького треугольника равна длине стороны квадрата и другой стороны параллелограмма.

Эти соотношения между длинами сторон и размерами углов дают возможность строить из деталей танграма различные фигуры, приставляя детали друг к другу.

Танграм — одна из удивительных головоломок, которой способен увлечься практически любой человек. Для математиков она служит неиссякающим источником геометрических соотношений. Учителя используют танграм как наглядное пособие. Коллекционеры ценят танграмы из дерева и слоновой кости, а также исторические издания, посвященные богатым коллекциям фигур. Можно играть с танграмом, детали которого вырезаны из листа бумаги, а для тех, кто признает только игры с клавиатурой и экраном, есть всевозможные компьютерные программы по танграмам.



Немного истории

Как гласит легенда, однажды китайский император заказал лист стекла гигантских размеров. Пока этот хрупкий квадратный груз везли во дворец императора, лист упал, но не разбился вдребезги, а раскололся на семь геометрически правильных фигур. При попытке сложить их вместе выяснилось, что это можно сделать множеством способов, и при этом получаются всевозможные фигуры. Создатели стеклянного листа продолжили путь, а во дворце показали императору свое изделие как удивительную головоломку. Император с восторгом принял подарок. И хотя неизвестно, насколько эта легенда соответствует действительности, последние исследования Джерри Слокама подтвердили, что танграм был изобретен в Китае в 1796—1801 гг.



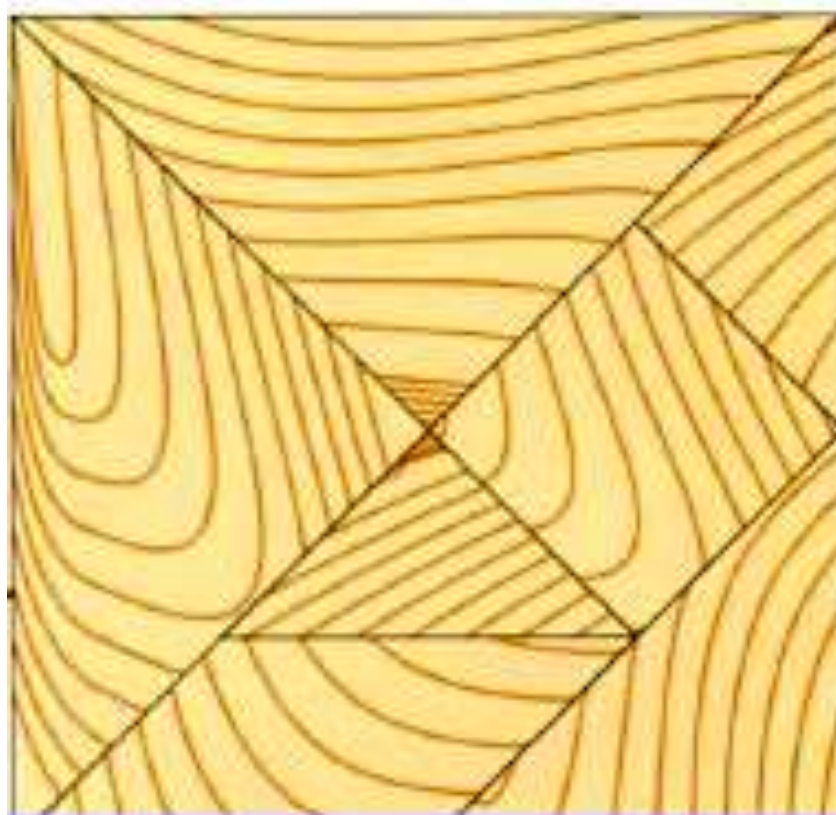


Происхождение названия «танграм»

Установить точное происхождение этого названия невозможно. Согласно одной версии, его дали головоломке люди, жившие на берегах реки Танка в Китае. Они были известными купцами, торговавшими помимо всего прочего и опиумом. Моряки из стран Запада, побывавшие в китайских портах, вероятно, научились играть в танграм, общаясь с местными жителями, а затем привезли головоломку на родину.

Согласно другой версии, это название произошло от старого английского слова «tamgram», означавшего «головоломка». В 1903 г. Сэм Лойд подробно описал происхождение танграма в своей «Восьмой книге Тан». По его версии, эта игра была изобретена 4000 лет назад богом Тан и описана в семи первых его

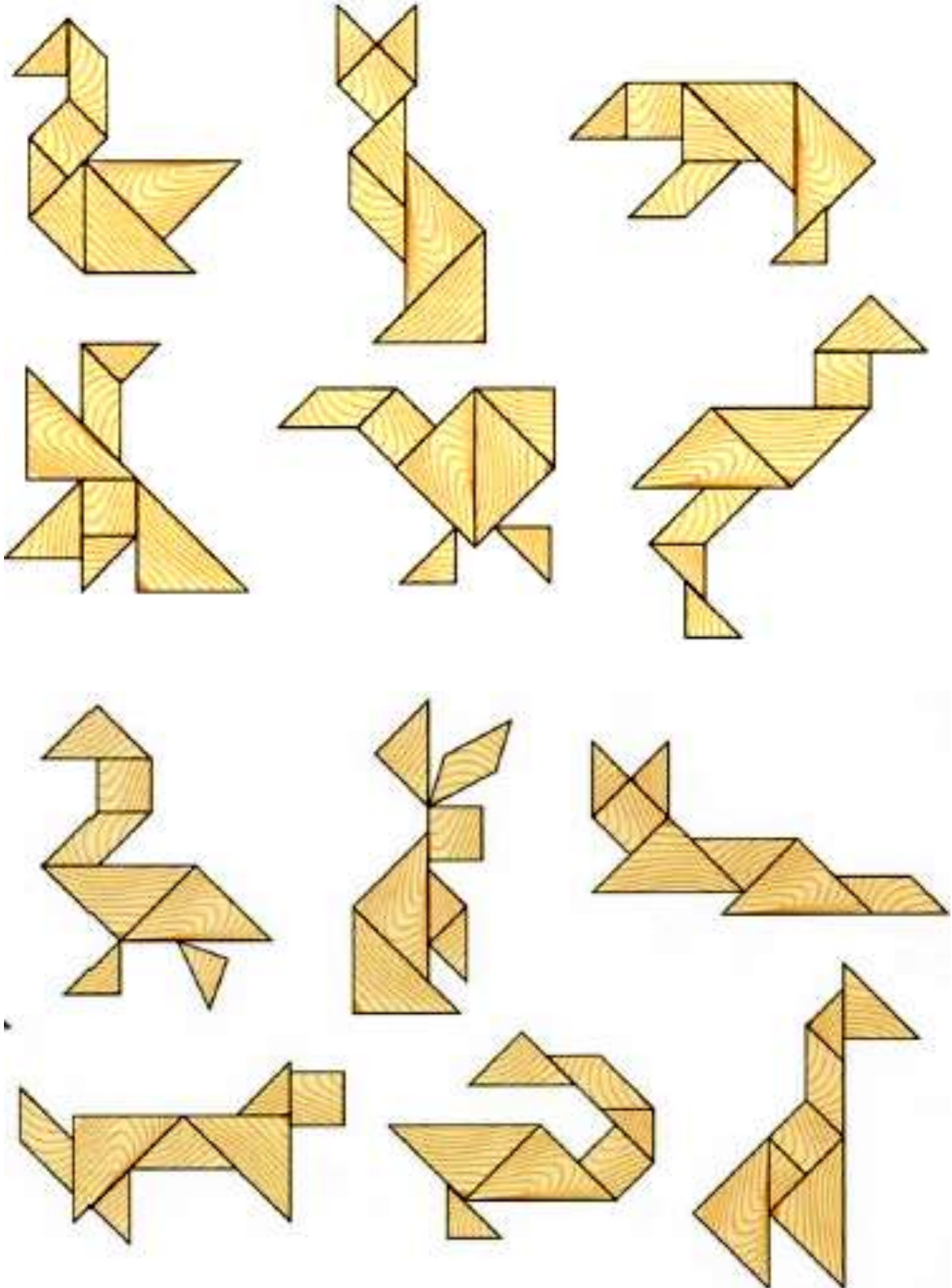
книгах. Каждая из книг содержала около тысячи фигур или «Тан-грам», предположительно изображавших сотворение мира и происхождение видов. Кроме того, семь фигур танграма ассоциировали с Луной, Марсом, Меркурием, Юпитером, Венерой, Сатурном и Солнцем — с семью небесными телами, известными с глубокой древности и давшими название дням недели. В своей книге Сэм Лойд представил 652 фигуры, которые можно сложить из деталей танграма. Некоторые фигуры были заимствованы из китайских книг, другие он изобрел сам.



▼ *Составление квадрата — первая из задач танграма.*

Как играть в танграм?

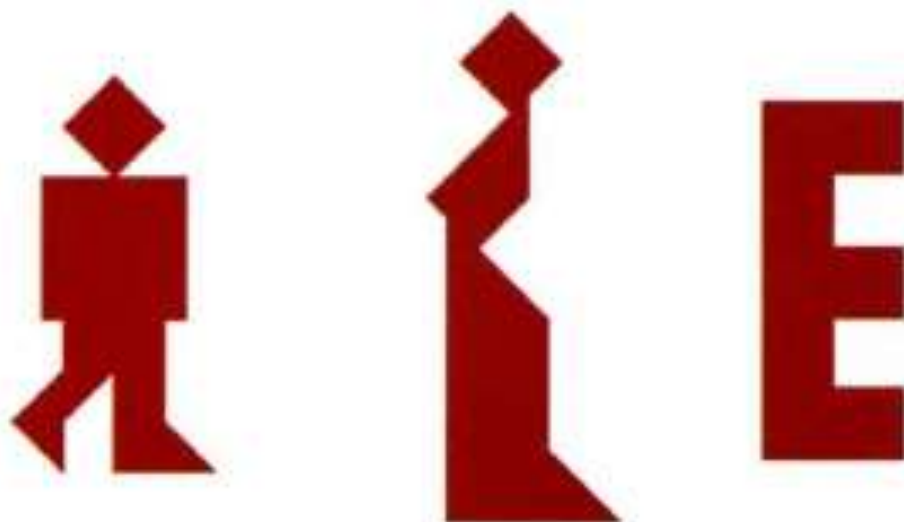
Классические правила танграма очень просты. Игра заключается в сложении из деталей головоломки геометрических фигур, букв, цифр, силуэтов животных, растений, людей, предметов — всего, что подскажет фантазия. В каждую фигуру должны входить все семь деталей. Все они должны соприкасаться между собой. Накладывать деталь на деталь нельзя, все детали должны лежать на плоскости. Следуя этим правилам, можно сложить фигуры, показанные ниже.



А теперь попробуйте сложить фигуры из другой группы:



Чтобы играть в танграм, в дальнейшем призывайте на помощь фантазию.

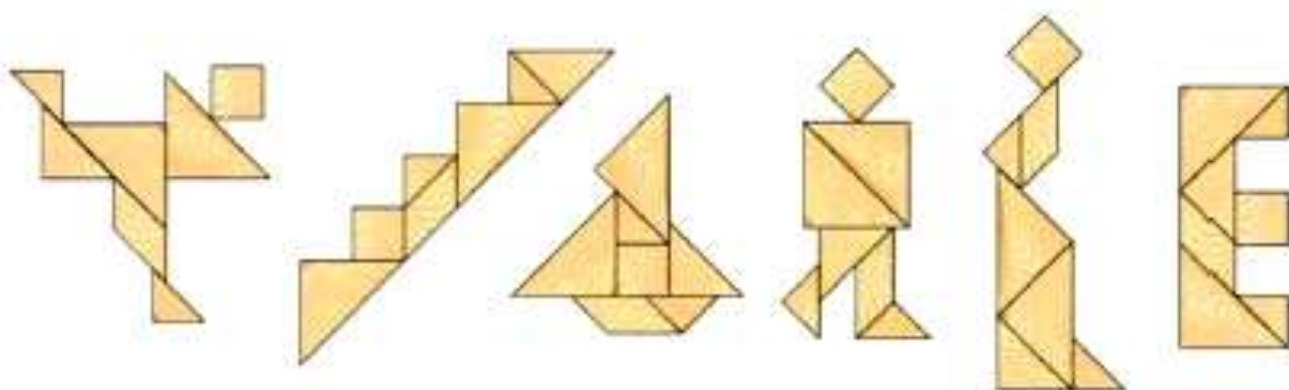


Выпуклые фигуры

В 1942 г. китайские математики Фу Сян Ван и Чуань Чи Сюн показали, что из одних только деталей танграма можно сложить 13 выпуклых фигур, и опубликовали результаты в 49-м номере «Американского математического ежемесячника». Ниже представлены эти 13 фигур: попробуйте сложить их сами.



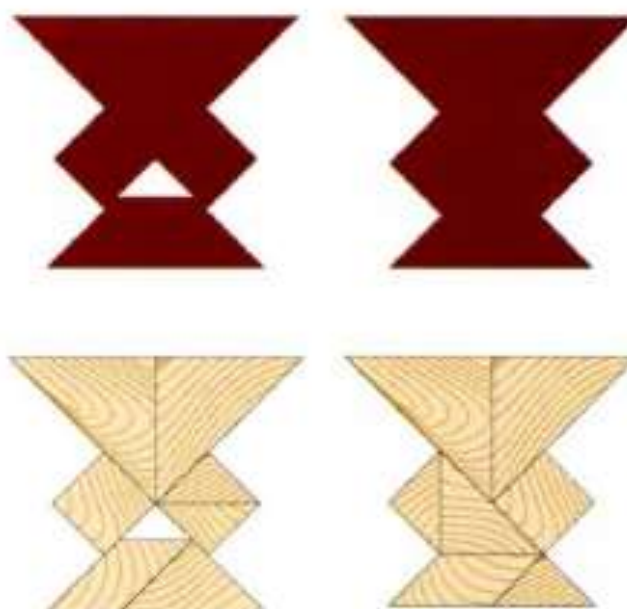
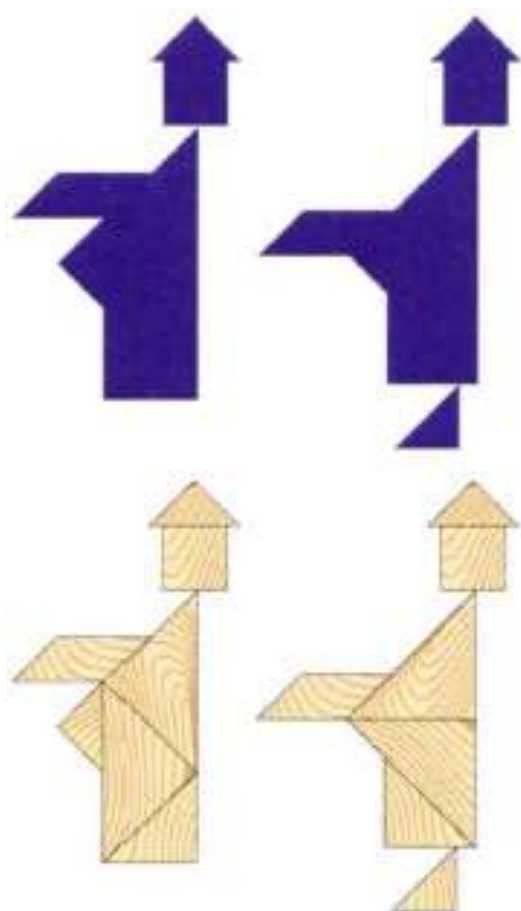
Решения для фигур, представленных на предыдущей странице.



Парадоксы

Парадоксами называются противоречивые фигуры, которые можно сложить из деталей танграма. Один из самых известных парадоксов изобретен Генри Дьюдени и известен под названием «Путник». Он представляет собой два одинаковых человеческих силуэта, из которых один стоит на ноге, а другой нет. Найти объяснение этому явлению легко, если сложить обе фигуры. В сущности, их площади одинаковы. Фигура, которая стоит на ноге, немного меньше второй, но разница в размерах компенсируется ногой, на которой она стоит.

Еще один фокус того же типа можно обнаружить, если сравнить фигуры справа — две цветочные вазы. С ними можно придумать целую детективную историю, в которой вазу сначала разбивают, а потом ищут недостающий осколок.

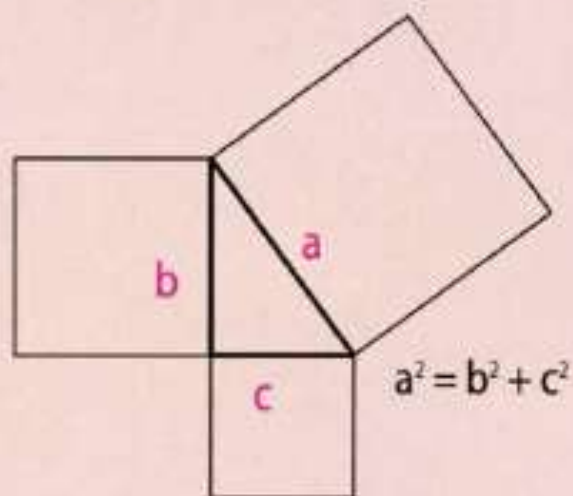


▲ Парадокс «Разбитая ваза»

◀ Парадокс «Путник»

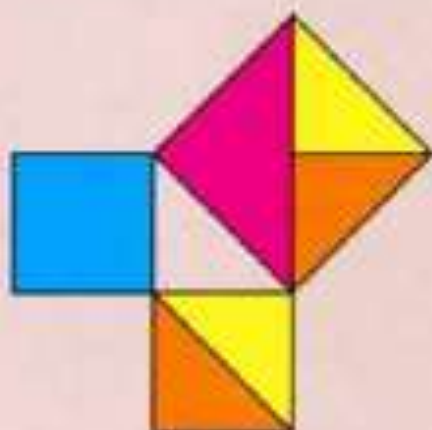
Танграм и теорема Пифагора

Танграм — универсальное пособие, с помощью которого можно объяснить теорему Пифагора наиболее наглядно. Для этого возьмите лист бумаги и обведите на нем контуры маленького треугольника танграма, прямоугольного. Затем нарисуйте квадраты, в которых одна из сторон соответствует одной стороне треугольника. Получится следующая фигура:



Теорема Пифагора гласит, что сумма квадратов катетов (на рисунке — b и c) прямоугольного треугольника равна квадрату гипотенузы (a). В данном случае в этом легко убедиться благодаря деталям танграма. Действительно, один из нарисованных квадратов в точности соответствует

квадратной детали танграма, а другой, маленький квадрат, вмещает два маленьких треугольника танграма.



Теперь достаточно вспомнить, что площадь квадратной детали танграма равна площади среднего треугольника, и обратить внимание на то, что в большой нарисованный квадрат точно вписываются один средний треугольник и два маленьких. Итак, мы видим, что сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы, как и утверждает теорема Пифагора.



Похожим образом можно проверить правильность теоремы Пифагора с помощью среднего и большого треугольников танграма.

ЭТО ИНТЕРЕСНО

В мире древних греков существовали головоломки, очень похожие на танграм и упоминавшиеся в текстах, приписанных Архимеду и датированных III в. до н.э. По-гречески они назывались «Остомахион», а на латыни — «Коробка Архимеда». Эти головоломки состояли из 14 деталей, полученных при разрезании квадрата; из этих деталей, как из танграма, можно было складывать фигуры.

В 1742 г. в Японии появилась публикация об упрощенной форме танграма, слегка отличающейся от него.

Автор самой исчерпывающей энциклопедии танграмов — женщина, Чэнь Юнь Чи. Эта энциклопедия была составлена в Китае в 1858 г. и носила название «Цицзяо бафень ту». В нее входило шесть томов, в 16 главах которых был описан процесс складывания 1700 фигур.

В 90-х гг. XIX в. немецкая компания Richter, известный производитель конструкторов, приступила к выпуску аналогов танграма, сделанных из камня, а также других подобных головоломок под названием *Der Kopfzerbrecher* («головоломка»). Спрос на них был настолько велик, что компания разработала еще 36 моделей.

В Китае танграм известен под названием «чи цзяо ту» — «семь частей мудрости», или «чи цзяо бань» — «семь дощечек мастерства».

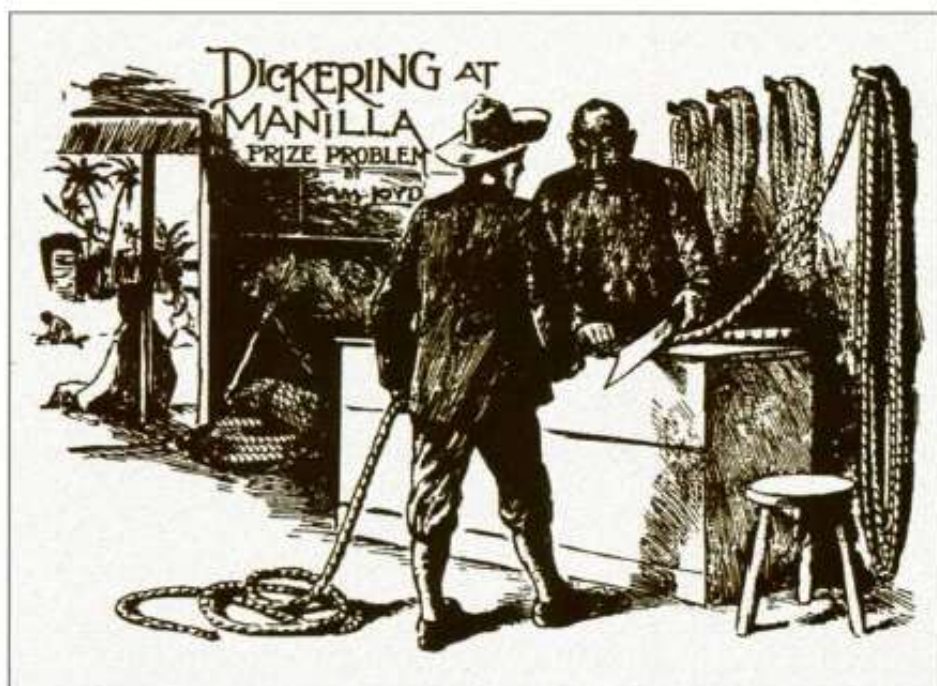
В XIX в. танграм был настолько популярен в Китае, что его деталями украшали изысканные декоративные подносы, изящные лаковые шкатулочки и резные столики из дерева.





▲ Изысканный резной китайский танграм из слоновой кости, принадлежавший писателю и поэту Эдгару Аллану По.

Лучшее от Сэма Лойда **Загадки торговли**



1. Торг в Маниле

Торговля манильской пенькой или канатами — основной бизнес на Филиппинах, и по большей части его контролируют экспортеры — китайцы, которые отправляют корабли с грузом пеньки во все части света. Японские мелкие торговцы славятся своеобразной манерой ведения бизнеса. Особенно своего собственного бизнеса. В отсутствии установленной валюты и фиксированных цен на товар каждая сделка превращается в состязание.

Следующая задача иллюстрирует обычный способ совершения сделки. Опустив простонародный язык, скажем, что китайский моряк заходит в лавку, торгующую канатами, и спрашивает: — Не могли бы вы подсказать мне хорошую лавку, где можно купить качественный канат? Лавочник-японец, проглотив скрытое оскорбление, отвечает:

— У меня только лучшие канаты. Но и самые худшие из тех, что у меня есть, наверняка будут лучше тех, которые вы ищете.

— Покажите мне лучшее, что у вас есть! Чтобы мне этого хватило, пока я не найду что-нибудь лучше. Сколько вы берете за толстый канат?

— Семь долларов за бухту в сто футов длиной.

— Это слишком много и дорого. Я никогда не плачу больше доллара за хороший канат, а этот весь гнилой.

— Нормальный канат, — отвечает торговец, — показывая на бухте нетронутую печать, гарантирующую длину и качество. — Если у вас мало денег, то возьмите сколько вам нужно по два цента за фут.

— Отрежьте двадцать футов, — говорит моряк и хвастливо вытаскивает золотую пятидолларовую монету, демонстрируя свою платежеспособность.

Торговец с подчеркнуто сосредоточенным выражением лица отмеряет двадцать футов — моряк должен увидеть, как он старается все точно отмерить. Матрос, однако, говорит, что мерило, в котором должен быть один ярд, на самом деле на три дюйма короче, так как разметка прерывается на отметке в тридцать три дюйма. Таким образом, когда канат уже отрезан, моряк показывает на более длинную его часть и говорит: «Я заберу эти 80 футов. Нет, не надо мне посылать, я сам унесу». Затем бросает фальшивую монету в пять долларов, и торговцу приходится идти разминивать ее в соседнюю лавку. Получив свою сдачу, моряк уходит и забирает канат.

Задача состоит в том, чтобы сосчитать, сколько потерял торговец, если предположить, что ему придется заменить фальшивую монету настоящими деньгами и что канат действительно стоит два цента за фут. (Помните, что 1 ярд равен 36 дюймам, а 1 фут — 12 дюймам.)

2. Каков доход?

Один торговец продал велосипед за 50 долларов, затем выкупил его обратно за 40 и выиграл таким образом 10 долларов. Итак, у него есть велосипед и 10 долларов. Затем он снова продаст велосипед, но уже за 45 долларов, выиграв еще 5 долларов, в общей сумме — 15.

— Но как же так, — воскликнет бухгалтер, — сначала у человека есть велосипед за 50 долларов и после второй продажи у него только 55 долларов! Каким образом он мог выручить больше пяти? Продажа велосипеда за 50 долларов — это просто обмен, который не предполагает ни доходов, ни расходов, но когда он покупает за 40 и продает за 45, то доход составляет 5 долларов, и это все.

— Я утверждаю, — возразит счетовод, — что когда велосипед продается за 50 долларов, а покупается обратно за 40, то чистый доход получается 10 долларов, потому что это один и тот же велосипед и к нему еще 10 долларов. Но когда он продает его за 45 долларов, то это уже просто обмен, о котором мы говорили, который не подразумевает ни потерь, ни доходов. Но это не влияет на его первый доход, и в итоге получается, что он выручил именно 10 долларов.

Это очень простая задача, и даже ученик первого класса мог бы решить ее в уме. Но тем не менее, у нас получилось три разных варианта ответа! Как вы считаете, какой из них верный?

3. Лавка старьевщика

Описывая посещение лавки старьевщика, Смит рассказал, что потратил там половину своих денег за полчаса таким образом, что у него осталось столько центов, сколько долларов было раньше, и половина долларов от центов, что были раньше. Итак, сколько потратил Смит?

4. Продажа кур

Фермер с женой на рынке хотели обменять живую птицу на скот из расчета, что восемьдесят пять кур равны одной лошади и одной корове. Предполагается, пять лошадей стоят столько же, сколько двенадцать коров.

— Джон, — сказала супруга, — давай возьмем еще столько же лошадей, сколько мы уже выбрали. Тогда у нас будет семнадцать лошадей и коров, которых нужно будет содержать во время зимы.

— Думаю, нам нужны еще коровы, — ответил муж. — Более того, думаю, если мы удвоим количество коров, которых выбрали, то у нас будет 19 голов коров и лошадей и точное число кур для обмена.

Эти простые деревенские жители не знали, что такое алгебра, но, разумеется, знали, сколько кур у них было и какое количество лошадей и коров они могли выручить.

Попросим наших эрудированных читателей, опираясь на данные из вышесказанного диалога, посчитать, сколько кур привезли на рынок фермер с женой.

5. Алмазы и рубины

Стоит знать, что стоимость одного карата алмаза умножается на вес камня в квадрате, а стоимость карата рубина — на его вес в кубе. Например, если алмаз превосходного качества весом в один карат стоит 200 долларов, то двухкаратный камешек будет стоить уже 1600 долларов.

Один известный коммерсант, осваивающий алмазные шахты в Бразилии, Капской колонии и в других точках земного шара, показал мне два кольца с бриллиантами, которые обменял на два алмаза разных размеров, а как мы уже знаем, один

карат стоит 100 долларов. Могли бы вы отгадать, какого размера были те камни, за которые коммерсант получил два кольца одинаковой формы? Конечно, есть много ответов, а потому мы бы попросили вас вычислить наименьший возможный размер для двух одинаковых камней, эквивалентный стоимости двух камней разного размера, но без необходимости их дробить.



Ответы

1. Первые 18 футов каната, которые отмерил торговец, на 3 дюйма на каждый ярд короче, или всего полтора фута меньше. В двух последних футах ничего не теряется, так как мерило обрезано только с одной стороны. Таким образом, торговец отдает моряку канат длиной в 81 фут с половиной, что по 2 цента за фут составляет 1,63 доллара. Стоимость этого куска получается 1,60 доллара (80 футов по два цента за фут), которые ему оплачивают фальшивой монетой в 5 долларов. Торговец дает моряку сдачу 3,40 доллара. Если мы прибавим эту сумму к 1,63 доллара —

потере за канат, то общая потеря составит 5,03 доллара. А то, что сосед поменял ему фальшивые деньги, не имеет отношения ни к его доходам, ни к потерям.

2. Мы не знаем, сколько коммерсант заплатил за велосипед изначально. Так как этот момент неизвестен, то и ответ на данную задачу не может быть однозначным.

3. Смит начал с суммы в 99,98 долларов и потратил 49,99 доллара.

4. В загадке про кур любому фермеру ясно, что корова стоит 25 кур, а лошадь — 60. Фермер и его жена уже выбрали 5 лошадей и 7 коров, чья общая стоимость равна 475 курам. У них остается достаточно кур, чтобы купить еще 7 коров. $7 \times 25 = 175$, и в результате получается 650 кур.

5. Камень каждого кольца имел 5 каратов, потому каждое из них стоило по 2500 долларов, что в сумме равно 5000 долларов за два кольца. Размеры алмазов были в 1 и в 7 каратов (по цене 100 и 4900 долларов соответственно), что в итоге давало сумму, равную 5000 долларов.

Игра конца света Ханойская башня

Легенда повествует о большом храме Варанаси, где под куполом, символизирующем центр мира, находится бронзовый диск, а на нем укреплены 3 алмазных стержня высотой в один локоть и толщиной с пчелу. На один из этих стержней во время создания мира бог Брама нанизал 64 диска из чистого золота, причем так, что каждый меньший диск лежит на большем, а самый большой — на бронзовом диске. Это и есть



башня Браммы. Монахи в храме день и ночь занимаются тем, что перекладывают диски так, чтобы меньший диск никогда не оказывался под большим.

Как только все 64 диска будут переложены со стержня, на который бог Брама нанизал их при творении мира, на другой стержень, башня вместе с храмом обратятся в пыль, и под громовые раскаты погибнет мир.

В любом случае, пока не стоит слишком волноваться, потому что даже предположив, что работа ведется быстро, монахам придется проделать как минимум 18 446 744 073 709 551 615 движений.

Даже если они будут делать по движению в секунду, им понадобится около 600 миллиардов лет, чтобы закончить.

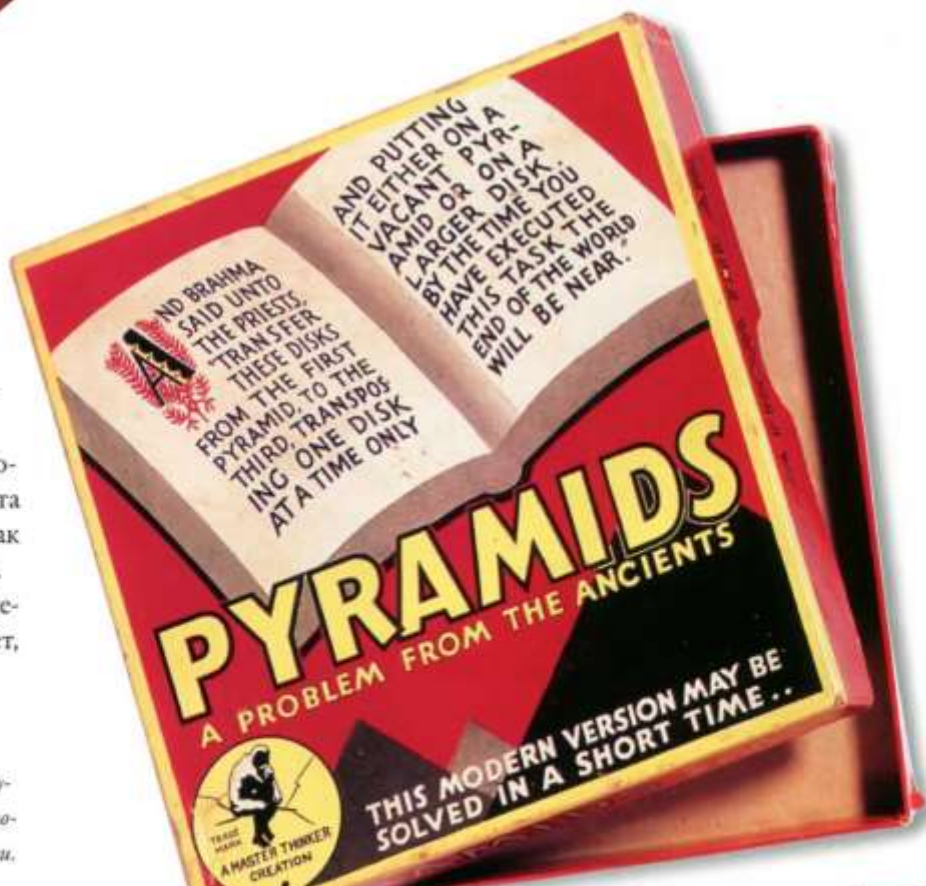
► Игра справа — это копия Ханойской башни, названная «Пирамида» и вышедшая на рынок в 1929 году; головоломка Эдуарда Люка всегда имела колоссальный успех. Существует множество ее «клонов» под другими названиями.

Немного истории

На самом деле, эта головоломка была придумана французским математиком Эдуардом Люка, который представил ее общественности в 1883 году под названием «Ханойская башня». Как было написано на оригинальной упаковке, головоломку привез из Тонкина профессор Н. Клаус из Сиамы, мандарин колледжа Ли Су Цян. Но и это оказалось игрой слов, анаграммой из слов «Люка из Дамьена, из школы Сан-Луи», где он был учителем.

Легенда о Храме в Варанаси была придумана Люка с целью заинтересовать публику.

◀ В какой-то степени, очарование игры состоит в том, чтобы представлять себе легенду о башне Браммы с ее золотом, бриллиантами и концом света в момент разрешения головоломки. Сложность игры удваивается каждый раз, когда на стержень добавляется диск, и с 64 дисками игра становится практически бесконечной.



В чем заключается игра

В классической версии игра состоит из подставки с тремя стержнями, на одном из которых нанизано определенное количество дисков разного размера, от большего внизу к меньшему наверху. Игра заключается в том, чтобы передвинуть диски с одного стержня на другой, не нарушая следующие правила:

- За один ход может быть передвинут только один диск;
- Нельзя перемещать диск на соседний стержень, если на него нанизан диск меньшего размера.

Когда дисков совсем немного, игра кажется легкой. Но с увеличением количества дисков растет и количество шагов, которые надо предпринять, чтобы диски перенести, а вместе с этим усложняется и сама игра.

Во сколько шагов решается головоломка?

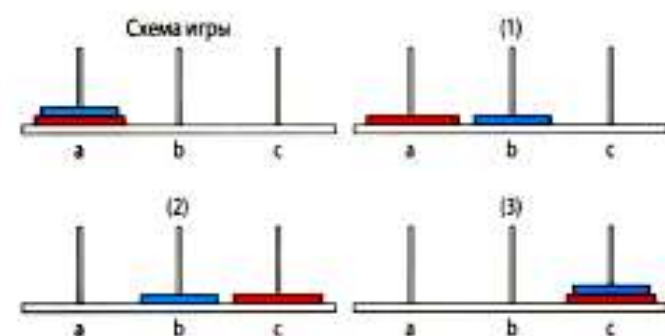
В случае с одним диском ответ ясен — переместить его на любой из стержней можно одним движением:



В случае с двумя дисками решение включает в себя несколько действий:

- Сначала перемещаем маленький диск на стержень В;
- Потом перемещаем большой диск на стержень С;
- И третьим движением перемещаем маленький диск на стержень С.

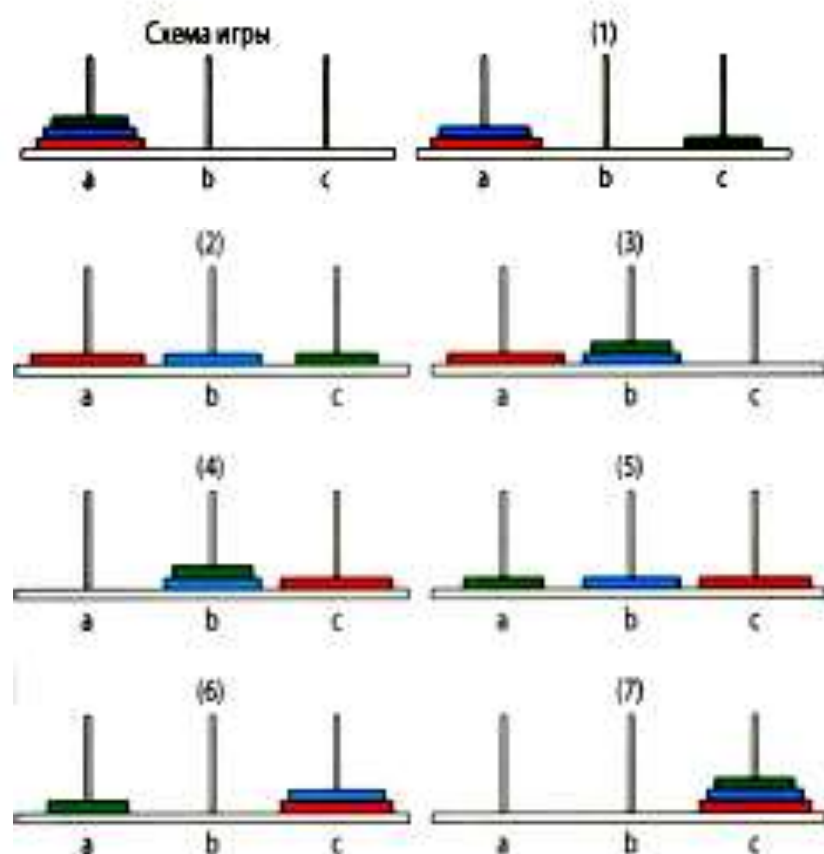
Всего три шага.



В случае с тремя дисками количество шагов увеличится:

- Первым движением перемещаем маленький диск на стержень С;
- Вторым движением перемещаем средний диск на стержень В;
- Третьим движением перемещаем маленький диск на стержень В;
- Четвертым движением перемещаем большой диск на стержень С;
- Пятым движением перемещаем маленький диск на стержень А;
- Шестым движением перемещаем средний диск на стержень С;
- И седьмым движением переносим маленький диск на стержень С.

Итак, семь шагов:



Как становится видно, процесс делится на три части. Сначала переносится башня из двух дисков со стержня А на стержень В. Затем перемещается большой диск со стержня А на стержень С, и в итоге, также стараясь максимально сократить количество шагов, со стержня В на стержень С переносится башенка из двух дисков. Первая и третья фазы возможны потому, что там не присутствует большой диск: словно его и нет на стержне. Таким образом, если для того, чтобы передвинуть башню из двух дисков, нам необходимо было как минимум 3 шага, то для перемещения башни из трех дисков будет необходимо как минимум $3 + 1 + 3 = 7$ шагов.

Аналогичным образом решается и Ханойская башня из четырех дисков. Сначала три верхних перемещаются на стержень В, затем большой диск — с А на С, и в конце оставшиеся три диска со стержня В на С. Здесь уже необходимо как минимум $7 + 1 + 7 = 15$ шагов.

Образец решения формируется сам. Таблица, приведенная ниже, показывает минимальное количество шагов, которое необходимо выполнить, чтобы решить головоломку с любым количеством дисков.

Кол-во дисков	Минимальное кол-во шагов
1	$1 = 2^1 - 1$
2	$1 + 1 + 1 = 2^2 - 1$
3	$3 + 1 + 3 = 2^3 - 1$
4	$7 + 1 + 7 = 2^4 - 1$
...	—
8	$127 + 1 + 127 = 2^8 - 1$
...	—

И так по нарастающей. Для десяти дисков необходимо как минимум $2^{10} - 1 = 1023$ шага, а для шестидесяти четырех — $2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$ шагов.

Вычислители — это люди, способные производить сложные арифметические расчеты в уме за очень короткое время. Науке точно неизвестно, чем определяется наличие этих способностей и есть ли тут взаимосвязь с математическим гением.

Вычислители Люди-калькуляторы



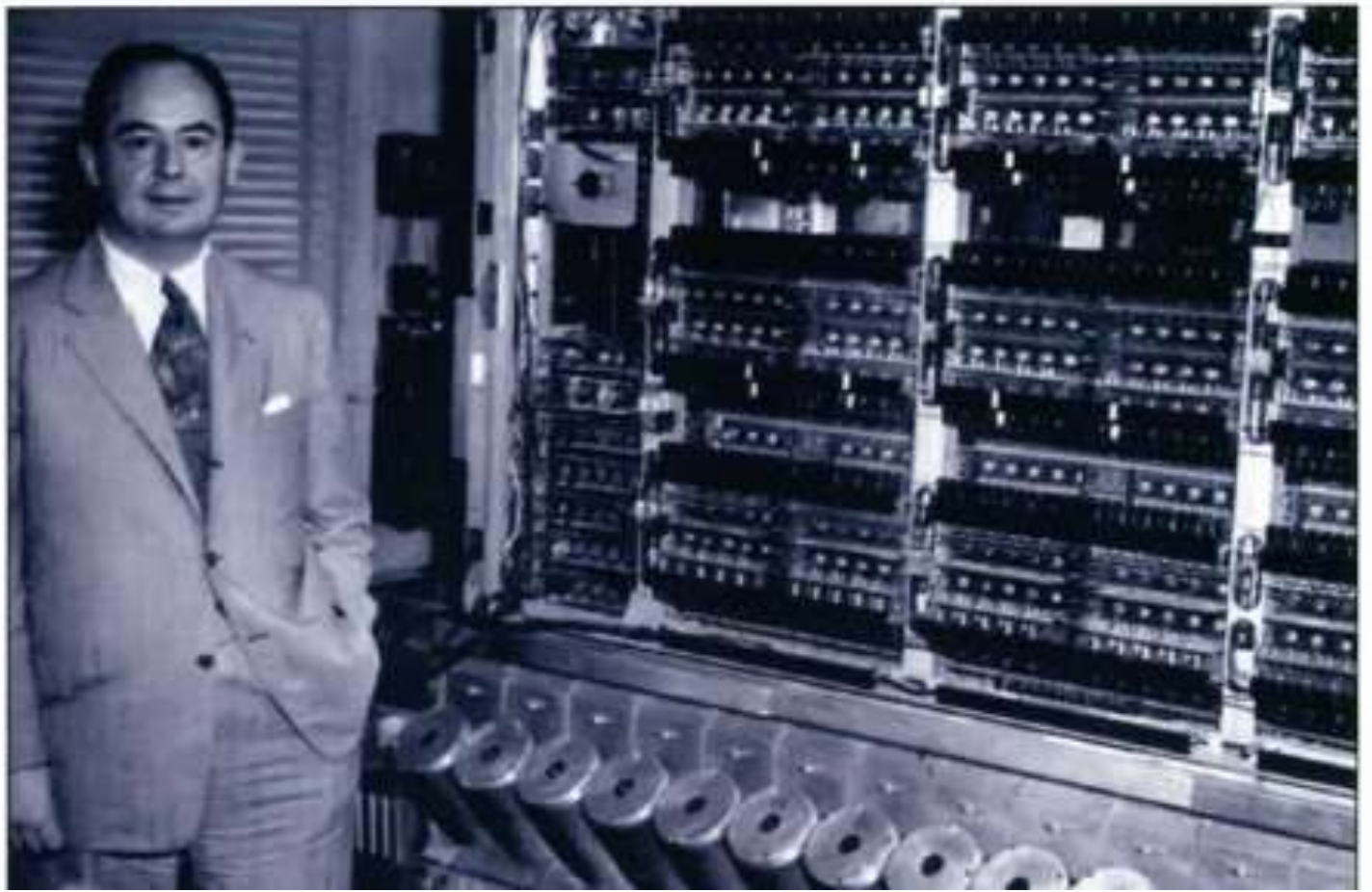
◀ *Гениальность К. Ф. Гаусса (1777—1855) проявилась очень рано. В возрасте трех лет он без чьей-либо помощи научился читать, писать и считать. Об этом напоминает силуэт ребенка, стоящего у стола с математическими символами.*

Прямой связи между способностями к вычислениям в уме и научно-исследовательской работе в области математики, похоже, не существует. В качестве доказательства можно привести тот факт, что всегда существовали великие математические гении, неспособные выполнять простые расчеты без ошибок, и люди, которые стали хорошими вычислителями, несмотря на явные симптомы аутизма (вернее, той его разновидности, которое известна под французским названием *idiots-savants* — синдром савантизма).

Математики-вычислители

Некоторые известные математики были также выдающимися вычислителями. Карл Фридрих Гаусс не без гордости говорил о себе, что он научился считать раньше, чем читать. И это похоже на правду, так как в возрасте трех лет он указал отцу на ошибки, которые тот допустил при расчете со своими работниками. Самое удивительное, что никто не учил маленького Карла счету. А о Джоне Уоллисе рассказывали, что однажды бессонной ночью ему удалось вычислить квадратный корень 40-значного числа и что на следующий день он смог вспомнить и записать результат.

Тот же Эйлер работал в уме с первыми 100 простыми числами, с их квадратами, кубами, четвертыми, пятыми и шестыми показателями степени. В разгар Манхэттенского проекта, пока Ричард Фейнман или Энрико Ферми мучились с механическими калькуляторами, Джон фон Нейман стоял рядом с ними, держа руки в карманах, и производил все вычисления в уме, часто быстрее и с большей точностью, чем его коллеги.



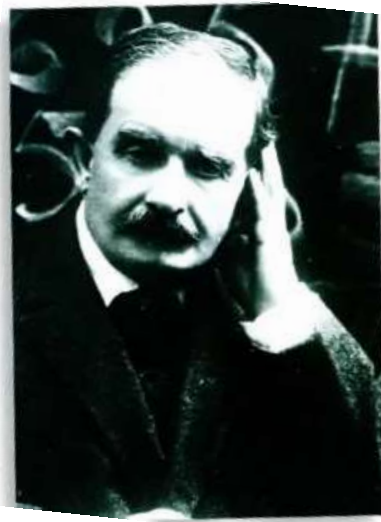
▲ *Джон фон Нейман (1903—1957) был не только гениальным математиком, но и замечательным вычислителем. Его способности проявлялись уже в детстве: в возрасте 6 лет он мог производить в уме деление восьмизначных чисел.*



▲ *Ребенок-вундеркинд Зера Колбурн (1804—1839) выучил таблицу умножения до 100 раньше, чем научился читать и писать. Его отец начал гастролировать с сыном, когда тому едва исполнилось 6 лет, но он уже был способен умножать любые четырехзначные числа практически моментально.*

Профессиональные вычислители

Однажды Зеру Колбурна попросили умножить 21 734 на 543. Почти мгновенно он ответил: 11 801 562. Кто-то из многолюдной аудитории спросил мальчика, как он это сделал. «Я увидел, что 543 равно 3 раза по 181. Тогда я умножил 21 734 на 3, а результат умножил на 181», — ответил Колбурн, довольный собой. Умножая пятизначные цифры, он обычно задумывался всего на несколько секунд. Описанный случай произошел в 1812 году, когда Зере Колбурну было 8 лет.



◀ *Вычислитель Жак Флауди (1867—1950), начинавший пастухом овец и приобретший мировую славу, был способен вспомнить число, состоящее из 22 цифр, услышанное им восемь дней назад.*

Профессиональные вычислители появились в XIX веке. Они начали «входить в моду» и выступали на сценах театров Европы и Америки, где постоянно собиралась публика, восхищавшаяся их чудесными вычислительными способностями. Зера Колбурн, первый профессиональный вычислитель, существование которого подтверждено множеством документов, родился в Каботе, штат Вермонт (США) в 1804 году. Он был сыном фермеров, у большинства членов его семьи было по шесть пальцев как на руках, так и на ногах (у Зеры лишние пальцы были ампутированы, когда ему исполнилось 10 лет). Отец мальчика быстро понял, что необычные способности сына могут приносить доход. Семья еле сводила концы с концами, поэтому отец принялся возить Зеру с ярмарки на ярмарку и собирать деньги за демонстрацию его необычного таланта. Однако продолжалось это недолго — группа филантропов собрала достаточно средств, чтобы отправить Колбурна учиться в престижные европейские школы. Они не хотели, чтобы мальчик растратил свой талант на ярмарочные представления.

Психологи, у которых была возможность изучить этот тип личности, так и не пришли к единому мнению по данному вопросу. Известны случаи, когда учеба вычислителей в школах и университетах давала блестящие результаты, но случалось, что и нет. Колбурн вернулся в Соединенные Штаты в возрасте 20 лет. В течение последующего десятилетия он занимался миссионерской деятельностью в методистской церкви. Он умер молодым, в возрасте 35 лет, оставив любопытные автобиографические записки о том периоде, когда он занимался преподаванием иностранных языков в Норвичском университете.

Английским соперником Колбурна был Джордж Паркер Биддер (1806—1878), родившийся в Девоншире. Он также начал гастроли в 10 лет, в сопровождении своего отца. В этом возрасте он был способен вычислить в уме квадратный корень 119 550 669 121 за 30 секунд.

По-видимому, счету его научил один каменщик при помощи игры с камешками. Согласно газетным архивам того времени, Колбурн и Биддер встретились, чтобы состязаться друг с другом. Выиграл первый, но впоследствии Биддер в своих мемуарах отрицал этот факт. Обычно во время подобных представлений вычислители отвечали на вопросы, задаваемые зрителями. Легко предположить, что часто имел место обман, организовать который было нетрудно. Но в подлинности достижений этих вундеркиндов сомневаться не приходится, так как имеются многочисленные документальные свидетельства.



▲ Фотография из журнала «Иллюстриред Лондон Ньюс» за март 1856 года. Джордж Паркер Биддер (1806—1878) благодаря своим высоким способностям к работе с числами, которые он демонстрировал перед публикой, был известен в детстве под именем «ребенка-калькулятора». Позже он стал инженером, одним из проектировщиков первых железных дорог, а также соавтором Роберта Стивенсона.

Правила мнемотехники

Принято считать, что для совершения быстрых расчетов вычислитель должен обладать очень хорошей памятью на числа. Доктор Браунс, знаменитый немецкий вычислитель, был способен запомнить число из 500 цифр за 13 минут. Очевидно, что способность удерживать числа в памяти в течение какого-то времени необходима хотя бы для того, чтобы использовать числа в сложных вычислениях.

Существуют мнемотехники, которые облегчают запоминание больших чисел. Многие люди используют трюки, чтобы сохранить в своей памяти номера телефонов или сложные пароли. Все эти техники очень индивидуальны и не каждому подходят. Некоторые, давая свой номер телефона, затем объясняют трюк, чтобы его запомнить. «Это очень просто, — говорят они, — ты только должен представить, что 11 — это пятое простое число, 5 в квадрате плюс 1 дает 26, и 3 — число операций, которые ты должен совершить, чтобы запомнить это число, плюс одна для проверки, и получаем: 112634». Только чудом мы избегаем знакомства с теорией чисел. Это не значит, что предложенный метод неэффективен, просто то, что удобно одним, не подходит для других.

▼ *Американский актер
Дастин Хоффман сыграл
в фильме «Человек дождя»
(1988) Рэймонда Бэббита,
типичного саванта, неспособного на эмоциональную
привязанность, но наделенного
необыкновенным талантом
производить в уме
сложнейшие арифметические
расчеты.*

Однако не все профессиональные вычислители признают техники запоминания.

Так, например, новозеландец Александр Крейг Эйткен (1895—1967), бывший преподавателем математики Эдинбургского университета и одним из лучших вычислителей XX века, считал, что память — необходимый инструмент для быстрых вычислений в уме, но категорически отрицал любые мнемонические методы.

Более того, он считал их серьезной помехой развитию способностей, которыми наделены некоторые люди. Эйткен полагал, что для запоминания требуется не концентрация, а, наоборот, расслабление. Запоминание первых 700 знаков числа π он описывает следующим образом: «Я разместил числа в рядах по пятьдесят, разделил каждый на группы из пяти и потом прочитал их в особенном ритме. Если бы это не давалось мне так просто, то я не стал бы и пытаться». Иными словами, Эйткен считал, что если исключительная память не дана от природы, то абсурдно пробовать заполучить ее с помощью правил мнемотехники. Нужно было бы выяснить у Плафа, какой метод он использовал в 1977 году. Его имя попало в Книгу рекордов Гинесса после того, как он запомнил 4096 цифр числа π .

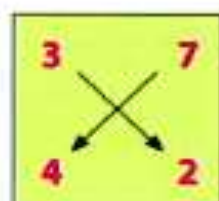
Другие техники запоминания

Счет десятками, он же индийский счет, или перекрестное умножение, известное древним грекам, — это простой метод, чтобы умножать в уме двухзначные числа. Рассмотрим на примере, в чем его суть.

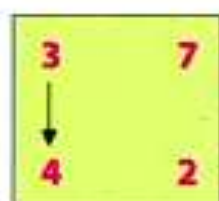
Чтобы умножить 37 на 42, расположим числа одно под другим и выполним следующие шаги:



$7 \times 2 = 14$.
Последнее число 4
(1 держим в уме)



$3 \times 2 + 7 \times 4 = 6 + 28 = 34$
Предпоследнее число —
это $4 + 1 = 5$ (и 3 в уме)



$3 \times 4 = 12$
Первое число равно 12;
и так как запоминали 3,
 $12 + 3 = 15$

Результат умножения, следовательно, равен 1544. Метод кажется сложным, но попробуйте перемножить несколько чисел, и вы поймете, что скоро сможете с неплохой скоростью производить умножение в уме. Когда умножение двухзначных чисел уже не будет вызывать сложностей, можно переходить к следующему трюку, еще более эффектному. Речь идет уже о том, чтобы вычислить количество дней, прожитых человеком, возраст которого известен.

Расчет производится следующим образом: допустим, возраст человека 36 лет, количество прожитых дней тогда будет равно

$$365 \times 36$$

Это число можно умножать и делить на 2 без изменений:

$$365 \times 36 \frac{2}{2}$$

Но мы поступим следующим образом:

$$365 \times 2 \times \frac{36}{2} = 730 \times 18 = 73 \ 18 \ 10$$

То есть мы должны умножить в уме 73 на половину возраста этого человека и прибавить один 0. Если с предыдущим приемом у вас проблем не было, то и с этим возникнуть не должно.

Упражнения на развитие памяти

Некоторые считают, что так же, как гиподинамия заставляет нас выполнять регулярные физические упражнения, так и произведение расчетов приучит нас практиковать вычисления в уме. В обоих случаях возможно простые упражнения превратить в достижения. Бег на 100 м на рекордное время является по сути тем же, что и выполнение сложных арифметических расчетов за несколько секунд. До XIX века вычисления могли приносить неплохой заработок. Сейчас любой может считать, всего лишь нажимая кнопки. Возможно, прав был А. К. Эйткин, когда на одном из своих выступлений сказал: «Дамы и господа, обратите все свои пять чувств на то, что сейчас происходит, потому что мой вид находится на грани исчезновения. Может быть, вы никогда больше такого не увидите».

Лучшее из Генри Э. Дьюдени
Загадки о времени и скорости



3. Меняясь местами

Цели: научиться решать задачи на взаимное расположение фигур.



6. Бег ослов

Однажды на пляже Томми и Евангелина решили организовать бег ослов по песчаной площадке длиной в милю. Господин Добсон и кое-кто из друзей, с которыми они познакомились на пляже, были арбитрами. Но так как ослы оказались знакомы друг с другом и никак не соглашались разлучаться, ничья была неизбежна. Однако арбитры, стоявшие в различных точках площадки, разделенной на четверти мили, отметили следующие результаты: первые три четверти мили были пройдены за 6 и $3/4$ минуты, первая половина мили была пройдена за то же время, что и вторая половина, и третья четверть была пройдена за то же время, что и последняя четверть. Несмотря на полученные результаты, сеньор Добсон ради развлечения высчитал, за какое время оба ослы прошли полную милю.

А вы можете дать ответ?

четыреста также считают високосным.

Следовательно, не 3000, 3400, 3800 и 3200

Буква а может быть заменена на лю-

некоторое количество минут после нуля, то есть после 12 часов дня. Потом будет «скачок» во времени, но мы можем найти следующее значение, если $a = 1$ и $b = 2$, и, складывая последовательно эти два показателя, получаем десять пар, следующих за 1. Потом наступает другой «скачок» и снова, посредством сложения, могут быть получены девять пар, следующих после 2 часов. И так до конца. Я позволю своим читателям понять природу и причину «скачков». Таким образом, согласно формуле из первого параграфа этой загадки, мы получаем $11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 66$ пар часов.

Некоторое время назад директор образовательного учреждения для государственных служащих, который вел колонку в газете, столкнулся со следующим вопросом: «Время после 12 часов будет неточно при условии, что обе стрелки одинаковой длины?» Его первый ответ был: «Вскоре после часа». Потом кто-то из читателей убедил его, что ответ — «5 и $5/143$ минуты после 12», и он счел его правильным, поскольку именно в обозначенное время — что в 12:05, что в 01:01 — стрелки стоят в одинаковом положении, неважно какая из них принимается за часовую, а какая за минутную.

4. Средняя скорость — 12 миль в час, а не 10,5, как поторопится заявить большинство. Возьмите любое расстояние, к примеру, 60 миль. Это значит шесть часов туда и четыре обратно. Проезд дважды по 120 миль должен занять 10 часов, и средняя скорость будет 12 миль в час.

5. Если вы внимательно посмотрите на первые буквы названий населенных пунктов, то увидите, что три шоссе образуют треугольник ABC с перпендикуляром, равным 12 милям и идущим от вершины C к основанию AB. Он разделяет наш треугольник на два прямоугольных треугольника с общей стороной, равной 12 милям. Итак, делаем вывод, что дистанция от A до C — 15 миль, от C до B — 20 миль, а от A до B — 25 миль (то есть 9 плюс 16). С этими числами удобно

работать, так как 12 в квадрате плюс 9 в квадрате равняется 15 в квадрате, и 12 в квадрате плюс 16 в квадрате равняется 20 в квадрате.

6. Ослы пройдут полную милю за девять минут. Нам недостаточно данных, чтобы определить время, за которое пройдены первая и вторая четверти мили соответственно, но на них вместе понадобилось, конечно, четыре с половиной минуты. Последние две четверти были пройдены за две с четвертью минуты каждая.