

А. ГАЙШТУТ



МАТЕМАТИКА. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС В ПОМОЩЬ ПОВТОРЯЮЩИМ МАТЕМАТИКУ ПО СПРАВОЧНИКАМ **ГЕОМЕТРИЯ**

Тема 3. ПЛАНИМЕТРИЯ

Содержание

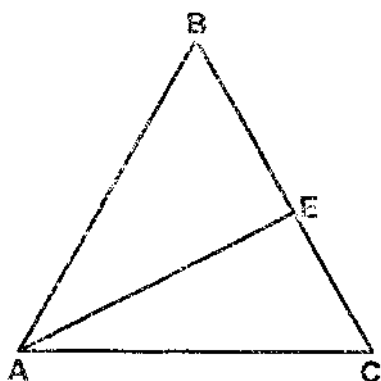
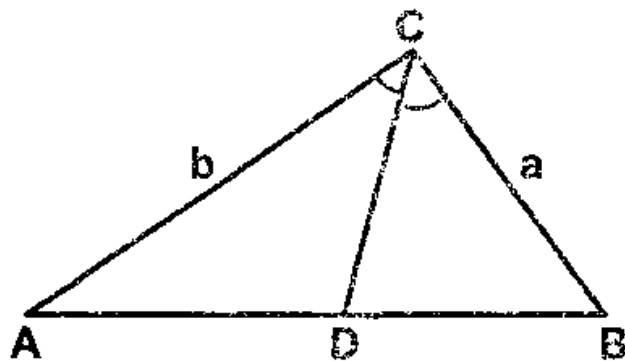
1. Биссектриса, медиана,
2. Параллелограмм
3. Прямоугольник.
4. Ромб
5. Квадрат
6. Трапеция
7. Площади фигур. Прямоугольник, квадрат
8. Площади фигур. Параллелограмм, ромб
9. Площади фигур. Треугольник, трапеция.

325. CD — биссектриса. $AB = 12$,
 $BC = 8$, $AD = 10$.
 Найдите AC .

326. CD — биссектриса. $AB = 14$.
 $BC = 12$, $AC = 20$.
 Найдите AD , BD .

327. CD — биссектриса.
 $AB + BC = 12$, $AD = 2$, $BD = 8$.
 Найдите AB .

328. CD — биссектриса. $BC - AB = 3$,
 $BD = 8$, $AD = 6$.
 Найдите BC .

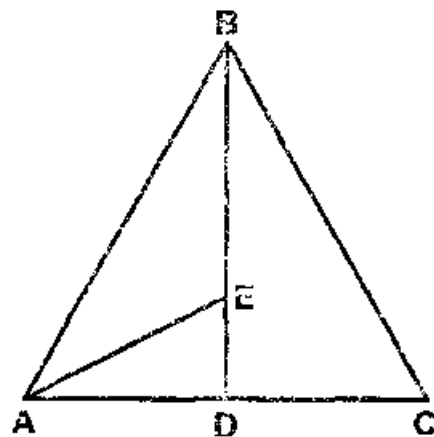


331. AE — биссектриса. $AB = BC$,
 $AB = 5$, $AC = 6$.
 Найдите BE , CE .

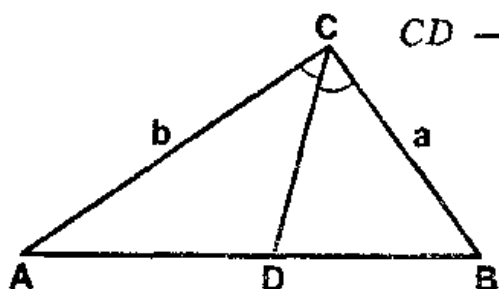
332. AE — биссектриса. $AB = BC$,
 $AB \cdot EC = 4$.
 Найдите $AC \cdot BE$.

333. $AB = BC$, $BD \perp AC$, AE — биссек-
 триса. $BE : ED = 17 : 15$, $AC = 60$.
 Найдите P_{ABC} .

334. $AB = BC$, $BD \perp AC$, AE — биссек-
 триса. $BE : ED = 13 : 12$, $P_{ABC} = 250$.
 Найдите AB .

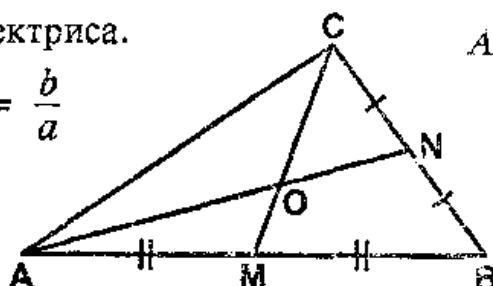


Справочный отдел



CD — биссектриса.

$$\frac{AD}{DB} = \frac{b}{a}$$

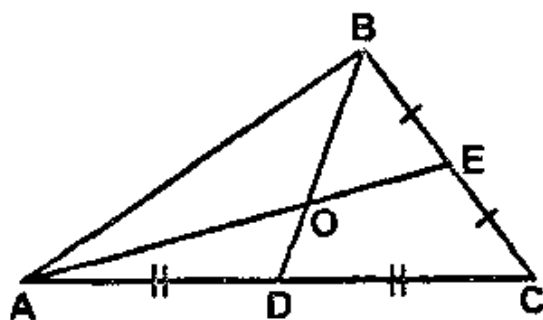


AN , CM — медианы.

$$OM = \frac{1}{3} CM,$$

$$OC = \frac{2}{3} CM.$$

Медиана



335. $CE = BE$, $AD = DC$, $AE = 9$,
 $BD = 12$.

Найти $AO + DO$.

336. $CE = BE$, $AD = DC$, $OE + OD = 2$.

Найти $AE + BD$.

337. $CE = BE$, $AD = DC$, $AE = 6$,
 $BD = 9$, $AC = 12$.

Найти $P_{\Delta AOD}$.

338. $CE = BE$, $AD = DC$, $AE = 8$,
 $BD = 10$, $AB = 9$.

Найти $P_{\Delta OED}$.

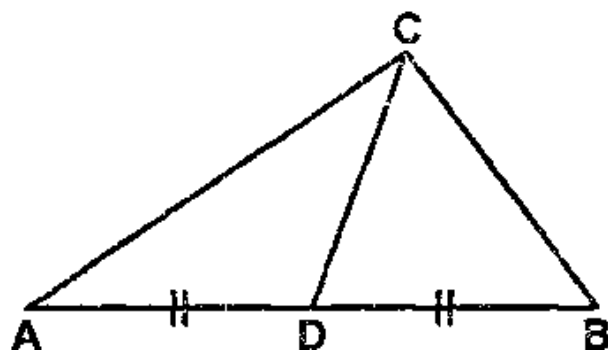
339. $CE = BE$, $AD = DC$, $P_{\Delta OED} =$

Найти $P_{\Delta AOB}$.

340. $CE = BE$, $AD = DC$, $\angle ABC :$
 $OD = 1$.

Найти $BO + AC$.

348. $\angle ACB = 90^\circ$, $AD = DB$, $CD = 2$.
Найти AB .

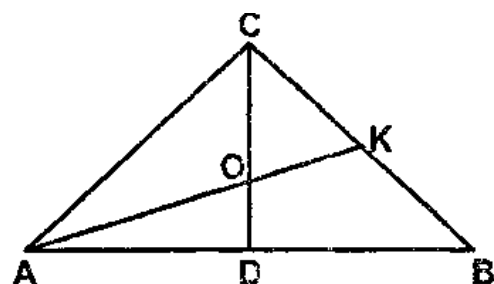


349. $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = CB$, O — точка
пересечения медиан, $CO = \frac{2}{3}$.

Найти $S_{\Delta ABC}$.

350. $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = CB$, O — точка
пересечения медиан, $OD = 2$.

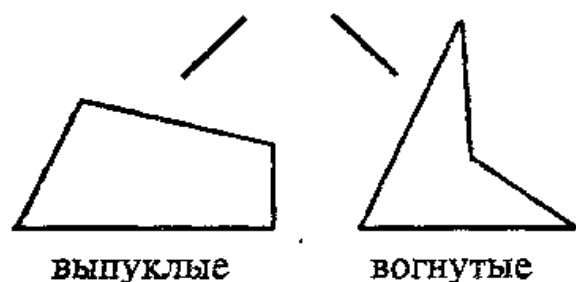
Найти $S_{\Delta OPD}$.



Справочный отдел

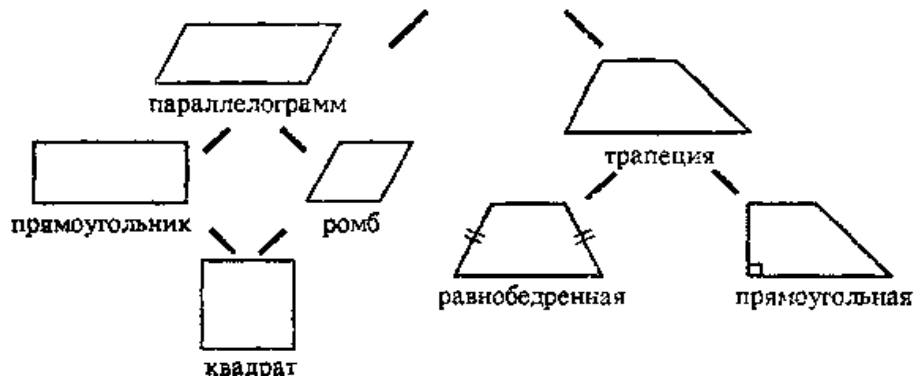
ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

Классификация выпуклых четырехугольников

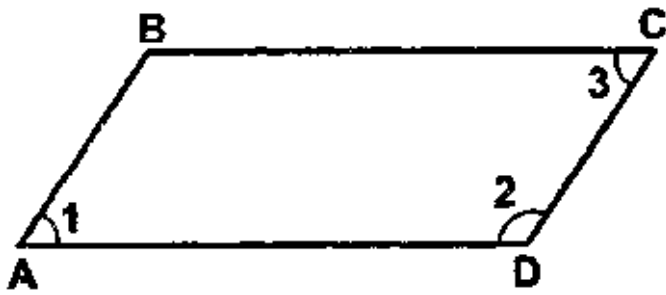


выпуклые

вогнутые



Параллелограмм



105. $AD + AB = 11$, $AD - 2AB = 2$.
Найти $AD - AB$.

100. $\angle 2 - \angle 1 = 24^\circ$.

Найти $\angle 1$.

101. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 250^\circ$.

Найти $\angle 2 - \angle 1$.

102. $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2$.

Найти $\angle 1$.

103. $AD = AB + 3$, $P_{ABCD} = 34$.

Найти AD .

104. $AD = 3AB$, $P_{ABCD} = 72$.

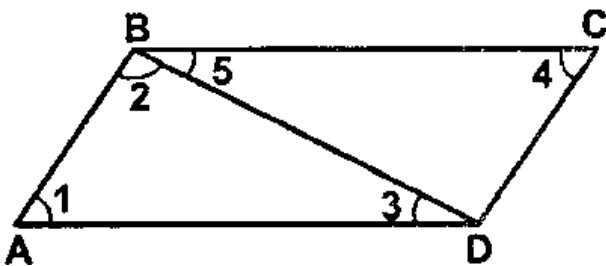
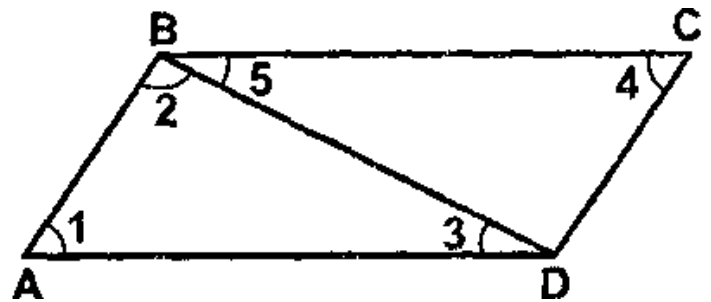
Найти AD .

106. $\angle 1 + \angle 3 = 80^\circ$,
 $\angle 4 + \angle 2 = 140^\circ$.

Найти $\angle 1$.

107. $\angle ABC - \angle 1 = 60^\circ$,
 $\angle 2 = 2\angle 5$.

Найти $\angle 1 - \angle 5$.



108. $\angle 2 - \angle 3 = 70^\circ$, $\angle 2 - \angle 1 = 80^\circ$.

Найти $\angle 1$.

109. $BD \perp AB$, $\angle 1 = 20^\circ$.

Найти $\angle 5$.

110. $BD \perp AB$, $\angle 3 = 29^\circ$.

Найти $\angle 1 + \angle 5$.

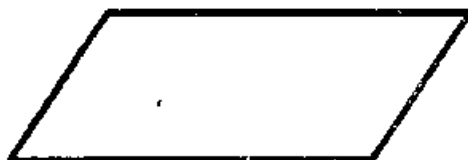
111. $BD \perp AB$, $AB = BD$.

Найти $\angle 1 + \angle 2 + \angle ADC$.

112. $\angle ABC + \angle A + \angle 2 = 270^\circ$.

Найти $\angle A + \angle 5$.

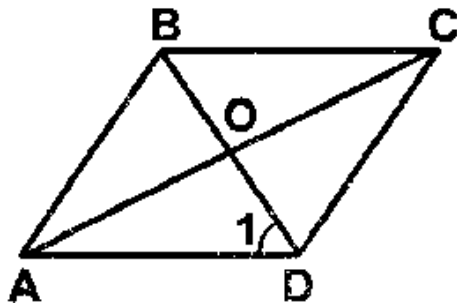
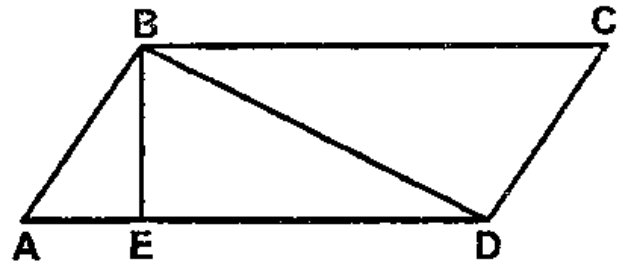
Справочный отдел



параллелограмм

Противоположные стороны попарно параллельны.
Диагонали при пересечении делятся пополам.
Сумма углов, прилежащих к одной стороне,
равны 180° .

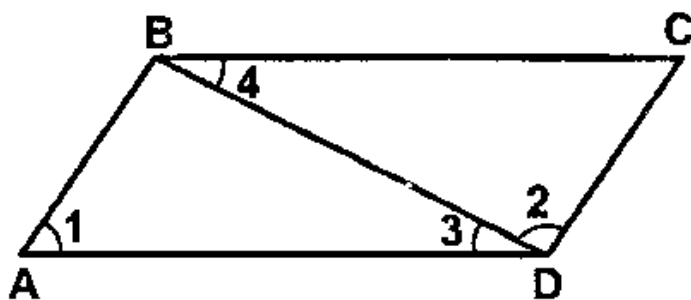
113. $BE \perp AD$, $\angle ABC = 150^\circ$,
 $P_{ABCD} = 24$, $BE = 2$.
 Найдите BC .



114. $P_{ABCD} - P_{ACD} = 8$, $AO = 2$.
 Найдите P_{ABCD} .
115. $P_{ABO} - P_{BOC} = 6$.
 Найдите $AB - BC$.

116. $AC + BD = 20$,
 $AD + BC = 16$.
 Найдите P_{AOD} .
117. $P_{ABCD} = 38$, $AO = 12$.
 Найдите P_{ADC} .
118. $BD \perp AC$, $AB = 2BO$.
 Найдите $\angle BAC + \angle ADC$.

119. $\angle 1 + \angle ABC = 180^\circ$,
 $2AB + AD = 12$.
 Найдите P_{ABD} .
120. $P_{AOB} = P_{AOD}$.
 Найдите $\angle AOD$.



124. $P_{ABCD} = 70$, $P_{ABD} = 60$.
 Найдите BD .
125. $P_{ABCD} - P_{ABD} = 18$, $AB = 18$.
 Доказать, что $\triangle ABD$ — равнобедренный.

121. $\angle 1 = 29^\circ$, $\angle 2 = 93^\circ$.
 Найдите $\angle 4$.
122. $2\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$.
 Найдите $\angle 3$.

134. $\angle 1 = \angle 2$, $BP = 7$, $PC = 3$.

Найти P_{ABCD} .

135. $\angle 1 = \angle 2$, $AP = 15$, $DC = 9$.

Найти P_{ABP} .

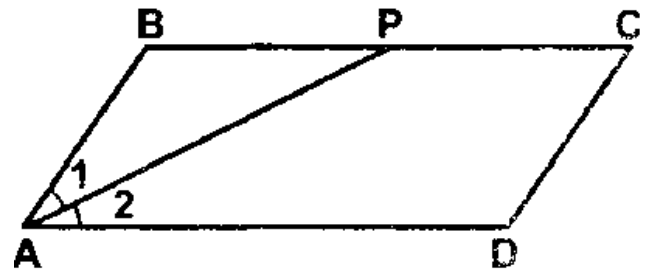
136. $\angle 1 = \angle 2$, $P_{ABCD} = 52$,

$PC = AD - 8$.

Найти AD .

137. $\angle 1 = \angle 2$, $P_{ABCD} = 20$, $AD = 3PC$.

Найти AD .



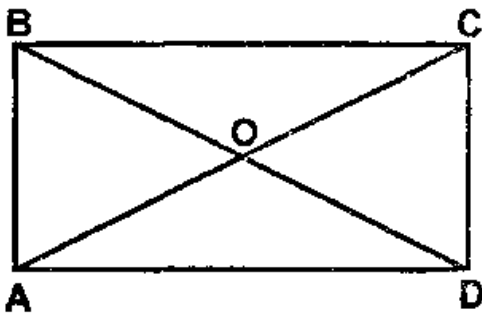
138. $\angle 1 = \angle 2$, $AD = AB + 2$,
 $AB = PC - 1$.

Найти P_{ABCD} .

139. $\angle 1 = \angle 2$, $AP = AB + 3$,
 $AD = AP$, $P_{ABCD} = 26$.

Найти P_{APCD} .

Прямоугольник



140. $P_{ABD} - P_{AOD} = 4$.

Найти AB .

141. $P_{AOD} + P_{BOC} = 64$, $AD + BC = 24$.

Найти AC .

142. $\angle 1 = 57^\circ$.

Найти $\angle 2$.

143. Доказать, что $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$.

144. $\angle 2 + \angle 3 = 63^\circ$.

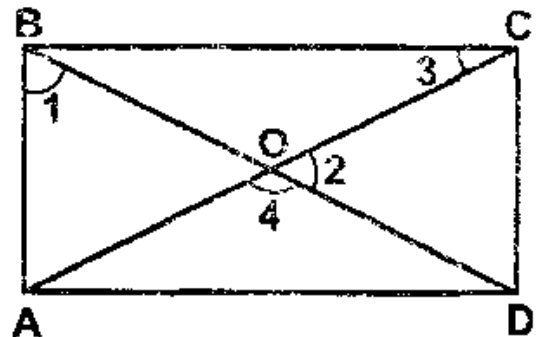
Найти $\angle 1$.

145. $\angle 4 = 4\angle 2$.

Найти $\angle 1$.

147. $\angle 4 - \angle 3 = 90^\circ$,

Найти P_{COD} .

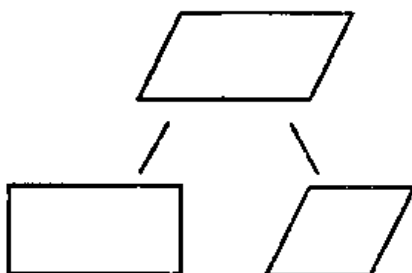


148. $\angle 1 + \angle 2 = 120^\circ$

Найти AB .

149. $\angle 4 = 3\angle 3$.

Найти $\angle 1$.

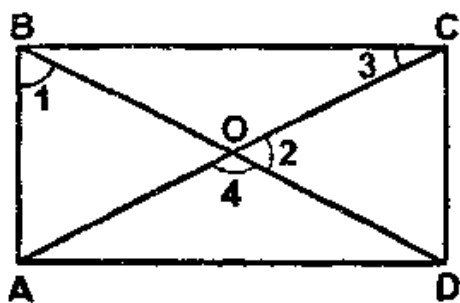


прямоугольник

Справочный отдел

Прямоугольник — параллелограмм, у которого есть прямой угол.

Диагонали прямоугольника равны.



150. $\angle 1 : \angle 3 = 7 : 2$.

Найти $\angle 4$.

151. $AC : CD = 2 : 1$.

Доказать, что $\angle 1 = \angle 2$.

152. $AB = BM$.

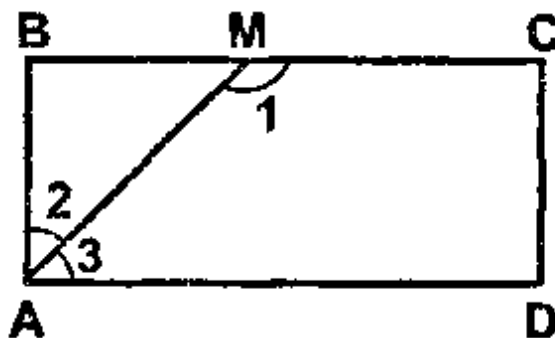
Найти $\angle 1$.

153. $AB = BM$, $\angle 1 + \angle D = 225^\circ$,
 $AD = 10$.

Найти $AB + MC$.

154. $\angle 3 = \angle 2$, $BM = 3$, $MC = 7$.

Найти P_{ABCD} .



155. $P_{AOD} = 18$, $AC + BD = 22$.

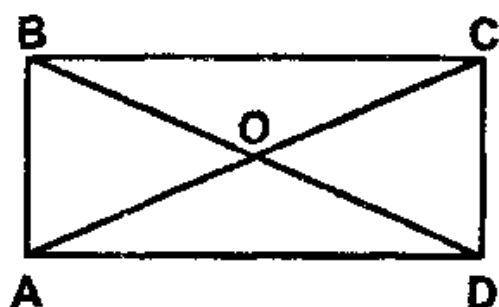
Найти BC .

156. $P_{ACD} = 49$, $P_{ABCD} = 62$.

Найти AO .

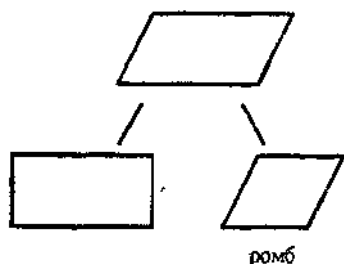
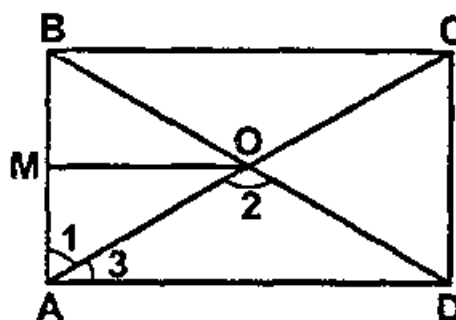
157. $P_{COD} = 30$, $AC + BD = 40$.

Найти $\angle AOD$.



158. $AM = MB$, $\angle 1 + \angle 2 = 198^\circ$.

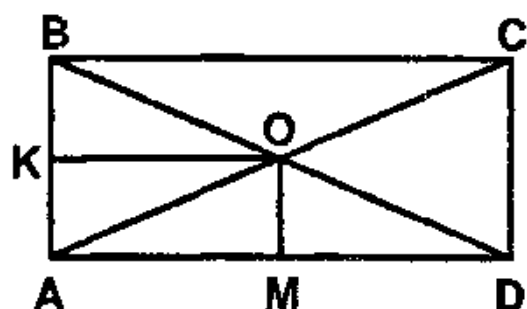
Найти $\angle 3$.



Справочный отдел

Ромб — параллелограмм, у которого все стороны равны.

Диагонали взаимно перпендикулярны и делят углы пополам.



159. $OM \perp AD$, $OM = 7$, $AD = 17$.

Найти P_{ABCD} .

160. $OM \perp AD$, $P_{OMD} = 18$, $P_{ABCD} = 48$.

Найти AC .

161. $OM \perp AD$, $OK \perp AB$, $P_{ABCD} = 100$.

Найти $OM + OK$.

162. $OM \perp AD$, $OK \perp AB$,

$OK : OM = \frac{1}{6} : \frac{1}{8}$, $AD = 24$.

Найти P_{ABCD} .

Ромб

163. $P_{ABCD} = 40$, $BD + AC = 28$.

Найти P_{AOB} .

164. $P_{AOB} = 36$, $BD + AC = 42$.

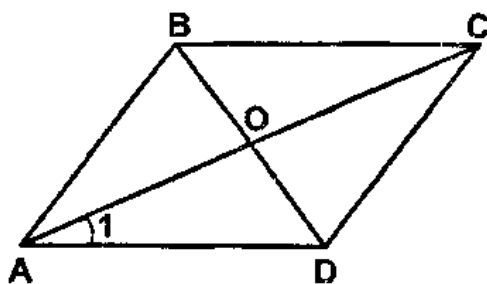
Найти AD .

165. $P_{AOD} = 14$, $P_{ACD} = 20$.

Найти BD .

166. $\angle ADC = 7\angle 1$.

Найти $\angle BAD$.

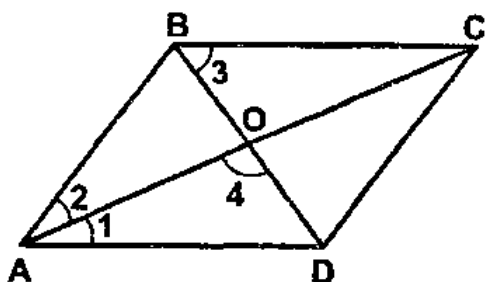


167. $P_{ABCD} - BD = 3AD$.

Найти $\angle BAD$.

168. $P_{ABC} - P_{AOD} = 6$.

Найти $AB + AO - DO$.



169. $\angle BAD = 28^\circ$.

Найти $\angle 3$.

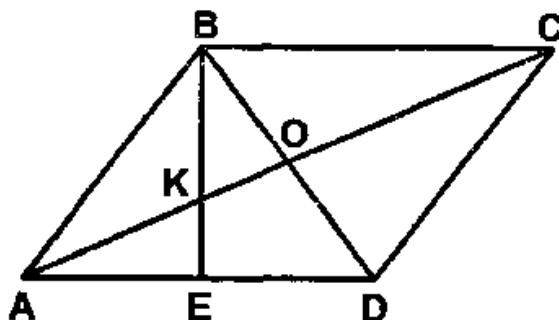
170. Доказать, что $\angle 1 + \angle 3 = \angle 4$.

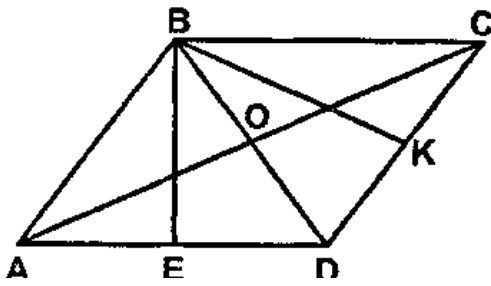
171. $BE \perp AD$, $AC = 2BE$, $DE = 2$.

Найти P_{ABCD} .

172. $BE \perp AD$, $\angle BKO + \angle ABC = 180^\circ$.

Найти $\angle BKA$.





173. $BE \perp AD$, $BK \perp DC$,
 $P_{ABCD} = 4(BE + BK)$.
 Найдите $\angle KBE$.

174. $BE \perp AD$, $\angle 1 = 57^\circ$.
 Найдите $\angle ABC$.

175. $BE \perp AD$, $\angle ADC = 2\angle 1$.

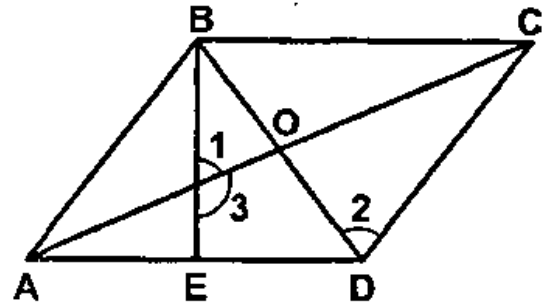
Доказать, что $\triangle ABD$ — равнос-
 торонний.

176. $BE \perp AD$, $\angle 3 = 3\angle 1$.

Доказать, что $\triangle AOD$ — равнобед-
 ренный.

177. $BE \perp AD$, $AB = BD$.

Найдите $\angle 1$.

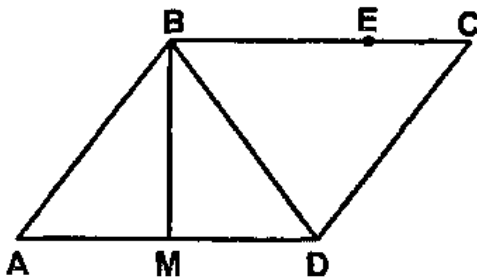


178. $BE \perp AD$, $\angle 2 = 60^\circ$.

Найдите $\angle 1$.

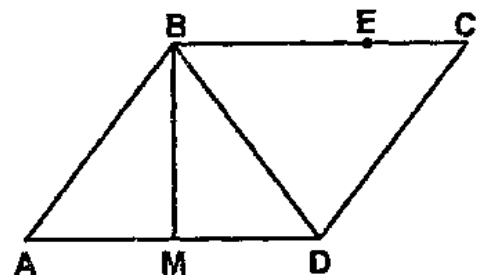
179. $BE \perp AD$, $\angle 3 = 123^\circ$.

Найдите $\angle ADC$.

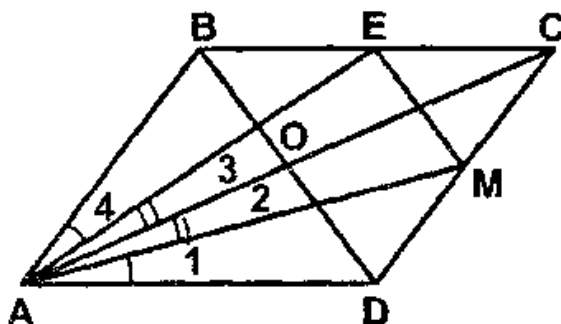


180. $BM \perp AD$, $CE : BE = 1 : 3$,
 $P_{ABCD} - CE = 45$, $BD = 4EC$.
 Найдите MD .

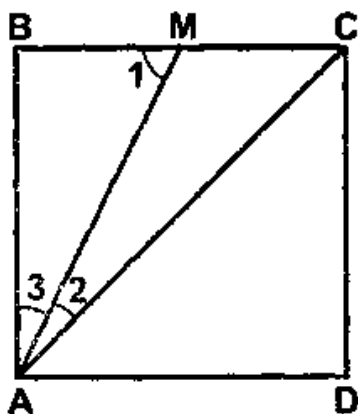
181. $BM \perp AD$, $CE : BE = 1 : 6$,
 $BM = 3,5 CE$.
 Найдите $\angle ABD$.



182. $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$,
 $\angle ABC = \frac{7}{4} \angle AEM$.
 Найдите $\angle ABC$.



Квадрат



183. $\angle 1 = 72^\circ$.

Найти $\angle 2$.

184. Доказать, что $\angle 1 - \angle 2 = 45^\circ$.

185. $AM = 2BM$.

Найти $\angle 2$.

186. $\angle 2 : \angle 1 = 1 : 4$, $AM = 3$.

Найти BM .

187. $\angle 1 : \angle 2 = 11 : 2$.

Найти $\angle 3$.

188. $BM = DK$, $\angle MAK = 62^\circ$.

Найти $\angle 4$.

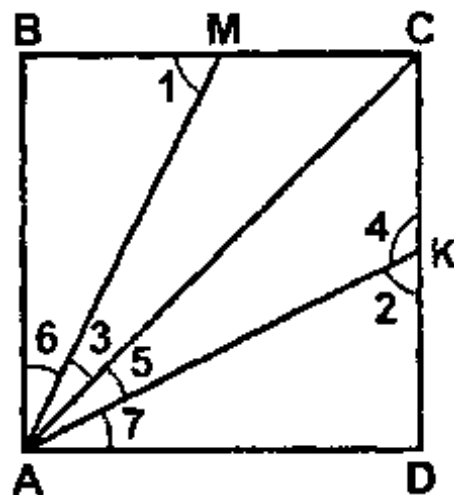
189. M и K — точки, принадлежащие сторонам BC и CD . $\angle 1 = 75^\circ$,

$\angle 2 = 63^\circ$.

Найти $\angle MAK$.

190. $\angle 3 = 4\angle 5$, $\angle 7 = 7\angle 6$.

Найти $\angle 2$.

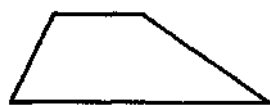


191. M и K — точки, принадлежащие сторонам BC и CD .

$\angle 1 : \angle 5 = 2 : 1$, $\angle 3 = 21^\circ$.

Найти $\angle 2$.

Трапеция



трапеция

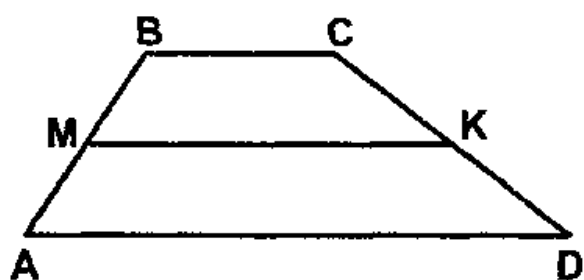
Справочный отдел

Сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180° .

Средняя линия равна полусумме оснований.

В равнобедренной трапеции углы при основании равны.

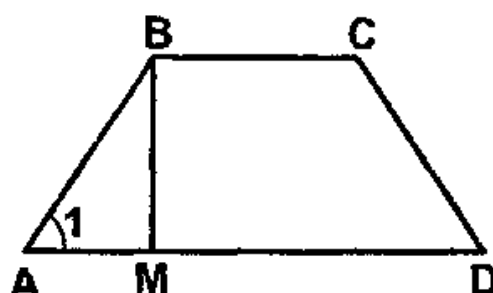
Если углы при основании равны, то трапеция равнобедренная.



195. $BM = MA, CK = KD,$
 $2MK - AD = 1.$
 Найдите $BC.$

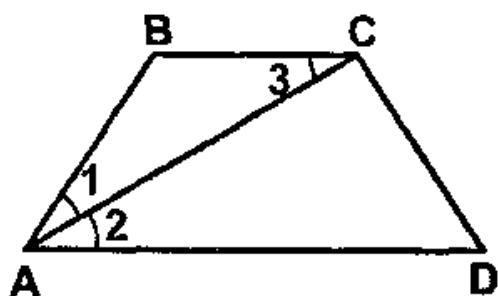
196. $BM = MA, CK = KD,$
 $MK : AD = 5 : 8, AD - BC = 12.$
 Найдите $MK.$

197. $AB = CD, BM \perp AD, \angle 1 = 45^\circ,$
 $AD + BC = 24, BM = 5.$
 Найдите $BC.$

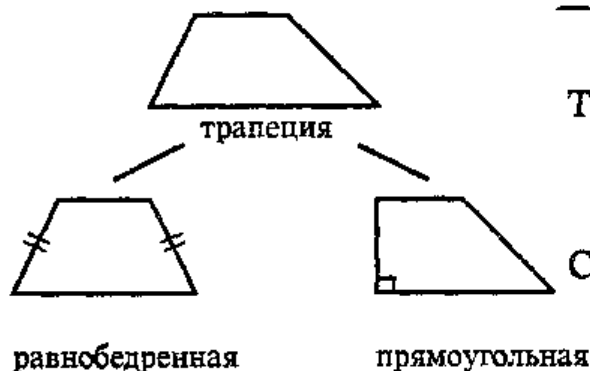


198. $AB = CD, \angle 1 = \angle 2, AD = 18,$
 $AB = 14.$
 Найдите длину средней линии трапеции.

199. $AB = BC = CD, \angle 1 + \angle D = 90^\circ.$
 Найдите $\angle B.$



Справочный отдел



Трапеция — четырехугольник, у которого две противоположные стороны параллельны, а две другие не параллельны.

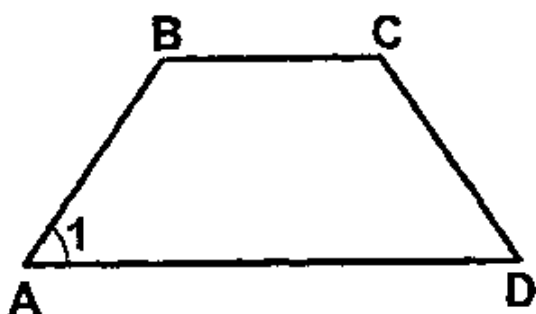
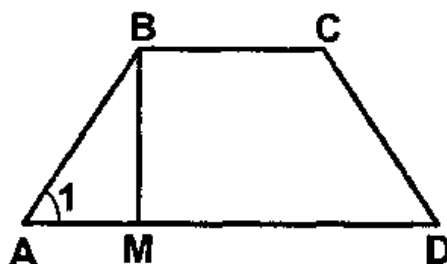
Сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна $180^\circ.$

200. $AB = CD$, $BE \perp AD$, $BM = MA$,
 $CK = KD$.

Доказать, что $DE = MK$.

201. $AB = CD$, $BE \perp AD$, $BM = MA$,
 $CK = KD$, $DE = 6AE$.

Найти $MK : BC$.



206. $AB = CD$, $\angle D : \angle B = 1 : 2$,
 $P_{ABCD} = 13$, $AB = 3$.

Найти BC .

207. $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 2 : 4 : 5 : 1$,
 $AB = 3$, $AD = 16$.

Найти BC .

202. $AB = CD$, $\angle 1 = 60^\circ$, $AD = 19$,
 $BC = 13$.

Найти P_{ABCD} .

203. $AB = CD$, $\angle 1 = 60^\circ$, $AD = 10$,
 $P_{ABCD} = 27$.

Найти BC .

204. $AB = CD$, $\angle B = 120^\circ$, $AD = a$,
 $BC = b$.

Доказать, что $P_{ABCD} = 3a - b$.

205. $AB = CD$, $AB - BC = 4$,
 $\angle C = 2\angle 1$, $P_{ABCD} = 47$.

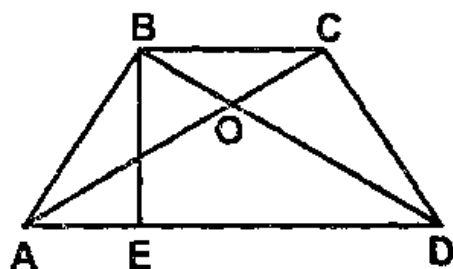
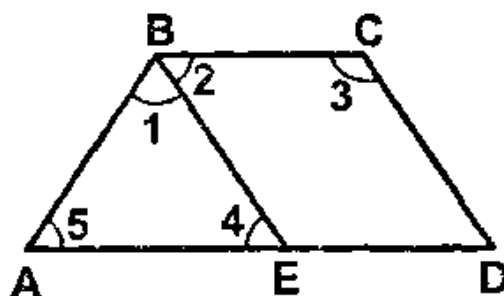
Найти CD .

208. $AB = CD$, $BE \parallel CD$, $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle 3$.

Найти $\angle 5$.

209. $AB = CD$, $AD - BC = 24$,
 $\angle BCD = 2\angle BAD$.

Найти AB .



210. $AB = CD$, $AC \perp BD$, $BE = 2$,
 $BE \perp AD$.

Найти $AD + BC$.

211. $AB = CD$, $BE \perp AD$,
 $BC = 2BE - AD$.

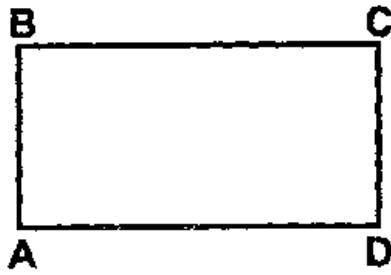
Найти $\angle AOD$.

212. $AB = CD$, $BE \perp AD$,
 $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$,
 $AD = 8 - BC$.

Найти $BE + DE$.

Площади фигур

Прямоугольник



224. $S_{ABCD} = 48$, $CD = 3$.

Найти AD .

225. $P_{ABCD} = 40$, $AD = 3CD$.

Найти S_{ABCD} .

226. $S_{ABCD} = 32$, $AD = 2AB$.

Найти P_{ABCD} .

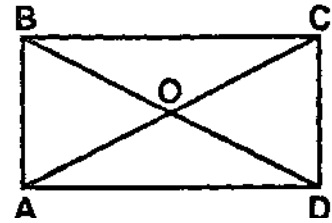
227. Доказать, что $S_{AOD} = S_{DOC}$.

228. $AD = 20$, $S_{DOC} = 60$.

Найти CD .

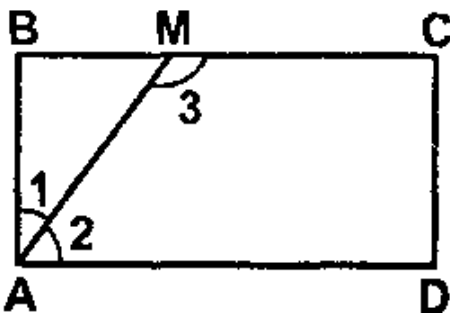
229. $AD = 8$, $S_{COD} = 18$.

Найти CD .



230. $S_{ACD} = 28$, $AB = AD + 1$.

Найти P_{ABCD} .



231. $\angle 1 = \angle 2$, $BM = 5$, $MC = 4$.

Найти S_{ABCD} .

232. $\angle 1 = \angle 2$, $AB = MC$, $P_{ABCD} = 48$.

Найти S_{ABCD} .

233. $\angle 1 = \angle 2$, $AB : MC = 1 : 2$,

$P_{ABCD} = 40$.

Найти S_{ABCD} .

235. $\angle 1 = \angle 2$, $MC = AB + 7$,

$P_{AMCD} - P_{ABM} = 24$.

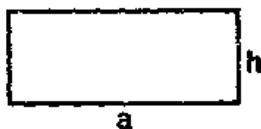
Найти AD .

234. $\angle 1 : \angle 3 = 1 : 3$, $MC = AB + 7$,

$P_{ABCD} = 44$.

Найти S_{ABCD} .

Справочный отдел



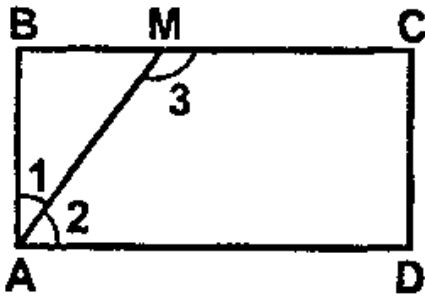
Площадь прямоугольника равна

$$S = a \cdot h.$$



Площадь квадрата равна $S = a^2$ или $S = \frac{1}{2} d^2$

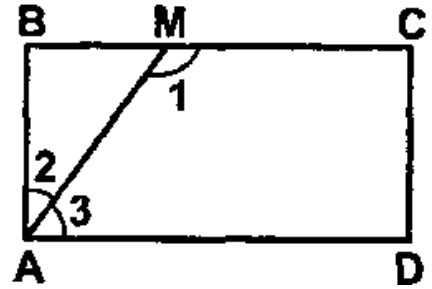
(d — диагональ).



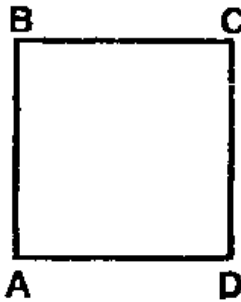
236. $\angle 1 = \angle 2$, $AD : MC = 5 : 2$,
 $P_{ABCD} = 80$.
 Найдите S_{ABCD} .

237. $\angle 1 = \angle 2$, $S_{ABM} = 162$,
 $P_{ABCD} = 80$.
 Найдите AD .

238. $\angle 3 : \angle 1 = 1 : 3$, $MC = \bar{AB} + BM$,
 $S_{ABM} = 32$.
 Найдите S_{ABCD} .



Квадрат

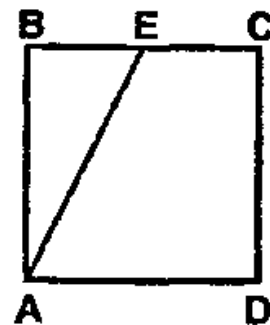


239. $P_{ABCD} = 40$.
 Найдите S_{ABCD} .

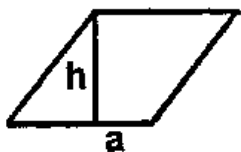
240. $S_{ABCD} = 64$.
 Найдите P_{ABCD} .

241. $BE = EC$.
 Найдите $S_{ABCD} : S_{ABE}$.

242. $BE = EC$.
 Найдите $S_{ABE} : S_{AECD}$.



Справочный отдел

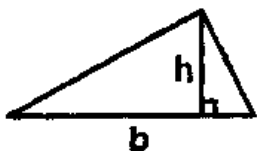


$$S = a \cdot h$$



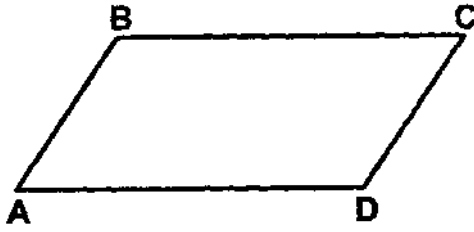
$$S = a \cdot h \text{ или } S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$

(d_1 и d_2 — диагонали ромба).



$$S = \frac{1}{2} b \cdot h \text{ или } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Параллелограмм



243. $\angle A = 30^\circ$, $AB : BC = 3 : 7$,
 $P_{ABCD} = 120$.
 Найдите S_{ABCD} .

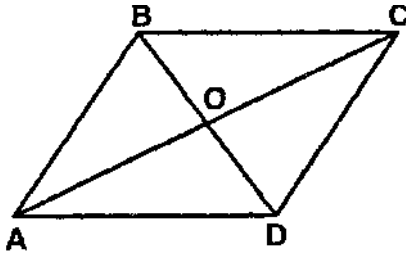
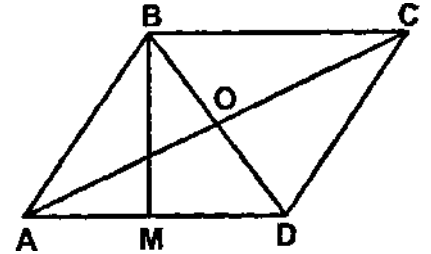
Ромб

244. $BM \perp AD$, $S_{DOC} = 10$, $BM = 8$.

Найдите P_{ABCD} .

245. $S_{DOC} = 96$, $BM \perp AD$, $AD = 20$.

Найдите BM .



246. $AC = 20$, $BD = 10$.

Найдите S_{ABCD} .

247. $\angle BAD = 30^\circ$, $P_{ABCD} = 24$.

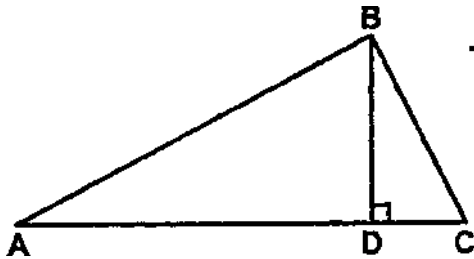
Найдите S_{ABCD} .

248. Доказать, что $S_{AOD} = S_{DOC}$.

249. $S_{DOC} = 32$.

Найдите S_{ABCD} .

Треугольник



253. $BD \perp AC$, $BD = 2$, $AC = 4DC$,
 $AD = 3$.

Найдите S_{ABC} .

254. $BD \perp AC$, $BD = 9$, $DC = AD + 4$,
 $\angle A : \angle C : \angle ABC = 9 : 10 : 17$.

Найдите S_{ABC} .

255. $BD \perp AC$, $CM \perp AB$.

Доказать, что $AC : AB = MC : BD$.

256. $BD \perp AC$, $CM \perp AB$,
 $BD : MC = 5 : 8$, $AB = 40$.

Найдите AC .

250. $BD \perp AC$, $S_{ABC} = 20$, $BD = 4$.

Найдите AC .

251. $BD \perp AC$, $S_{ABC} = 16$,

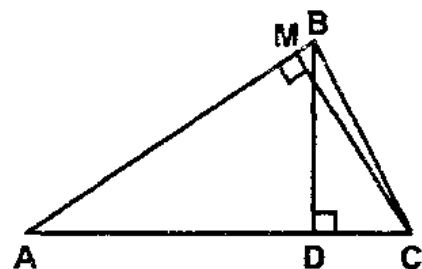
$AC : BD = 2 : 1$.

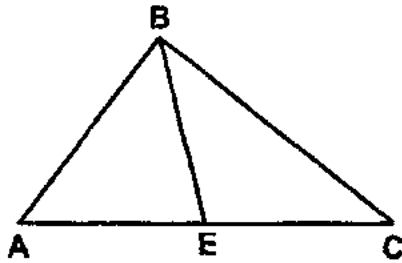
Найдите BD .

252. $BD \perp AC$, $AC = 27$,

$BD : AD : DC = 3 : 2 : 7$.

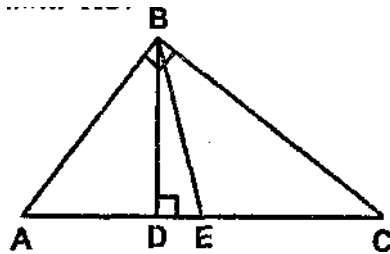
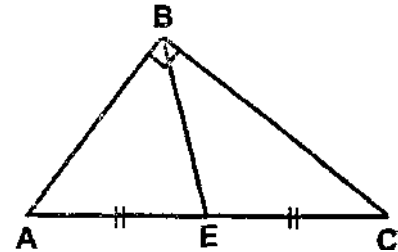
Найдите S_{ABC} .





257. $AE = EC$.
Найти $S_{ABC} : S_{BEC}$.

258. $AE = EC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $BE = 8$.
Найти AC .



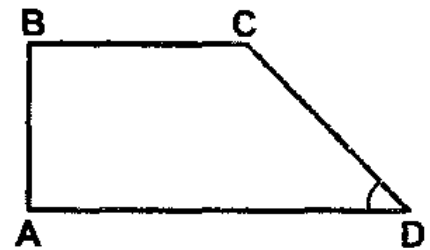
259. $AE = EC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $BD \perp AC$,
 $\angle BEA = 30^\circ$, $AC = 16$.
Найти S_{ABC} .

260. $AE = EC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $BD \perp AC$,
 $S_{ABC} = 72$, $BE = 12$.
Найти $\angle DBE$.

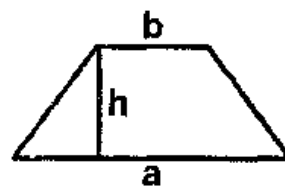
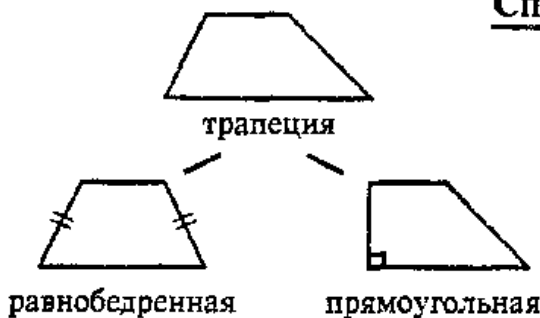
Трапеция

261. $AD \parallel BC$, $BA \perp AD$, $BC = 2$,
 $AD = 8$, $\angle D = 45^\circ$.
Найти S_{ABCD} .

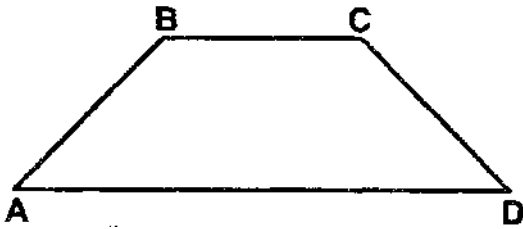
262. $AD \parallel BC$, $BA \perp AD$,
 $AD : BC = 5 : 1$, $\angle D = 45^\circ$,
 $S_{ABCD} = 48$.
Найти AD .



Справочный отдел

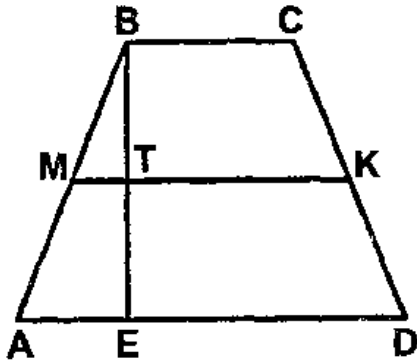


$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



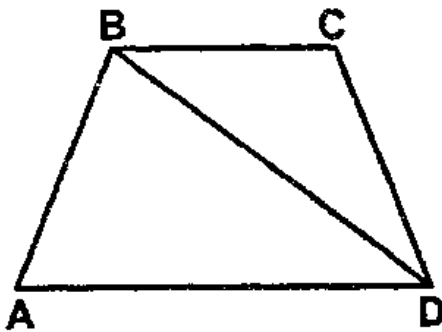
263. $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AD = 17$,
 $\angle D = 45^\circ$, $BC = 9$.
 Найдите S_{ABCD} .

Соотношения в трапеции



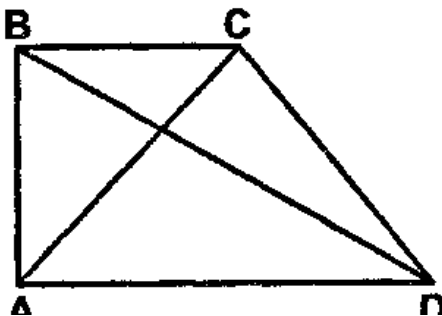
442. $BC \parallel AD$, $AB = CD$, $BE \perp AD$,
 MK — средняя линия.
 Доказать, что

$$MK = ED.$$



443. $BC \parallel AD$, $AB = CD$.
 Доказать, что

$$BD^2 = AB^2 + AD \cdot BC.$$



444. $BC \parallel AD$, $AB \perp AD$.
 Доказать, что

$$BD^2 - AC^2 = AD^2 - BC^2.$$