

А.ГАЙШТУТ



МАТЕМАТИКА. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС

В ПОМОЩЬ ПОВТОРЯЮЩИМ МАТЕМАТИКУ ПО СПРАВОЧНИКАМ

ГЕОМЕТРИЯ СТЕРЕОМЕТРИЯ

часть 2

Содержание

1. Правильная треугольная пирамида
2. Правильная четырёхугольная пирамида
3. Правильная шестиугольная пирамида
4. Неправильная пирамида.
5. Текстовые задачи

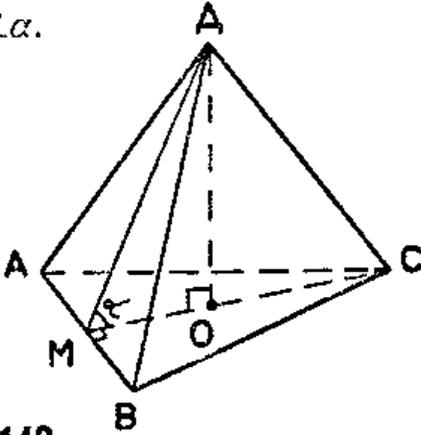
8. Правильная треугольная пирамида

Задача 148.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $DO \perp (ABC)$,

$$S_{DMC} : S_{ABC} = 1 : 2.$$

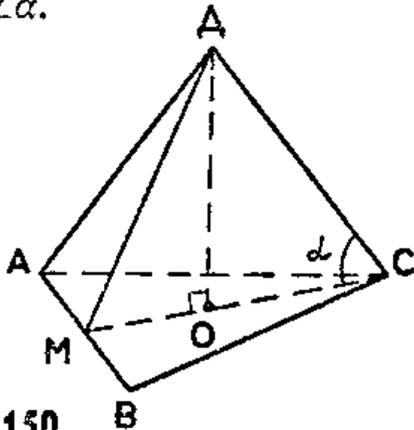
Найдите: $\angle \alpha$.



Задача 149.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $DO \perp (ABC)$, $AB = 3 \cdot DO$.

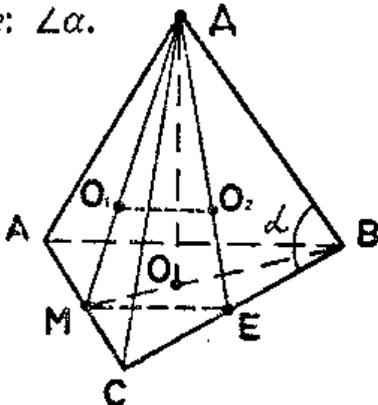
Найдите: $\angle \alpha$.



Задача 150.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, O_1 — точка пересечения медиан треугольника ADC , O_2 — точка пересечения медиан треугольника CDB , $CE = BE$, $DB = 3 O_1 O_2$.

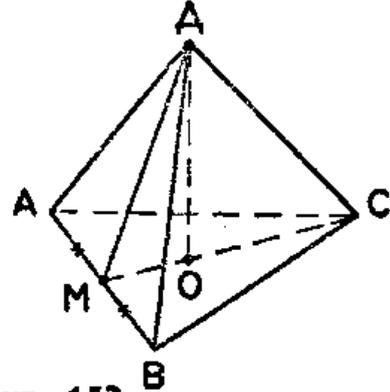
Найдите: $\angle \alpha$.



Задача 151.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $DO \perp (ABC)$.

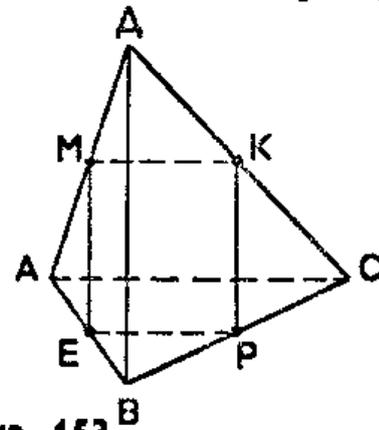
Докажите, что любые два скрещивающихся ребра взаимно перпендикулярны.



Задача 152.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $BE = EA$, $BP = PC$, $AM = MD$, $DK = KC$.

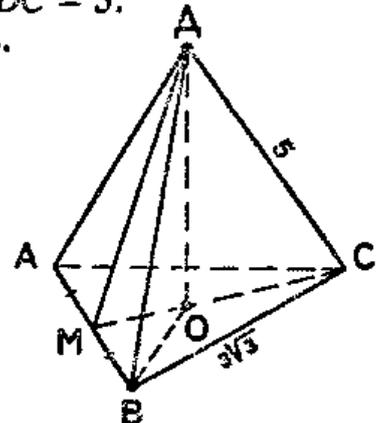
Доказать, что $EMKP$ — прямоугольник.



Задача 153.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, O — центр $\triangle ABC$, $BC = 3\sqrt{3}$, $DC = 5$.

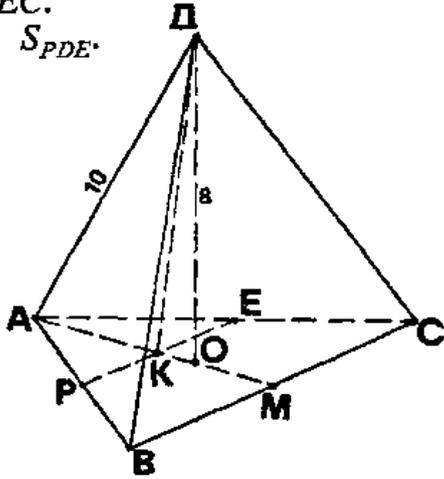
Найдите: S_{DMC} .



Задача 154.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, O — центр $\triangle ABC$, $AD = 10$, $DO = 8$, $AP = PB$, $AE = EC$.

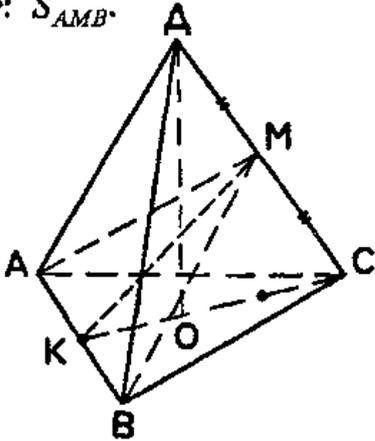
Найдите: S_{PDE} .



Задача 155 (прямая).

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $DO \perp (ABC)$, $BC = 3\sqrt{3}$, $DO = 8$, $DM = MC$.

Найдите: S_{AMB} .

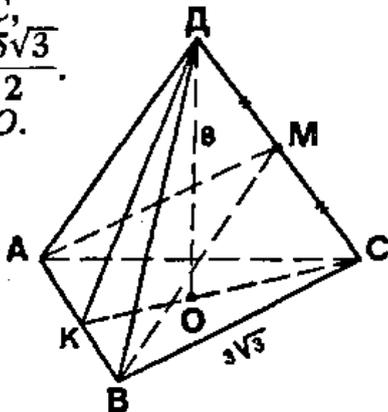


Задача 155 (первая обратная).

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $DO \perp (ABC)$, $BC = 3\sqrt{3}$, $DM = MC$,

$$S_{AMB} = \frac{15\sqrt{3}}{2}.$$

Найдите: DO .

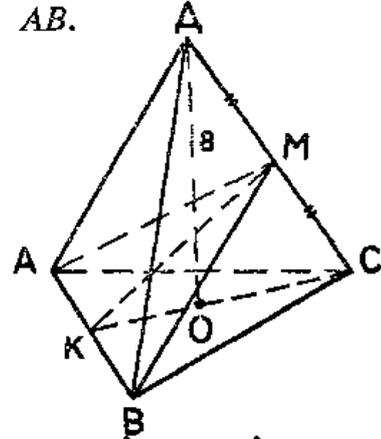


Задача 155 (вторая обратная).

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $DO \perp (ABC)$, $DM = MC$,

$$DO = 8, S_{AMB} = \frac{15\sqrt{3}}{2}.$$

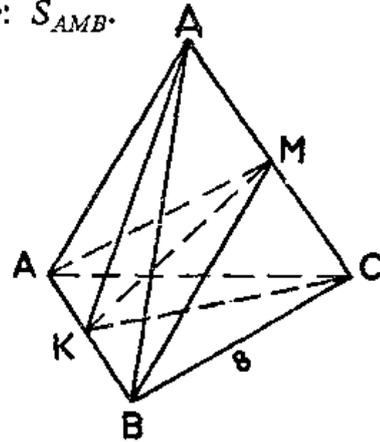
Найдите: AB .



Задача 156 (прямая).

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $AK = KB$, $BC = 8$, $DK = 3$, $(AMB) \perp DC$.

Найдите: S_{AMB} .

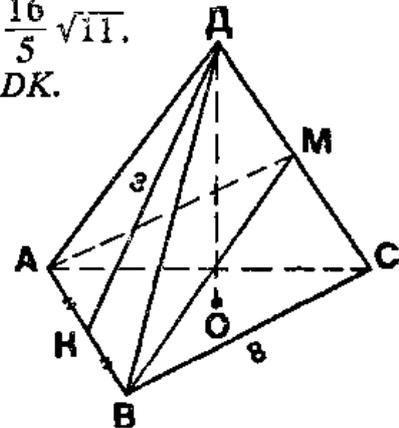


Задача 156 (обратная).

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $DO \perp (ABC)$, $AK = KB$, $BC = 8$, $(AMB) \perp DC$,

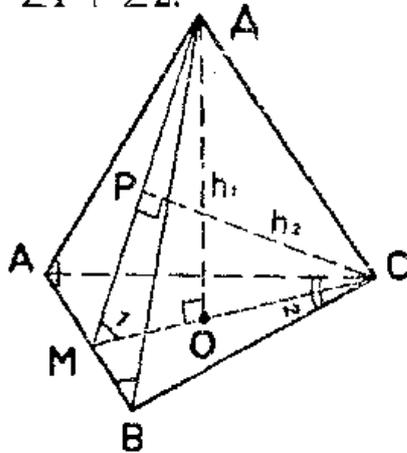
$$S_{AMB} = \frac{16}{5} \sqrt{11}.$$

Найдите: DK .



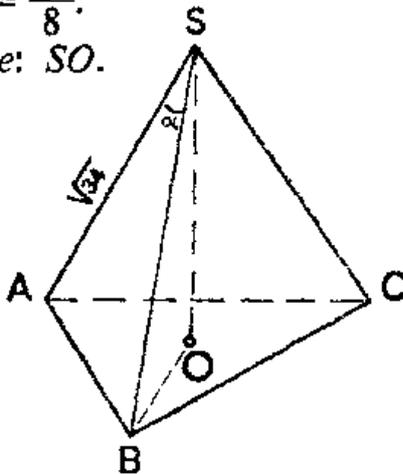
Задача 157.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $DO \perp (ABC)$, $MD \perp CP$, $3h_1 = 2h_2$, где $DO = h_1$, $CP = h_2$.
Найдите: $\angle 1 + \angle 2$.



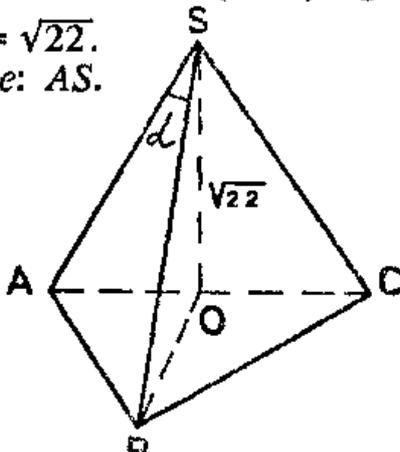
Задача 158 (прямая).

Дано: $SABC$ — правильная треугольная пирамида, $SO \perp (ABC)$, $AS = \sqrt{34}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{8}$.
Найдите: SO .



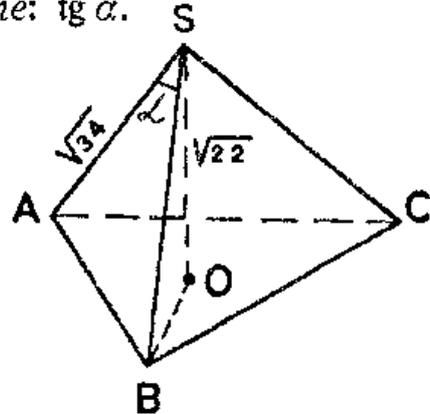
Задача 158 (первая обратная).

Дано: $SABC$ — правильная треугольная пирамида, $SO \perp (ABC)$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{8}$, $SO = \sqrt{22}$.
Найдите: AS .



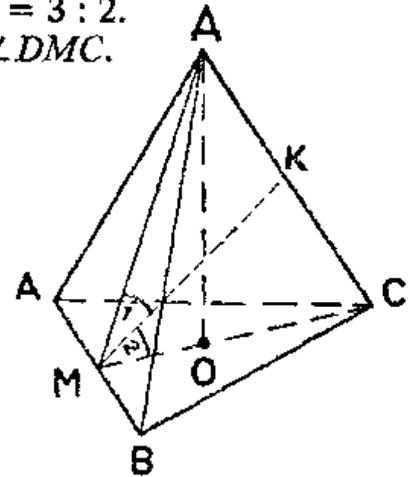
Задача 158 (вторая обратная).

Дано: $SABC$ — правильная треугольная пирамида, $SO \perp (ABC)$, $AS = \sqrt{34}$, $SO = \sqrt{22}$.
Найдите: $\operatorname{tg} \alpha$.



Задача 159.

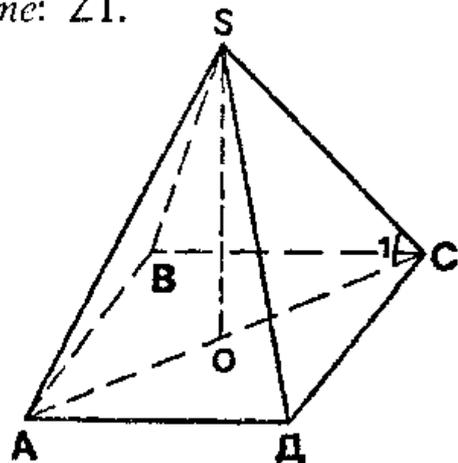
Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $DO \perp (ABC)$, $\angle 1 = \angle 2$, $CK : KD = 3 : 2$.
Найдите: $\angle DMC$.



9. Правильная четырехугольная пирамида

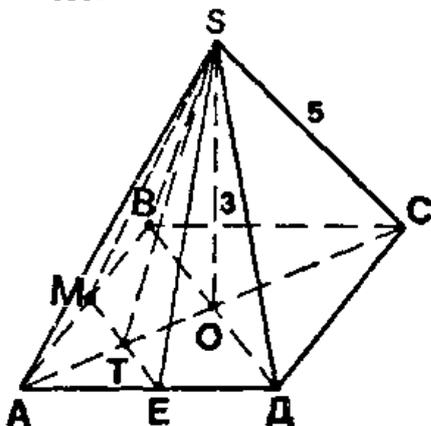
Задача 160.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $AS = AD$.
Найдите: $\angle 1$.



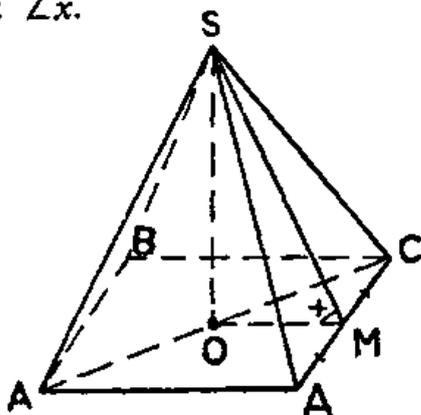
Задача 161.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $SC = 5$,
 $SO = 3$, $AM = MB$, $AE = ED$.
 Найдите: S_{MSE} .



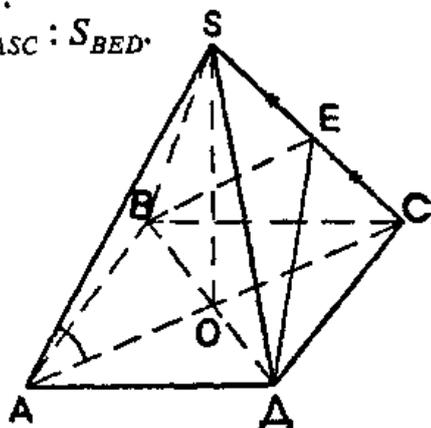
Задача 162.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $DM = MC$,
 $SO \perp (ABC)$, $S_{ASC} : S_{DSC} = \sqrt{2} : 2$.
 Найдите: $\angle x$.



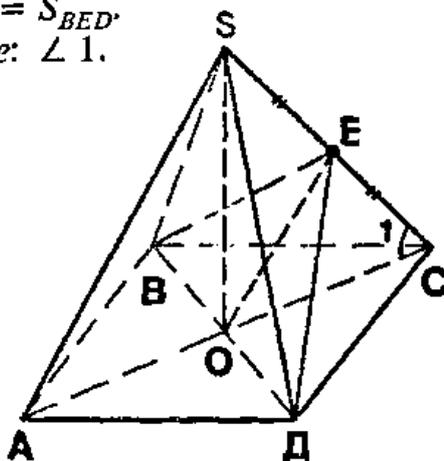
Задача 163.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $SE = EC$,
 $\angle 1 = 60^\circ$.
 Найдите: $S_{ASC} : S_{BED}$.



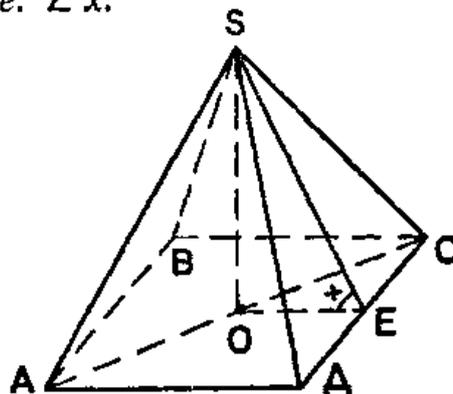
Задача 164.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $SE = EC$,
 $S_{ASC} = S_{BED}$.
 Найдите: $\angle 1$.



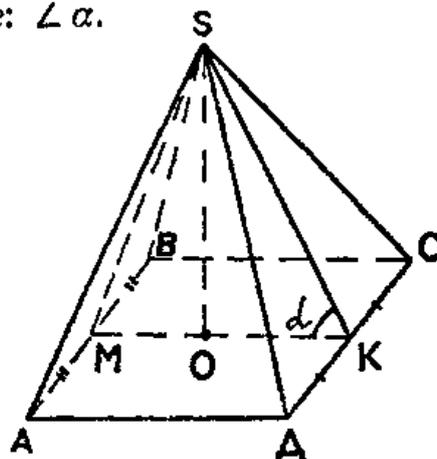
Задача 165.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $DE = EC$,
 $SO \perp (ABC)$, $S_{ASC} : S_{ABCD} = \sqrt{6} : 4$.
 Найдите: $\angle x$.



Задача 166.

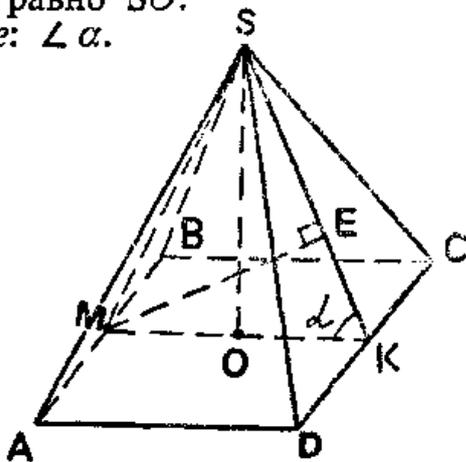
Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $SO \perp (ABC)$,
 $AM = MB$, $DK = KC$, $S_{DCS} = 2S_{MSK}$.
 Найдите: $\angle \alpha$.



Задача 167.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $SO \perp (ABC)$, расстояние от точки A до плоскости DSC равно SO .

Найдите: $\angle \alpha$.

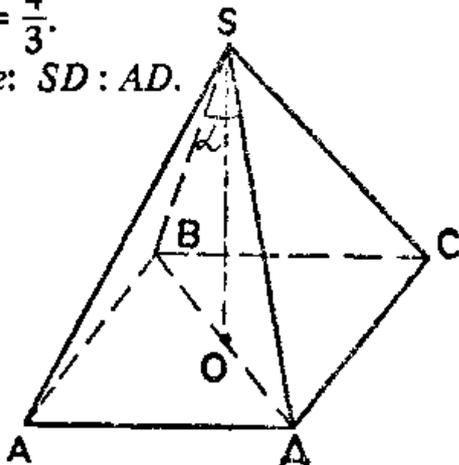


Задача 168.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $SO \perp (ABC)$,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}.$$

Найдите: $SD : AD$.



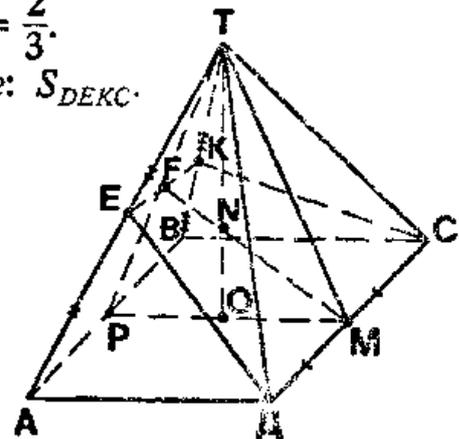
Задача 169 [прямая].

Дано: $TABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $TO \perp (ABC)$,

$$AE = TE, BK = KT, DM = MC = 2,$$

$$MN = \frac{2}{3}.$$

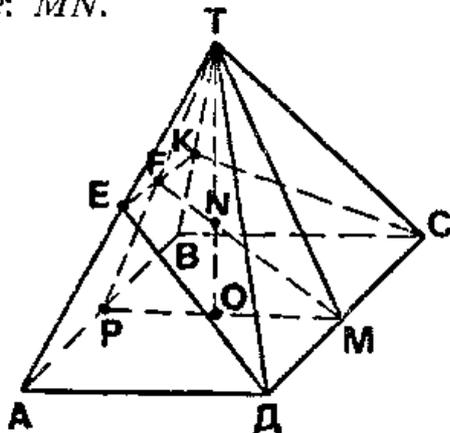
Найдите: S_{DEKC} .



Задача 169 [первая обратная].

Дано: $TABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $AE = ET$, $BK = KT$, $DM = MC = 2$, $S_{DEKC} = 3$.

Найдите: MN .



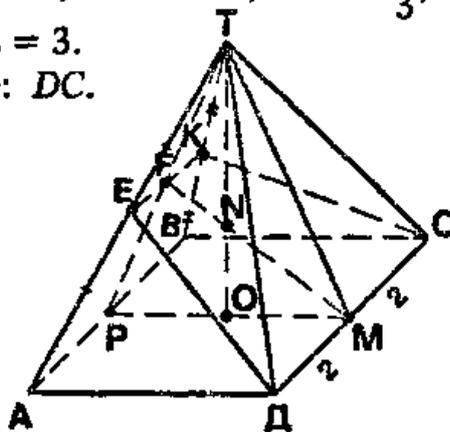
Задача 169 [вторая обратная].

Дано: $TABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $TO \perp (ABC)$,

$$AE = ET, BK = KT, MN = \frac{2}{3},$$

$$S_{DEKC} = 3.$$

Найдите: DC .



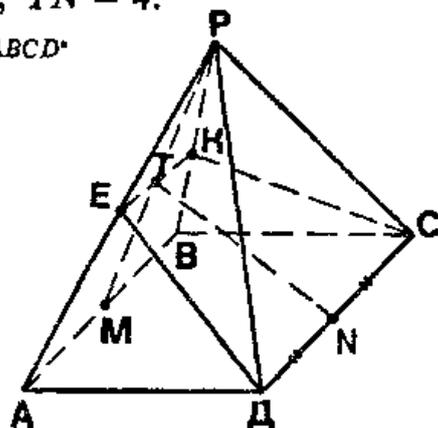
Задача 170.

Дано: $PABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, T — точка пересечения медиан в треугольнике PBA ,

$$EK \parallel AB, S_{DEKC} = 16,$$

$$DN = NC, TN = 4.$$

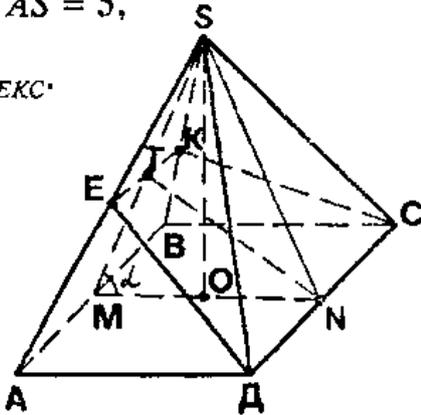
Найдите: P_{ABCD} .



Задача 171.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, T — центр окружности, описанной вокруг $\triangle ASB$, $EK \parallel AB$, $AS = 5$, $AB = 6$.

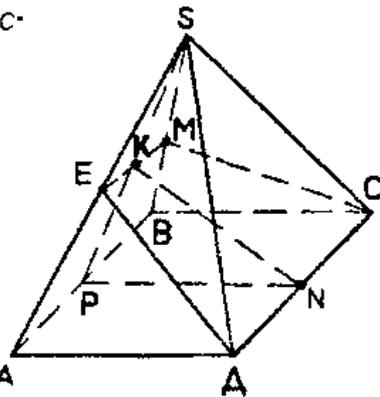
Найдите: S_{DEKC} .



Задача 172.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, K — точка пересечения высот треугольника ASB , $EM \parallel AB$, $AS = 5$, $AB = 6$.

Найдите: S_{DEMC} .

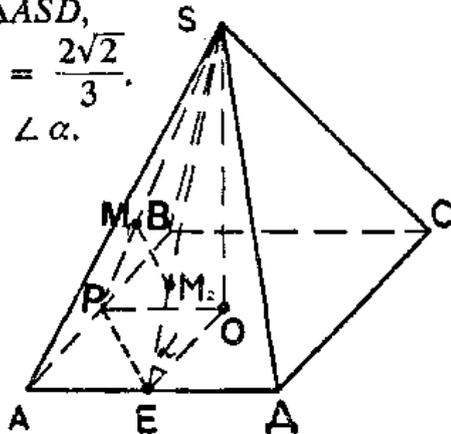


Задача 173. А

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $SO \perp (ABC)$, M_1 — точка пересечения медиан $\triangle ASB$, M_2 — точка пересечения медиан $\triangle ASD$,

$$\frac{M_1M_2}{SO} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Найдите: $\angle \alpha$.

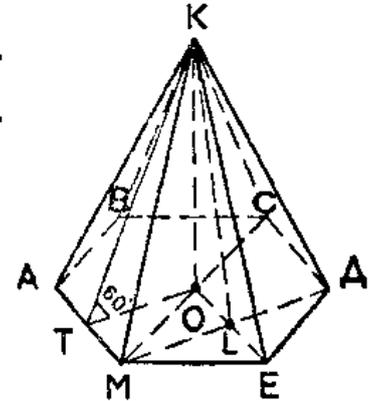


10. Правильная шестиугольная пирамида

Задача 174.

Дано: $KABCDEM$ — правильная шестиугольная пирамида, $KO \perp (ABC)$, $KT \perp AM$, $\angle KTO = 60^\circ$.

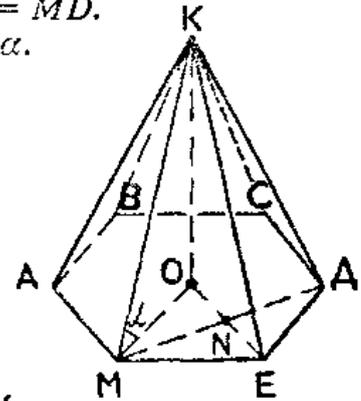
Найдите: $\frac{S_{MKD}}{S_{MKC}}$.



Задача 175.

Дано: $KABCDEM$ — правильная шестиугольная пирамида, $KO \perp (ABC)$, $MK = KD = MD$.

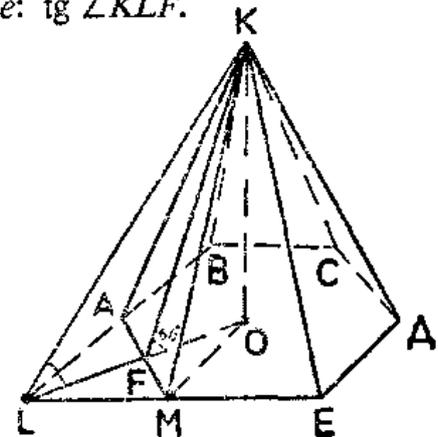
Найдите: $\cos \alpha$.



Задача 176.

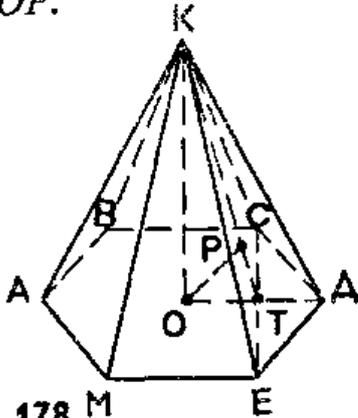
Дано: $KABCDEM$ — правильная шестиугольная пирамида, $KO \perp (ABC)$, L — точка пересечения прямых AB и ME , $\angle KFO = 60^\circ$.

Найдите: $\operatorname{tg} \angle KLF$.



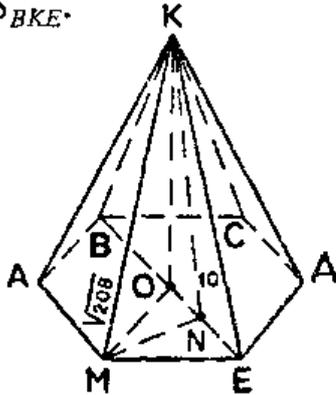
Задача 177.

Дано: $KABCDEM$ — правильная шестиугольная пирамида, $KO \perp (ABC)$, $S_0 = 54\sqrt{3}$, $KO = 4$, $OP \perp KT$.
Найдите: OP .



Задача 178.

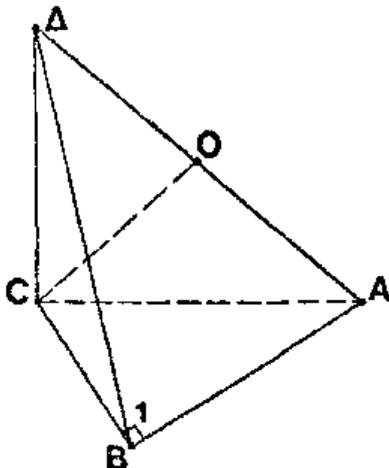
Дано: $KABCDEM$ — правильная шестиугольная пирамида, $KO \perp (ABC)$, $MN \perp BE$, $KM = \sqrt{208}$, $KN = 10$.
Найдите: S_{BKE} .



11. Неправильная пирамида

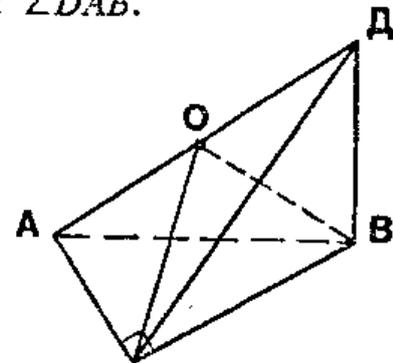
Задача 179.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида, $DC \perp (ABC)$, $\angle C = 90^\circ$, O — центр окружности, описанной вокруг $\triangle DAC$, $CO = 2$, $AC + CD = 6$.
Найдите: P_{ACD} .



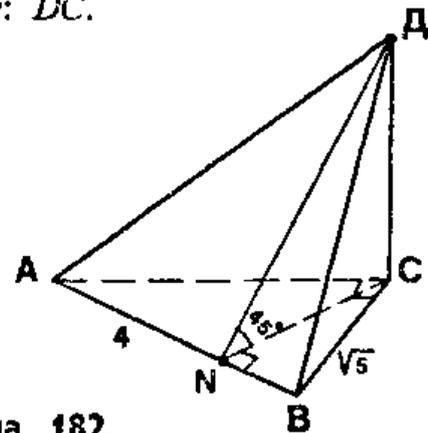
Задача 180.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида, $\angle ACB = 90^\circ$, $DB \perp (ABC)$, O — центр окружности, описанной вокруг $\triangle ADB$, $BO + CO = 2BD$.
Найдите: $\angle DAB$.



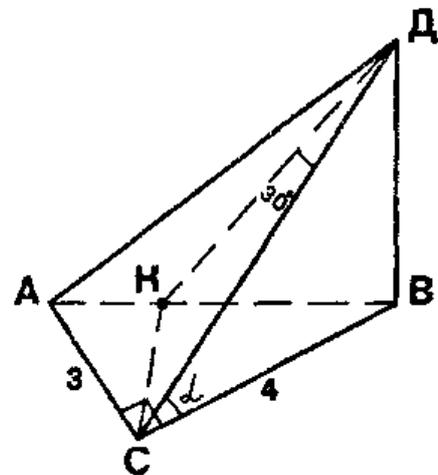
Задача 181.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида, $DC \perp (ABC)$, $\angle ACB = 90^\circ$, $CN \perp AB$, $\angle DNC = 45^\circ$, $BC = \sqrt{5}$, $AN = 4$.
Найдите: DC .



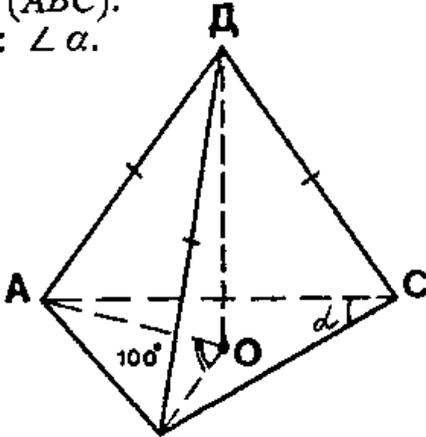
Задача 182.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида, $\angle ACB = 90^\circ$, $DB \perp (ABC)$, $AC = 3$, $BC = 4$, $CK \perp AB$, $\angle KDC = 30^\circ$.
Найдите: $\cos \alpha$.



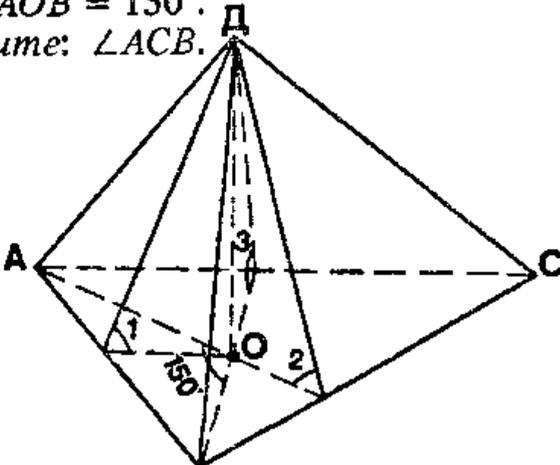
Задача 183.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $AD = DB = DC$, $\angle AOB = 100^\circ$,
 $DO \perp (ABC)$.
 Найдите: $\angle \alpha$.



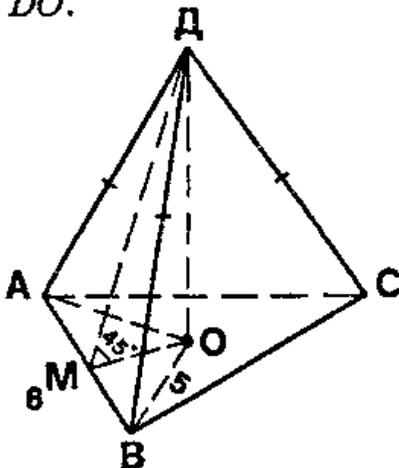
Задача 184. В

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $DO \perp (ABC)$, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$,
 $\angle AOB = 150^\circ$.
 Найдите: $\angle ACB$.



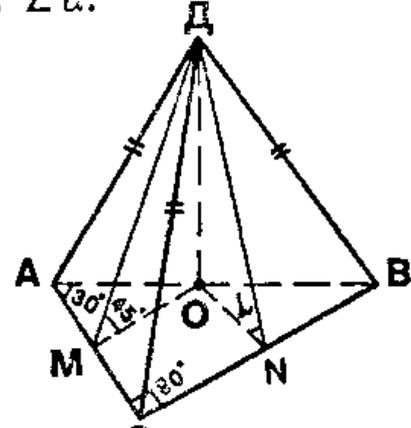
Задача 185. В

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $AD = DB = DC$, $DO \perp (ABC)$,
 $BO = 5$, $AB = 6$, $\angle DMO = 45^\circ$.
 Найдите: DO .



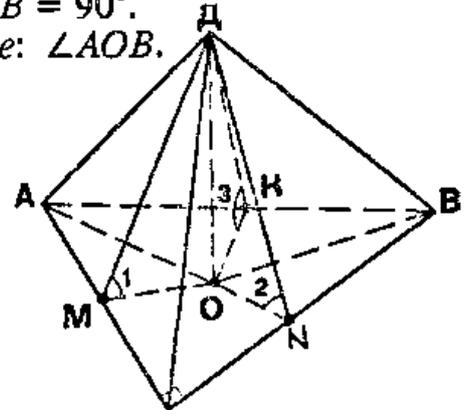
Задача 186.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$,
 $\angle DMO = 45^\circ$, $DA = DC = DB$,
 $DO \perp (ABC)$, $OM \perp AC$, $DN \perp CB$.
 Найдите: $\angle \alpha$.



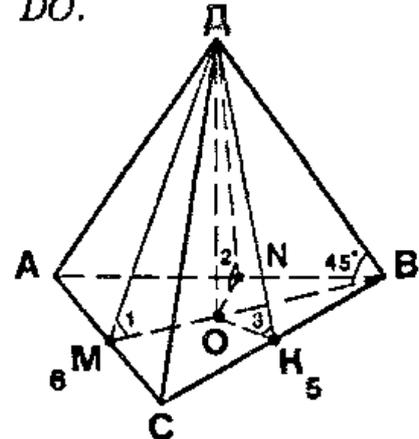
Задача 187. С

Дано: $SABC$ — треугольная пирамида,
 $DM \perp AC$, $DN \perp CB$, $DK \perp AB$,
 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, $DO \perp (ABC)$,
 $\angle ACB = 90^\circ$.
 Найдите: $\angle AOB$.



Задача 188. С

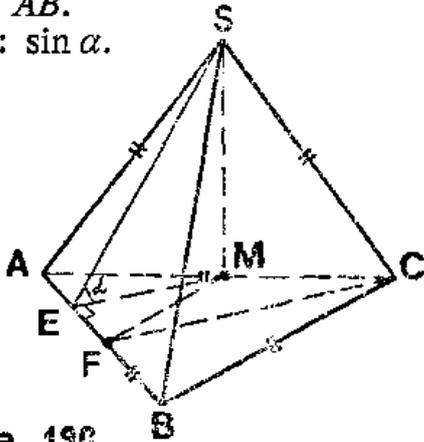
Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $AB = BC = 5$, $AC = 6$, $DO \perp (ABC)$,
 $DM \perp AC$, $DK \perp BC$, $AN \perp AB$,
 $\angle DBO = 45^\circ$, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.
 Найдите: DO .



Задача 189.

Дано: $SABC$ — треугольная пирамида,
 $(ASC) \perp (BAC)$, $SM \perp (ABC)$,
 $AS = SC = AC = AB = BC$,
 $ME \perp AB$.

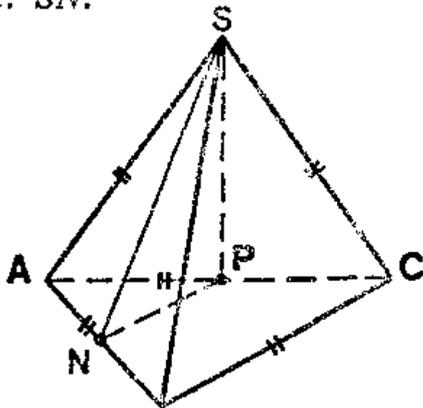
Найдите: $\sin \alpha$.



Задача 190.

Дано: $SABC$ — треугольная пирамида,
 $AB = AC = BC = AS = SC$,
 $(ASC) \perp (ABC)$, $AC = 2$, $AN = NB$.

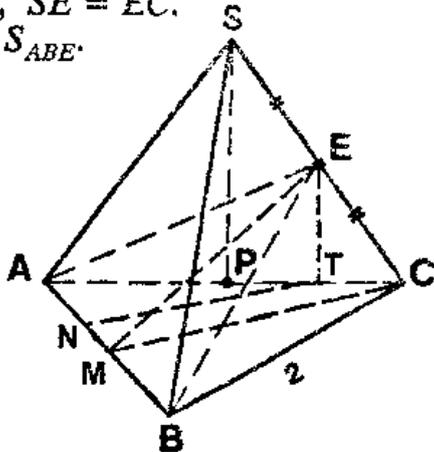
Найдите: SN .



Задача 191. В

Дано: $SABC$ — треугольная пирамида,
 $AB = AC = BC = AS = SC$,
 $SP \perp (ABC)$, $(ASC) \perp (ABC)$,
 $AC = 2$, $SE = EC$.

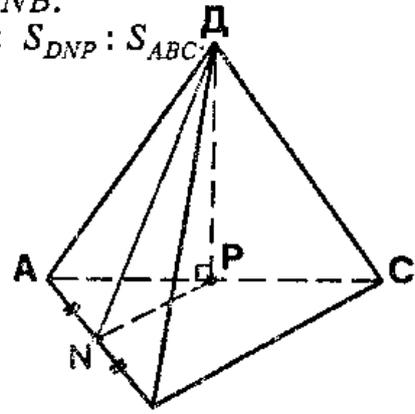
Найдите: S_{ABE} .



Задача 192.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $AB = BC = AC = DC = DA$,
 $(ADC) \perp (ABC)$, $DP \perp (ABC)$,
 $AN = NB$.

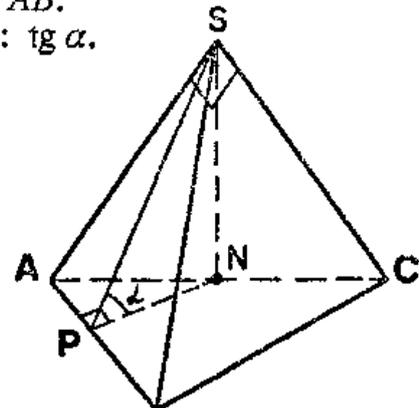
Найдите: $S_{DNP} : S_{ABC}$.



Задача 193. В

Дано: $SABC$ — треугольная пирамида,
 $AB = BC = AC$, $(ASC) \perp (ABC)$,
 $SN \perp (ABC)$, $AS = SC$, $\angle ASC = 90^\circ$,
 $NP \perp AB$.

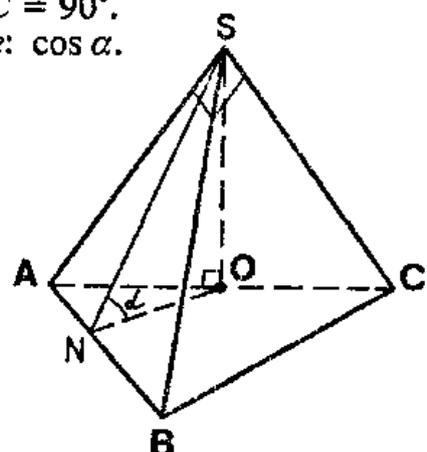
Найдите: $\operatorname{tg} \alpha$.



Задача 194. В

Дано: $SABC$ — треугольная пирамида,
 $AB = BC = AC$, $(ASC) \perp (ABC)$,
 $AS = SC$, $SO \perp AC$, $ON \perp AB$,
 $\angle ASC = 90^\circ$.

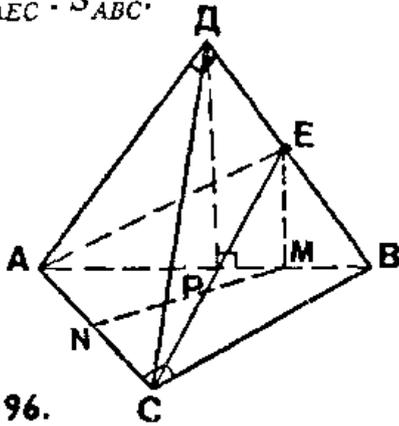
Найдите: $\cos \alpha$.



Задача 195.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ADB = 90^\circ$,
 $AD = DB$, $(ADB) \perp (ABC)$,
 $\angle DPB = 90^\circ$, $BE = ED$.

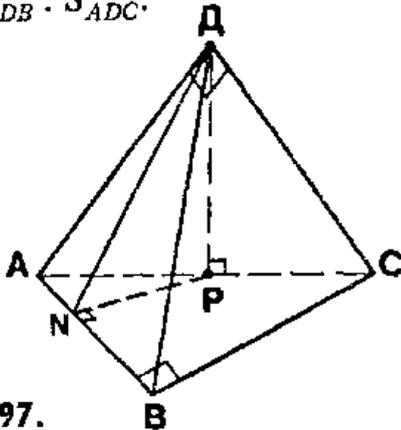
Найдите: $S_{AEC} : S_{ABC}$.



Задача 196.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, $AB = BC$,
 $AD = DC$, $DP \perp AC$.

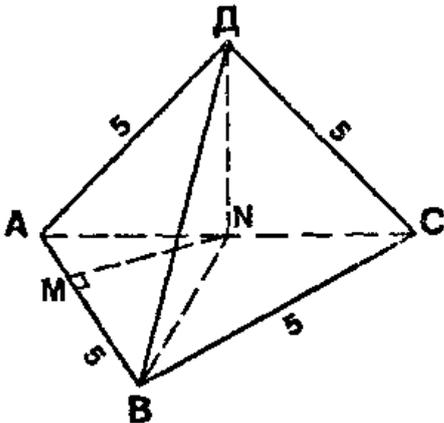
Найдите: $S_{ADB} : S_{ADC}$.



Задача 197.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $AB = BC = AD = DC = 5$, $AC = 6$,
 $(ADC) \perp (ABC)$.

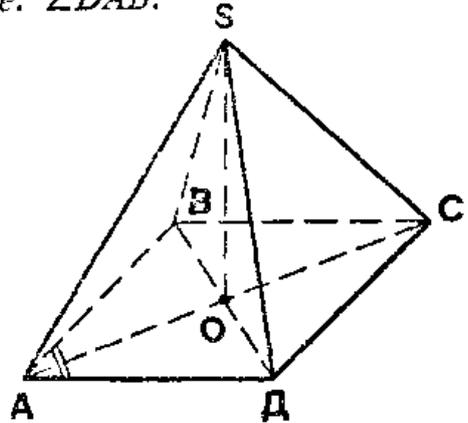
Найдите: S_{ADB} .



Задача 198.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида,
 $ABCD$ — параллелограмм,
 $SA = SB = SC = SD$.

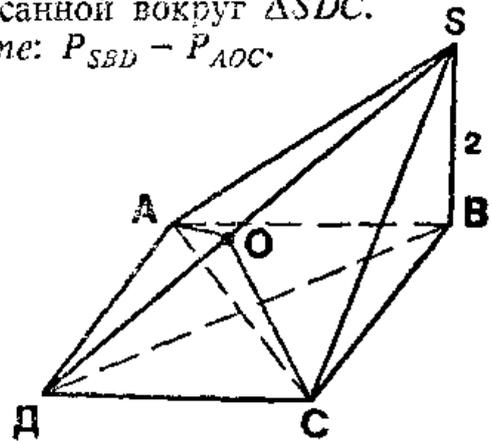
Найдите: $\angle DAB$.



Задача 199.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида,
 $ABCD$ — квадрат, $SB = 2$,
 $SB \perp (ABC)$, O — центр окружности,
 описанной вокруг $\triangle SDC$.

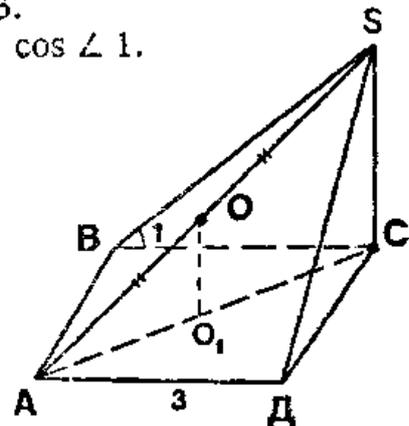
Найдите: $P_{SBD} - P_{AOC}$.



Задача 200.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида,
 $ABCD$ — квадрат, $SC \perp (ABC)$, O — центр окружности,
 описанной вокруг $\triangle SAD$, $CO = 2,5$,
 $AD = 3$.

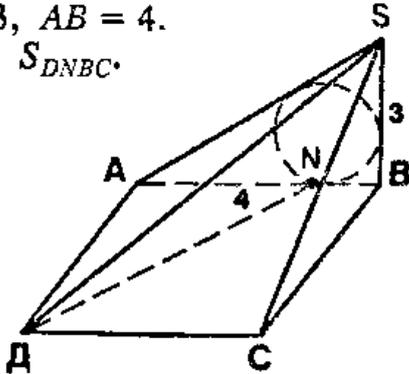
Найдите: $\cos \angle 1$.



Задача 201.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — квадрат, $SB \perp (ABC)$, N — точка касания окружности, вписанной в $\triangle ASB$, $SB = 3$, $AB = 4$.

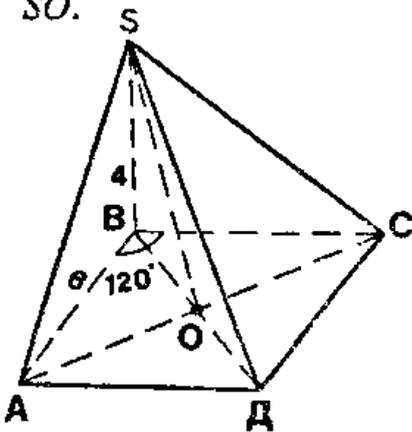
Найдите: S_{DNBC} .



Задача 202.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — ромб, $SB \perp (ABC)$, $\angle ABC = 120^\circ$, $P_{ABCD} = 24$, $SB = 4$.

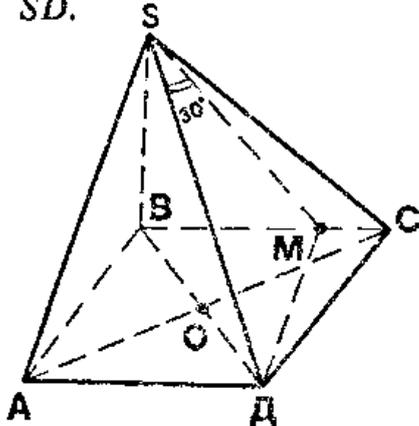
Найдите: SO .



Задача 203.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — ромб, $SB \perp (ABC)$, $AC = 8$, $BD = 6$, $DM \perp BC$, $\angle DSM = 30^\circ$.

Найдите: SD .

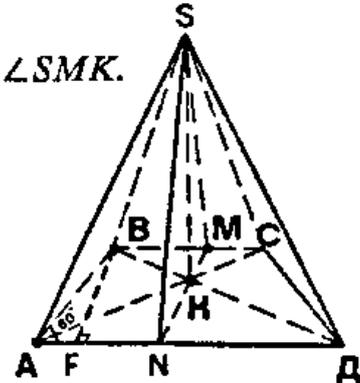


Задача 204.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — трапеция, в которую можно вписать окружность, $AB = CD$, $\angle BAD = 60^\circ$, $AN = ND$, $BM = MC$.

Найдите:

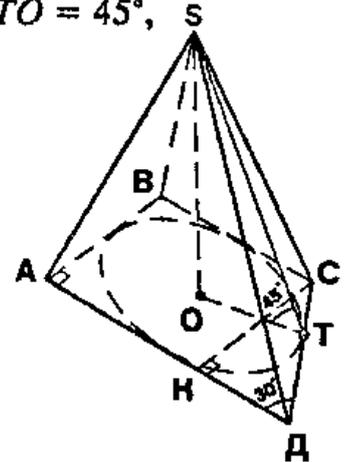
$$\operatorname{tg} \angle SNK : \operatorname{tg} \angle SMK.$$



Задача 205.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $SO \perp (ABC)$, $ABCD$ — трапеция, $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle CDA = 30^\circ$, O — центр вписанной окружности, T — точка касания вписанной окружности, $\angle STO = 45^\circ$, $AD + BC = 6$.

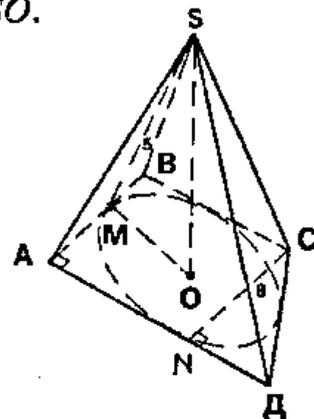
Найдите: SO .



Задача 206.

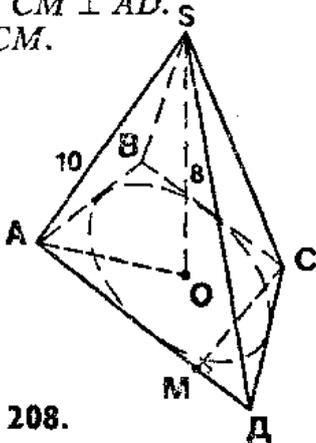
Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — трапеция, $\angle BAD = 90^\circ$, $SM \perp AB$, $SM = 5$, $CN \perp AD$, $CN = 8$, $SO \perp (ABC)$, O — центр вписанной окружности.

Найдите: SO .



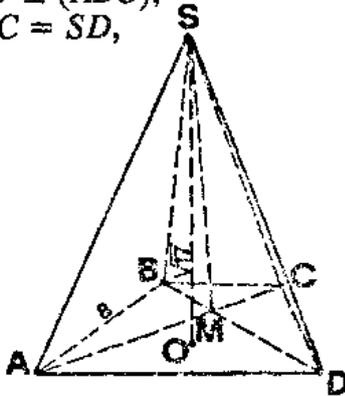
Задача 207.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — трапеция, $\angle BAD = 90^\circ$, O — центр вписанной окружности, $SO \perp (ABC)$, $AS = 10$, $SO = 8$, $CM \perp AD$.
Найдите: CM .



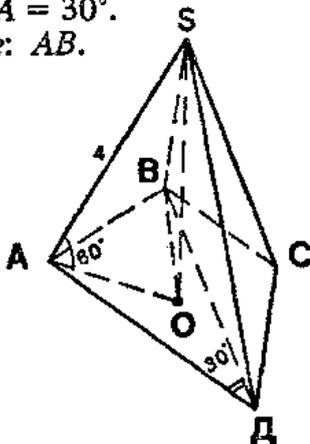
Задача 208.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — трапеция, $AC \perp BD$, $SO \perp (ABC)$, $AS = SB = SC = SD$, $SO = \sqrt{17}$, $AB = 8$.
Найдите: AS .



Задача 209.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — трапеция, $SO \perp (ABC)$, $\angle SAO = \angle SBO = \angle SCO = \angle SDO = 60^\circ$, $AS = 4$, $\angle BDA = 30^\circ$.
Найдите: AB .

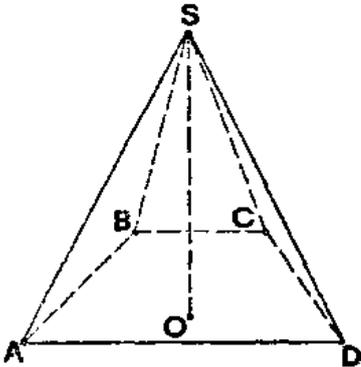


Задача 221.

Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 7, а сторона основания равна 8. Найдите боковое ребро.

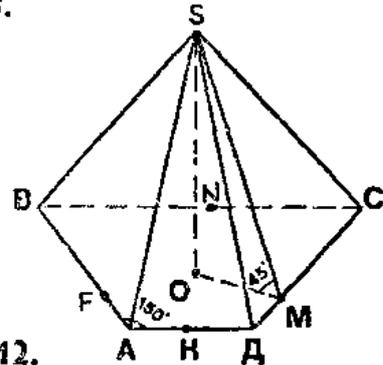
Задача 210.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — трапеция, $SO \perp (ABC)$, $SA = SB = SC = SD$, $AB = 2$.
Найдите: CD .



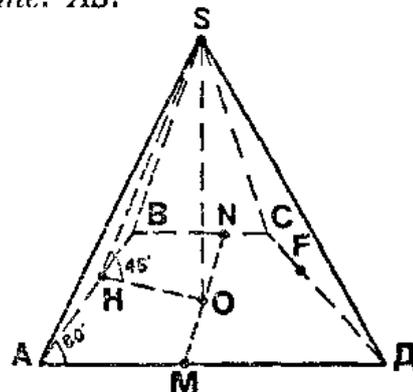
Задача 211.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — трапеция, $AB = DC$, $SF \perp AB$, $AK \perp AD$, $SM \perp DC$, $SN \perp BC$, $OM = 4$, $\angle SFO = \angle SKO = \angle SMO = \angle SNO = 45^\circ$, $\angle BAD = 150^\circ$.
Найдите: AB .



Задача 212.

Дано: $SABCD$ — четырехугольная пирамида, $AB = CD$, $SK \perp AB$, $SN \perp BC$, $SF \perp CD$, $SM \perp AD$, $\angle SKO = \angle SNO = \angle SFO = \angle SMO = 45^\circ$, $MN = 2$, $\angle BAD = 60^\circ$.
Найдите: AS .



Задача 222.

Основанием пирамиды служит параллелограмм, у которого стороны равны 3 и 7, а одна из диагоналей 6. Высота пирамиды, проходящая через точку пересечения диагоналей основания, равна 4. Найдите боковые ребра пирамиды.

Задача 223.

Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого основание равно 6 и высота 9; боковые ребра равны между собой и каждое содержит 13. *Найдите* высоту этой пирамиды.

Задача 224.

Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого основание равно 12, а боковая сторона 10. Боковые грани образуют с основанием равные двугранные углы, равные по 45° . *Найдите* высоту этой пирамиды.

Задача 225.

Основание пирамиды — прямоугольник со сторонами 6 и 8; каждое боковое ребро пирамиды равно 13. *Найдите* высоту пирамиды.

Задача 226.

Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 14, а длина бокового ребра 10. *Найдите* площадь диагонального сечения.

Задача 227.

Сечение, параллельное основанию, делит высоту пирамиды в отношении 3:4 (от вершины к основанию), а площадь сечения меньше площади основания на 200. *Найдите* площадь основания.

Задача 228.

Высота пирамиды равна 16; площадь основания равна 512. На каком расстоянии от основания находится сечение, параллельное основанию, равное 50?

Задача 229.

В пирамиде площадь основания равна 150, площадь параллельного сечения 54, расстояние между ними равно 14. *Найти* высоту пирамиды.

Задача 230.

Высота правильной четырехугольной усеченной пирамиды равна 7. Стороны оснований 10 и 2. *Найдите* боковое ребро пирамиды.