



МАТЕМАТИКА. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС

В ПОМОЩЬ ПОВТОРЯЮЩИМ МАТЕМАТИКУ ПО СПРАВОЧНИКАМ

Тема 3. УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Содержание

1. Уравнения с одним неизвестным
2. Уравнения, содержащие неизвестное в знаменателе дроби
3. Системы двух линейных уравнений
4. Приёмы решения систем линейных уравнений
5. Квадратные уравнения.
6. Теорема Виета
7. Устное решение квадратных уравнений, имеющих рациональные корни, с использованием теоремы Виета.
8. Разложение квадратного трёхчлена на множители

Уравнения с одним неизвестным

Решить уравнения

	А	Б	В	Г
1	$72 : x = 9$	$5 \cdot x = 10$	$4 \cdot x = 12$	$x : 9 = 4$
2	$4 \cdot x = 20$	$3 \cdot x = 6$	$x : 8 = 3$	$5 \cdot x = 20$
3	$x \cdot 7 = 14$	$6 \cdot x = 6$	$x : 7 = 6$	$x \cdot 4 = 12$
4	$x : 4 = 16$	$x : 3 = 5$	$x \cdot 3 = 15$	$x \cdot 5 = 25$
5	$3 \cdot x = 15$	$5 \cdot x = 25$	$7 \cdot x = 21$	$3 \cdot x = 3$

$40 - 42 : x = 33$	$23 \cdot x - 48 = 44$
$x : 17 = 22 - 18$	$50 - 3 \cdot x = 26$
$36 + x : 4 = 43$	$18 \cdot x = 100 - 46$

	А	В	С
1	$67 - 9x = 13$	$82 - 8x = 18$	$(61 - y) \cdot 7 = 168$
2	$45 - x : 3 = 18$	$(82 - x) \cdot 8 = 208$	$(174 - x) : 6 = 27$
3	$12(195 - n) = 132$	$13(54 + 2n) = 910$	$(96x + 298) : 23 = 38$
4	$(45 - x) : 3 = 6$	$(83 - x) : 3 = 9$	$162 : x + 99 = 108$
5	$27 : m + 69 = 72$	$625 : m - 89 = 36$	$(t + 89) : 2 = 56$
6	$(25z + 78) : 19 = 12$	$(83z - 45) : 18 = 39$	$91 - 13x = 13$

1. Решить уравнения

а $5x = -7$

в $0x = \frac{11}{12}$

д $0,08y = 0,3$

б $8x = 0$

г $0x = 0$

е $\frac{3}{7}x = -\frac{1}{21}$

2. Решить уравнения

а $3(x-7) - 2(2x+4) = 7$

г $3(x+1) - 2(x-5) = x$

б $5 - 3(x-9) = 5(x+4)$

д $4(3x-1) - 2(2x+4) = 7$

в $5x - 4(x-3) = 2 - 3(x+1)$

е $2(x-1) - (3x+4) = -6-x$

3. Решить уравнения

1 $|x| = 5$

4 $4,5 : 0,5 = 3,6 : a$

2 $|z| = 0$

5 $b : 3\frac{1}{4} = 2\frac{2}{3} : 1\frac{1}{12}$

3 $|y| = -4$

6 $c : 2\frac{3}{8} = 3,6 : 0,19$

4. Вписать пропущенные числа в уравнение, если известно, что оно имеет бесконечное множество решений

а $\square x - 7 = 4x + \triangle$

б $\square x + 5 = \triangle x - \square$

в $3(x-5) - \square(x+1) = \triangle$

5. Вписать пропущенные числа в уравнение, если известно, что оно имеет нулевое решение.

а $5x - \square(x-1) = 7$

в $3x - 2(x - \triangle) = \square x$

б $\square x - 3(x-4) = \triangle$

Справочный отдел

Абсолютная величина (модуль) неотрицательного действительного числа равна этому числу; абсолютная величина отрицательного действительного числа равна противоположному числу:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

6. Решить уравнения

1) $55 = 20 + (x - 11)$; 2) $3x - (2x - 5) = 15$;

3) $20 = 26 - (x - 4)$; 4) $55 = 70 - (x - 5)$.

1) $(4x - 4) - (3x - 3) = 1$;

2) $(x - 1) + (x - 2) - (x - 3) = -4$;

7. Какое число надо прибавить:

1) к 10, чтобы получить 3?

2) к 15, чтобы получить (-3) ?

3) к 42,3, чтобы получить 28,8?

4) к $(-7,4)$, чтобы получить 7,4?

5) Какое число надо отнять от числа 5, чтобы в остатке получить 100?

6) К числу a прибавили 2 и получили в сумме (-5) .
Найти число a .

7) Я задумал число, прибавил к нему 10 и получил (-17) . Какое число я задумал?

8) Я задумал число, прибавил к нему (-8) и получил 15. Какое число я задумал?

Следующие уравнения решить относительно буквы x :

8. 1) $(5x - 3a) - (2x + 5a) = 4a$;

2) $(x + 5b) - (3b - 2x) = 17b$;

3) $4x - (3m - x) + (8x - 5m) = 5m$;

4) $(x + a) + (x + 2a) - (x - 3a) = 8a$.

9. 1) $x^2 - (x + t) - (x^2 - 2x - 3t) = 0$;

2) $(6x - 4m) - (2x^2 + x) + (2x^2 - m) = 0$.

10. а) $7x - 4 - (5x + 3) = 3$ д) $(3y - 4)(y - 2) = 3y^2$
б) $7y - (6y + 3) = 49$ е) $x^2 - (x - 4)(x - 2) = 7$
в) $3(y + 1) - 4(y - 5) = 18$ ж) $(y - 3)(2y + 1) - 2(y^2 - 4y + 1) = 7$
г) $7 - 3(x + 5) + 2(3x - 5) = -18$

Решить уравнения:

11. 1) $8(x+3)=48$; 2) $5(x-1)=30$;
3) $(z+2) \cdot 4=60$; 4) $(2x-1) \cdot 9=36$.
12. 1) $3(y-5)+8=17$; 2) $5(x-2)-9=11$;
3) $6(x-3)+2(x+2)=10$;
4) $5(x-1)-4(x-3)=-20$.

Решить уравнения:

13. 1) $(3x-1)(2x+7)-(x+1)(6x-5)=16$;
2) $3x^2-(3x+2)(x-1)=8$;
3) $(3x-2)(2x+3)-(6x^2-85)=99$;
4) $(3y+1)(4y-5)-(6y-11)(2y-7)=24$;
5) $(x+1)(x+2)-(x-3)(x+4)=6$.
14. Решить уравнения:
- 1) $x(x+2)-(x+3)(x-3)=13$;
2) $4x(x-1)-(2x+5)(2x-5)=1$;
3) $3x-5(x-1)(x+1)+5(x+2)(x-2)=6$;
15. Решить уравнения:
- 1) $x^2-(x-2)^2=16$; 2) $3(x-1)^2-3x(x-5)=21$;
3) $(3x+5)(3x-5)-(3x-1)^2=10$;
4) $2(2x+1)^2-8(x+1)(x-1)=34$.

16. Показать, что следующие равенства верны при любых значениях x :

- 1) $4(x+1)=4x+4$; 2) $3x-4=4(x-1)-x$;
3) $2(x+7)-19=2x-5$; 4) $x^2-9=(x+3)(x-3)$.

17. Показать, что следующие уравнения не имеют корней:

- 1) $2x=2(x+3)$; 2) $x+1=x$;
18. 1) $\frac{5x-4}{2}=\frac{16x+1}{7}$; 2) $\frac{5-z}{8}=\frac{18-5z}{12}$;
3) $\frac{1-9y}{5}=\frac{19+3y}{8}$; 4) $\frac{4t+33}{21}=\frac{17+t}{14}$.
19. 1) $1-\frac{2u-5}{6}=\frac{3-u}{4}$; 2) $\frac{3y+12}{4}=2-\frac{5y-7}{3}$;

20. (а) $\frac{y-2}{3} - \frac{y+1}{2} = 1$ (в) $\frac{3y+1}{2} = -1 - \frac{y}{3}$

(б) $\frac{2y+1}{4} - \frac{y-1}{3} = 2$ (г) $\frac{2y-1}{6} - \frac{y+2}{4} = 3$

21. 1) $\frac{5x+3}{2} + \frac{3x-8}{4} = 4$; 2) $\frac{5-y}{2} - y = 1$;
 3) $\frac{2z-3}{5} - \frac{z-6}{4} = 3$; 4) $\frac{5x-6}{3} - \frac{5x+6}{12} = 1$.

22. 1) $\frac{4x-3}{2} - \frac{5-2x}{3} - \frac{3x-4}{3} = 5$;
 2) $\frac{9x-5}{2} - \frac{3+2x}{3} - \frac{8x-2}{4} = 2$;
 3) $\frac{5x-1}{7} + \frac{4x-3}{2} - \frac{3-2x}{2} = 6$;

23. Решить уравнения

(а) $\frac{6x+7}{7} - 3 = \frac{5x-3}{8}$

(г) $x - \frac{x-1}{3} - \frac{2x-5}{5} + \frac{x+8}{6} = 7$

(б) $10 - \frac{3x-1}{2} = \frac{6x+3}{11}$

(д) $2x + \frac{3x-1}{2} - \frac{5x-2}{3} = 2$

(в) $\frac{x+17}{5} - \frac{3x-7}{4} = -2$

24. 1) При каком значении n выражение $3n - 5$ и $7(n + 2)$ равны?

2) При каком значении a выражение $5(a - 3)$ больше выражения $3a + 7$ на 4

Уравнения, содержащие неизвестное в знаменателе дроби.

1. Указать, в чём заключается в решении следующего уравнения ошибка, которая при решении указанным ниже способом привела к нелепому результату.

Дано уравнение: $6x - 15 = 10x - 25$.

В каждой части уравнения выносим общие множители за скобку, получим: $3(2x - 5) = 5(2x - 5)$.

Делим обе части уравнения на одно и то же выражение: $2x - 5$. Получим: $3 = 5$!

Почему нельзя было разделить обе части уравнения на $2x - 5$?

2. Показать, что в следующих примерах приведение уравнений к целому виду вводит посторонние корни:

$$1) \frac{1}{x-2} + 3 = \frac{3-x}{x-2}; \quad 2) 5 + \frac{1}{x-4} = \frac{5-x}{x-4};$$

$$3) \frac{1}{x-5} + 6 = \frac{6-x}{x-5}; \quad 4) \frac{8-x}{x-7} = 8 + \frac{1}{x-7}.$$

3. Показать, что в следующих примерах приведение уравнений к целому виду не нарушает равносильности уравнений:

$$1) 2 - \frac{x-3}{x+3} = \frac{3x-1}{3x+1}; \quad 2) \frac{8x-5}{2x+5} = 5 - \frac{3x+7}{3x+2}.$$

Решить уравнения и проверить, удовлетворяют ли найденные значения неизвестного данным уравнениям:

$$4. \quad 1) \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+1}; \quad 2) \frac{3}{y-2} = \frac{2}{y-3};$$

$$3) \frac{x}{x-5} = \frac{x-2}{x-6}; \quad 4) \frac{z+1}{z-1} = \frac{z-5}{z-3}.$$

	A	B	C	D
1	$x + 0,7 = 4$	$x + 0,9 = 5,2$	$9,315 - x = 1,6$	$9,2 - x = 5,14$
2	$x - 3,2 = 7,9$	$x + 1,7 = 2,19$	$x + 2,9 = 5,1$	$8,5 + x = 9,06$
3	$8 - x = 1,6$	$3,8 + x = 5,102$	$0,67 + x = 1,08$	$1 - x = 0,73$
4	$3 + x = 6,2$	$x - 1,54 = 0,6$	$3,001 - x = 1,22$	$5 - x = 1,07$
5	$1,08 + x = 5,1$	$x - 5,27 = 4,23$	$x : 2 = 0,17$	$0,108 : x = 9$
6	$8,02 - x = 4,8$	$8,03 - x = 5,3$	$8 : x = 0,2$	$0,024 : x = 4$

	A	B	C
1	$13x - 7x - x = 201$	$6,5 - y = 8$	$8,2 - (7,2 - x) = -2,2$
2	$15x - 3x - 8x = 26$	$13,7 - p = 12$	$-6 + (a - 26) = -4$
3	$3x + 7x - x = 24,3$	$x - \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$	$(x + 3) - 19 = -24$
4	$8x - 3x + 4x = 41,4$	$-\frac{1}{18} + x = \frac{1}{12}$	$-(10 - y) + 33,5 = -30,4$
5	$3x + 12x - 3x = 3,84$	$\frac{7}{9} + x = 2\frac{1}{2}$	$24 - (35 + x) = 22$
6	$4(x - 8) = 0$	$(5x - 9) \cdot 3,8 = 0$	$(x + 3)(x - 8) = 0$
7	$(-9) \cdot (2,8 + x) = 0$	$(5 - 8x) \cdot 9,4 = 0$	$(x - 7)(x + 4) = 0$

	A	B	C
1	$4y + 7 = -3 + 5y$	$7y = -310 + 3y$	$-5 \cdot (0.8y - 1.2) = -y + 7.2$
2	$6 - 2y = 8 - 3y$	$3 + 11y = 203 + y$	$-4 \cdot (3 - 5x) = 18x - 7$
3	$2 \cdot (x - 18.2) = 7.6$	$(z - 4.81) : 3 = 3.89$	$4.8 \cdot (x + 3) = 2.4 \cdot (x - 6) + 36$
4	$(y - 6.15) : 2 = 4.9$	$5 \cdot (x + 1.2) = 0.5x - 7.5$	$3.5 \cdot (2x - 1) = 1.4 \cdot (x + 2) - 0.7$
5	$3 \cdot (x - 12.6) = 8.1$	$4 \cdot (x - 1.5) = 0.4x + 8.4$	$1.5 \cdot (4x - 3) = 0.3 \cdot (7x + 2) - 1.2$

5. 1) $\frac{3t-1}{3t+1} = 2 - \frac{t-3}{t+3}$; 2) $\frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1$;

3) $2 - \frac{3u}{3u-2} = \frac{2u-9}{2u-5}$; 4) $\frac{9x-7}{3x-2} - \frac{4x-5}{2x-3} = 1$.

6. 1) $\frac{8}{3t-3} - \frac{2+t}{t-1} = \frac{5}{2-2t} - \frac{5}{18}$;

2) $\frac{14}{3z-12} - \frac{2+z}{z-4} = \frac{3}{8-2z} - \frac{5}{6}$;

3) $\frac{y+5}{3y-6} - \frac{1}{2} = \frac{2y-3}{2y-4}$;

4) $\frac{10}{3} - \frac{7u+2}{6u+18} = 2 + \frac{3u-1}{4u+12}$.

7. 1) $\frac{2x-1}{2x+1} = \frac{2x+1}{2x-1} + \frac{8}{1-4x^2}$;

2) $\frac{12}{1-9x^2} = \frac{1-3x}{1+3x} + \frac{1+3x}{3x-1}$;

3) $\frac{t^2-3}{1-t^2} + \frac{t+1}{t-1} = \frac{4}{1+t}$;

4) $\frac{y^2+17}{y^2-1} = \frac{y-2}{y+1} - \frac{5}{1-y}$.

Системы линейных уравнений

1. Выразить из уравнения переменную Y через X и найти два каких-либо решения уравнения.

а $3x + 5y = 7$

г $x^2 + y = 5$

б $x - 7y = 1$

д $0x + 3y = 5$

в $xy = 3$

е $2x - 0y = 7$

2. Составить какое-либо линейное уравнение с двумя переменными, корнями которого служит пара чисел

а $(2; 1)$

г $(4; 0)$

б $(-3; 2)$

д $(0; -3)$

в $(-4; -1)$

е $(-3; 4)$

3. Вставить пропущенные числа, если известно, что данные уравнения имеют решение $(5; -2)$

а $3x + 5y = \square$

в $\square x - 3y = 5$

б $8x - \square y = 11$

4. Решить системы уравнений

а $\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ x = -1 \end{cases}$

в $\begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ x + 5 = 7 \end{cases}$

д $\begin{cases} 3x - 5y = -2 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$

б $\begin{cases} 7x - 3y = -1 \\ y = 5 \end{cases}$

г $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 5y = -2 \end{cases}$

е $\begin{cases} 6x - 5y = -4 \\ 3x - 4y = -5 \end{cases}$

5.). Решить системы уравнений

$$\textcircled{a} \begin{cases} 2(x-4) - 3(y+1) = -4 \\ 4(2x+y) + 3(x-3y) = 27 \end{cases} \quad \textcircled{б} \begin{cases} y - 2(x-7) = 13 \\ 7 - 3(x+2) = y \end{cases}$$

6. Составить систему уравнений, решением которой служит пара переменных

$$\textcircled{a} \quad x = -2, y = 1 \quad \textcircled{б} \quad x = 3, y = -1$$

Справочный отдел

Систему линейных уравнений с двумя неизвестными записывают в виде:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$$

то есть в левых частях уравнений оставляют члены, содержащие неизвестные, а в правых — свободные члены.

Решить систему уравнений на данном числовом множестве — значит найти все ее решения, которые принадлежат этому множеству, или доказать, что в этой области система решений не имеет.

Две системы уравнений называются равносильными, если все решения первой системы являются решениями второй и наоборот.

Приемы решения систем двух линейных уравнений

I. Способ подстановки. Из любого уравнения системы одно неизвестное выражают через другое и найденное выражение подставляют во второе уравнение системы.

Например, рассмотрим систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x - 2y = 9, \\ 3x + 7y = -11. \end{cases}$$

Из первого уравнения системы находим

$$x = \frac{2y + 9}{5}. \quad (*)$$

Подставляя вместо x выражение $(*)$ во второе уравнение системы, находим:

$$3 \left(\frac{2y + 9}{5} \right) + 7y = -11,$$

откуда получаем $y = -2$.

Подставляя найденное значение y в уравнение $(*)$, имеем $x = \frac{-4 + 9}{5} = 1$.

Ответ: $(1; -2)$.

II. Способ сложения. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - 5y = 5, \\ 3x - 2y = 13. \end{cases}$$

Умножим все члены первого уравнения на 2, а второго — на -5 . Тогда коэффициенты при y в полученных уравнениях будут противоположными числами:

$$\begin{cases} 4x - 10y = 10, \\ -15x + 10y = -65. \end{cases}$$

Теперь почленное сложение приведет к уравнению с одной переменной: $-11x = -55$. Отсюда $x = 5$. Подставив в первое уравнение значение $x = 5$, находим значение y : $10 - 5y = 5$, $y = 1$.

Ответ: $(5; 1)$.

III. Способ сравнения. Этот способ состоит в нахождении значения одной из переменных (например x) из каждого уравнения системы. Далее, приравняв найденные для x выражения, будем иметь уравнение с одной переменной.

Пример 1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 5x - 4y = 2, \\ 4x + 3y = 14. \end{cases}$$

Решение.

$$\begin{cases} x = \frac{4y + 2}{5}, & (*) \\ x = \frac{14 - 3y}{4}. & (**) \end{cases}$$

Тогда $\frac{4y + 2}{5} = \frac{14 - 3y}{4}$, откуда $y = 2$.

Подставляя найденное значение y в любое уравнение системы (*) или (**), получим $x = 2$.

Ответ: (2; 2).

Решение систем линейных уравнений при помощи определителей

Рассмотрим систему линейных уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

Если $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$, то она имеет единственное решение:

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \quad y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}.$$

Выражение $a_1b_2 - a_2b_1$ условимся обозначать символом $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, который называется **определителем второго порядка**. Определитель второго порядка раскрывается так:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1.$$

При помощи определителей решение данной системы можно записать в виде формул

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}.$$

Определитель $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \Delta$ назовем *главным*, определители $\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = \Delta_x$ и $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = \Delta_y$ соответственно *определителями для x и y* .

Итак, $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$ и $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$. Эти формулы для нахождения решений системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными называются *формулами Крамера*.

Как видим, главный определитель состоит из соответствующих коэффициентов при неизвестных в этой системе.

Определитель для каждого из неизвестных Δ_x и Δ_y получается из главного определителя, если в нем столбики коэффициентов при этой неизвестной заменить столбиком свободных членов.

Пример 2. Решить систему уравнений при помощи определителей:

$$\begin{cases} 3x - 8y = -2, \\ 7x - 10y = 4. \end{cases}$$

$$\text{Решение. } x = \frac{\begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 4 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -8 \\ 7 & -10 \end{vmatrix}} = \frac{20 + 32}{-30 + 56} = \frac{52}{26} = 2,$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 7 & 4 \end{vmatrix}}{26} = \frac{12 + 14}{26} = \frac{26}{26} = 1.$$

Ответ: (2; 1).

Упражнения

Решить систему уравнений способом подстановки:

1.
$$\begin{cases} 3x - 4y = 10, \\ 2x + 3y = 1. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 9x - 7y = 2, \\ 3x + 5y = 8. \end{cases}$$

Решить систему уравнений способом сложения:

3.
$$\begin{cases} 5x + 3y = 11, \\ 3x + 2y = 7. \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 5x - 8y = 2, \\ 3x + 4y = 10. \end{cases}$$

5. Построить отрезок прямой, соединяющий две точки с координатами:

1) $A(5; 4)$ и $B(-3; -2)$; 2) $C(-4; 2)$ и $D(5; -3)$.

6. 1) Построить треугольник по координатам его вершин A , B и C :

$A(4; 5)$; $B(8; 2)$; $C(-6; 3)$.

2) Построить четырёхугольник по координатам его вершин A , B , C , D :

$A(-3; 8)$; $B(10; 6)$; $C(5; -5)$; $D(-7; -4)$.

7. Решить графически следующие системы уравнений:

1)
$$\begin{cases} x + y = 6; \\ x - y = 2; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} x + y = 7; \\ x - y = 3; \end{cases}$$
 3)
$$\begin{cases} x + y = 4; \\ y = 3x. \end{cases}$$

8. 1)
$$\begin{cases} x = 2 + y; \\ 3x - 2y = 9; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} x = 3 + 2y; \\ 5x + y = 4. \end{cases}$$

9. 1)
$$\begin{cases} y = 11 - 2x; \\ 5x - 4y = 8; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} y = 2 - 4x; \\ 8x + 3y = 5. \end{cases}$$

10. 1)
$$\begin{cases} x - 3y = 12; \\ 2x + 4y = 90; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} x + 5y = 7; \\ 3x - 2y = 4. \end{cases}$$

11. 1)
$$\begin{cases} x + 2y = 11; \\ 5x - 3y = 3; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} 3x - y = 5; \\ 5x + 2y = 23. \end{cases}$$

12. 1)
$$\begin{cases} 2x + y = 8; \\ 3x + 4y = 7; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} 7x + 9y = 8; \\ 9x - 8y = 69. \end{cases}$$

13. 1)
$$\begin{cases} 2x + 5y = 15; \\ 3x + 8y = -1; \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} 2x + 3y = -4; \\ 5x + 6y = -7. \end{cases}$$

Решить систему уравнений способом сравнения и при помощи определителей:

$$14. \begin{cases} 8x - 3y = 5, \\ 2x + 7y = 9. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 5x + 4y = -2, \\ 3x - 5y = 21. \end{cases}$$

Решить систему уравнений

$$16. \begin{cases} 3x - 2y + z = 2, \\ x - 5y + 2z = -2, \\ 2x + 3y - 3z = 2. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2x + 3y - 5z = 2, \\ 3x - 2y - z = 3, \\ 4x + 5y - 3z = 10. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 8x - 3y - 2z = 7, \\ 3x - 2y + 5z = -4, \\ 2x + y - z = 4. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 4x - 3y - z = 0, \\ 2x + y - 2z = 1, \\ 3x + 4y - 5z = 2. \end{cases}$$

Решить систему уравнений:

$$20. \begin{cases} x - 2y = 11, \\ 3x + 2y = -7, \\ 4x + 7y = -31. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 3(x - 1) = 4y + 1, \\ 5(y - 1) = x + 1. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x = \frac{y - 3}{4} = \frac{z + 5}{2}, \\ x + 3y - 4z = 34. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 4(x + 2) = 1 - 5y, \\ 3(y + 2) = 3 - 2x. \end{cases}$$

Исследование систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными

Пусть дана система уравнений

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$$

где $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ — произвольные действительные числа.

Исследовать систему значит по ее коэффициентам установить, какой из приведенных ниже случаев имеет место:

1. Система имеет единственное решение.
2. Система не имеет решений (несовместна).
3. Система имеет бесконечное количество решений.

Как известно, каждое из линейных уравнений системы изображается в системе координат прямой линией. Поэтому очевидно, что:

- 1) Система имеет единственное решение, если графики уравнений имеют одну общую точку, координаты которой и являются решениями данной системы.
- 2) Система не имеет решений, если графики уравнений — взаимно параллельные прямые.
- 3) Система имеет бесконечное число решений, если графики уравнений совпадают (одна и та же прямая).

Система имеет бесконечное количество решений, если коэффициенты при соответствующих неизвестных и свободные члены пропорциональны.

$$\text{Итак, в этом случае } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}.$$

Система не имеет решений, если ее коэффициенты пропорциональны между собой, но не пропорциональны свободным членам системы.

$$\text{Итак, } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}.$$

Система имеет единственное решение, если коэффициенты при соответствующих неизвестных не пропорциональны между собой.

$$\text{имеем } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}.$$

1. Определить какая из систем имеет единственное решение, не имеет решения, имеет бесконечное множество решений.

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 6x - 9y = 15 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 5x - 7y = 1 \\ 10x - 14y = -5 \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} 3x = y + 5 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x + 7y = 8 \\ 2x + 3y = -3 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 4x - 12y = 2 \\ 2x + 6y = 1 \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} 0,2x - 0,5y = 3 \\ x - 2,5y = -4 \end{cases}$$

2. Вставить пропущенные числа, если известно, что данная система имеет бесконечное множество решений

$$\text{а) } \begin{cases} \square x + \triangle y = 5 \\ x - 7y = 1 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 1,5x - \square y = 0,25 \\ 3x + 9y = \triangle \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \square x - 2y = \triangle \\ 3x - 6y = -2 \end{cases}$$

3. Вставить пропущенные числа, если известно, что данная система не имеет решения

$$\text{а) } \begin{cases} \square x - 4y = \triangle \\ 7x - 2y = 3 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \square x - 3y = \triangle \\ \frac{1}{4}x - \frac{3}{2}y = 0,2 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x - \square y = 5 \\ 2,5x + 8y = \triangle \end{cases}$$

Справочный отдел

Квадратные уравнения

полные

приведенные

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$x^2 + bx + c = 0$$
$$b \neq 0, c \neq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

неполные

$$b = 0$$

$$c = 0$$

$$b = 0, c = 0$$

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 + bx = 0$$

$$ax^2 = 0$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$x_1 = 0; x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

— дискриминант

$$D > 0$$

$$D = 0$$

$$D < 0$$

2 различных
корня

2 равных
корня

нет действительных
корней

1.

РЕШИТЬ УРАВНЕНИЯ

а $x^2 = 121$

ж $5x^2 = 20$

б $x^2 = 6\frac{1}{4}$

з $x^2 + \frac{1}{2}x = 0$

в $x^2 - x = 0$

и $4x^2 + 6x = 9x^2 - 15x$

г $x^2 + 3x = 0$

к $3x + 7x^2 = 5x^2 + 8x$

д $x^2 + 5 = 30$

л $12x^2 - 5x = 9x^2 + 7x$

е $x^2 - 0,4x = 0$

м $x(x - 15) = 3(108 - 5x)$

2.

РЕШИТЬ УРАВНЕНИЯ

а $y^2 - y - 2 = 0$

е $y^2 - 4y - 12 = 0$

б $y^2 - y - 6 = 0$

ж $y^2 + 2y - 35 = 0$

в $y^2 - 8y + 7 = 0$

з $y^2 - 4y - 60 = 0$

г $y^2 + 11y + 10 = 0$

и $y^2 + 3y - 18 = 0$

д $y^2 + 4y - 32 = 0$

к $y^2 + 2y - 24 = 0$

3.

РЕШИТЬ УРАВНЕНИЯ

$$\text{а) } 2y^2 - 9y + 10 = 0$$

$$\text{е) } 3y^2 - y - 4 = 0$$

$$\text{б) } 5y^2 + y - 4 = 0$$

$$\text{ж) } 5y^2 - 3y - 8 = 0$$

$$\text{в) } 16y^2 - 6y - 1 = 0$$

$$\text{з) } 4y^2 + 3y - 7 = 0$$

$$\text{г) } 3y^2 - 8y + 4 = 0$$

$$\text{и) } 6y^2 - 5y + 1 = 0$$

$$\text{д) } 3y^2 + 5y - 8 = 0$$

$$\text{к) } 8y^2 + 22y + 5 = 0$$

Справочный отдел

Теорема Виета. Использование теоремы для устного решения квадратных уравнений имеющих целые корни

$$x^2 + vx + c = 0$$

$$x_1 + x_2 = -v \quad x_1 \cdot x_2 = c$$

x_1, x_2 - корни квадратного трёхчлена

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

**Применение теоремы Виета для устного решения
квадратных уравнений, имеющих
рациональные корни**

Рациональные корни квадратных уравнений можно находить устно, применяя теорему Виета.

Пусть дано полное квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad (*)$$

имеющее рациональные корни x_1 и x_2 . Умножив обе части уравнения на a , получим:

$$a^2 x^2 + bax + ac = 0.$$

Обозначим $ax = y$. Уравнение примет вид

$$y^2 + by + ac = 0. \quad (**)$$

Это уравнение отличается от исходного (*) тем, что первый коэффициент равен 1, а последний — произведению крайних коэффициентов. Уравнение (**) стало приведенным и имеющим целые корни. Таким образом, их легко найти устно, используя теорему Виета. Пусть это будут значения y_1 и y_2 . Тогда, возвращаясь к подстановке,

имеем $ax_1 = y_1$ и $ax_2 = y_2$, откуда $x_1 = \frac{y_1}{a}$, $x_2 = \frac{y_2}{a}$.

Вывод. Для того чтобы полное квадратное уравнение, имеющее дробные корни, решить устно, используя теорему Виета, необходимо:

а) привести данное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ к уравнению вида $y^2 + by + ac = 0$;

б) каждый полученный после решения приведенного квадратного уравнения корень разделить на первый коэффициент полного квадратного уравнения.

Пример 1. Решить устно уравнение:

$$2x^2 - 3x - 9 = 0.$$

Решение.

$$\begin{array}{r} \overbrace{2x^2 - 3x - 9} \\ = 0; \\ - 18 \end{array}$$

$$x_1 = \frac{6}{2} = 3, \quad x_2 = -\frac{3}{2}.$$

Ответ: 3; $-\frac{3}{2}$.

Пример 2. Решить уравнение: $4x^2 - x - 5 = 0$.

Решение.

$$\begin{array}{r} \overbrace{4x^2 - x - 5} \\ = 0 \\ - 20 \end{array}$$

$$x_1 = \frac{5}{4}, \quad x_2 = -\frac{4}{4} = -1.$$

Ответ: $\frac{5}{4}$; -1.

Решить устно уравнения, используя теорему Виета.

1. $x^2 - 4x - 12 = 0$;

2. $x^2 + 7x - 8 = 0$;

3. $x^2 - 4x + 3 = 0$;

4. $x^2 - 10x + 21 = 0$;

5. $x^2 + 13x + 12 = 0$;

6. $x^2 + 4x + 3 = 0$;

7. $x^2 - 4x - 32 = 0$;

8. $x^2 - 16x + 15 = 0$;

9. $x^2 - 3x + 2 = 0$;

10. $x^2 + 11x + 18 = 0$;

11. $x^2 - 19x + 48 = 0$;

12. $x^2 + 3x + 2 = 0$;

13. $x^2 + 11x + 28 = 0$;

14. $x^2 + 18x + 77 = 0$;

15. $x^2 - 8x + 12 = 0$;

16. $x^2 - x - 20 = 0$;

17. $x^2 + 14x - 15 = 0$;

18. $x^2 + 9x + 14 = 0$;

22. $x^2 - 4x - 12 = 0$;

23. $x^2 + 20x + 19 = 0$;

24. $x^2 + x - 20 = 0$;

25. $x^2 + 10x + 9 = 0$;

26. $x^2 + 18x + 81 = 0$;

27. $x^2 - 5x - 6 = 0$;

28. $x^2 + x - 12 = 0$;

29. $x^2 - 15x - 16 = 0$;

30. $x^2 + 5x - 6 = 0$;

31. $x^2 + 9x + 14 = 0$;

32. $x^2 - 18x + 17 = 0$;

33. $x^2 - 7x - 8 = 0$;

34. $x^2 - 6x - 27 = 0$;

35. $x^2 + 19x + 18 = 0$;

36. $x^2 - 4x = 0$;

37. $x^2 - 6x + 5 = 0$;

38. $x^2 + 21x + 38 = 0$;

39. $x^2 - 4x + 3 = 0$;

40. $x^2 + 9x + 8 = 0$;

41. $x^2 - 22x + 57 = 0$;

42. $x^2 - x - 2 = 0$;

43. $x^2 - x - 56 = 0$;

44. $x^2 + x - 72 = 0$;

45. $x^2 + x - 2 = 0$.

Решить устно уравнения, используя теорему Виета.

1. $3x^2 - 4x - 4 = 0$;

4. $7x^2 - 10x + 3 = 0$;

7. $2x^2 + x - 1 = 0$;

10. $3x^2 + 11x + 6 = 0$;

13. $7x^2 + 11x + 4 = 0$;

16. $5x^2 - x - 4 = 0$;

22. $3x^2 - 4x - 4 = 0$;

25. $9x^2 + 10x + 1 = 0$;

28. $6x^2 + x - 2 = 0$;

31. $2x^2 + 9x + 7 = 0$;

34. $27x^2 - 6x - 1 = 0$;

37. $5x^2 - 6x + 1 = 0$;

40. $x^2 + 9x + 8 = 0$;

2. $8x^2 + 7x - 1 = 0$;

5. $3x^2 + 13x + 4 = 0$;

8. $5x^2 - 16x + 3 = 0$;

11. $2x^2 - 19x + 24 = 0$;

14. $7x^2 + 18x + 11 = 0$;

17. $3x^2 + 14x - 5 = 0$;

23. $19x^2 + 20x + 1 = 0$;

26. $3x^2 + 10x + 3 = 0$;

29. $2x^2 - 15x - 8 = 0$;

32. $17x^2 - 18x + 1 = 0$;

35. $2x^2 + 19x + 9 = 0$;

38. $2x^2 + 21x + 19 = 0$;

41. $2x^2 - 5x + 3 = 0$;

3. $3x^2 - 4x + 1 = 0$;

6. $3x^2 + 4x + 1 = 0$;

9. $2x^2 - 3x + 1 = 0$;

12. $2x^2 + 3x + 1 = 0$;

15. $4x^2 - 8x + 3 = 0$;

18. $7x^2 + 9x + 2 = 0$;

24. $5x^2 + x - 4 = 0$;

27. $2x^2 - 5x - 3 = 0$;

30. $3x^2 + 5x - 2 = 0$;

33. $4x^2 - 7x - 2 = 0$;

36. $2x^2 - 9x + 4 = 0$;

39. $3x^2 - 4x + 1 = 0$;

42. $2x^2 - x - 1 = 0$;

Справочный отдел

Выражение $ax^2 + bx + c$ при $a \neq 0$ называется квадратным трехчленом или трехчленом 2-й степени.

Выражение $D = b^2 - 4ac$ называется дискриминантом квадратного трехчлена. Квадратный трехчлен можно разложить на множители по формуле:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

где x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Если

1) $D > 0$, имеем два различных корня x_1 и x_2 ;

2) $D = 0$, имеем $x_1 = x_2$ и $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$;

3) $D < 0$ — произведение будет выражено через комплексные величины.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители

Пример Разложить на множители: $7x^2 - 2x - 5$.
Решение.

$$\overbrace{7x^2 - 2x - 5}^{-35} = 0;$$

$$x_1 = \frac{7}{7} = 1, \quad x_2 = -\frac{5}{7}.$$

$$7x^2 - 2x - 5 = 7(x - 1) \left(x + \frac{5}{7}\right) = (x - 1)(7x + 5).$$

Ответ: $(x - 1)(7x + 5)$.

Наибольший эффект усвоения дает одновременное решение прямых и обратных задач. Повторяя применение прямой теоремы и теоремы, обратной теореме Виета, для устного решения квадратных уравнений, имеющих рациональные корни, и разложение квадратного трехчлена на линейные множители, целесообразно рассматривать по две серии задач.

I. Составление уравнений (квадратных трехчленов) по их корням.

II. Устное решение уравнений. (Разложение составленных квадратных трехчленов на множители.)

Упражнения

Разложить на множители:

1. $x^2 + 5x - 36$.

2. $x^2 - 3x - 28$.

3. $x^2 + 10x - 24$.

4. $x^2 - x - 30$.

5. $3x^2 + 5x - 12$.

6. $3x^2 - 2x - 16$.

7. $6x^2 + 2x - 4$.

8. $8x^2 + 3x - 5$.

9. $16x^2 - 8x - 3$.

10. Решить уравнения

а) $x^2 = 121$

б) $x^2 = 6\frac{1}{4}$

в) $x^2 - x = 0$

г) $x^2 + 3x = 0$

д) $x^2 + 5 = 30$

е) $x^2 - 0,4x = 0$

ж) $5x^2 = 20$

з) $x^2 + \frac{1}{2}x = 0$

и) $4x^2 + 6x = 9x^2 - 15x$

к) $3x + 7x^2 = 5x^2 + 8x$

л) $12x^2 - 5x = 9x^2 + 7x$

м) $x(x - 15) = 3(108 - 5x)$

11. Решить уравнения

а) $y^2 - y - 2 = 0$

г) $y^2 + 11y + 10 = 0$

ж) $y^2 + 2y - 35 = 0$

б) $y^2 - y - 6 = 0$

д) $y^2 + 4y - 32 = 0$

з) $y^2 - 4y - 60 = 0$

в) $y^2 - 8y + 7 = 0$

е) $y^2 - 4y - 12 = 0$

и) $y^2 + 3y - 18 = 0$

к) $y^2 + 2y - 24 = 0$

12. Решить уравнения

а) $2y^2 - 9y + 10 = 0$

е) $3y^2 - y - 4 = 0$

б) $5y^2 + y - 4 = 0$

ж) $5y^2 - 3y - 8 = 0$

в) $16y^2 - 6y - 1 = 0$

з) $4y^2 + 3y - 7 = 0$

13. Решить уравнения

а) $(3x-1)(x+2) = 20$

г) $\frac{6}{5x-1} = 3x+8$

б) $\frac{5+2x}{4x-3} = \frac{3x+3}{7-x}$

д) $5x+6 = \frac{7}{2x+9}$

в) $\frac{x^2}{5} - \frac{2x}{3} = \frac{x+5}{6}$

е) $\frac{x(1-x)}{1+x} = 6$

ж) $5 - \frac{45}{4x^2-1} = \frac{3x}{2x-1} - \frac{39}{2x+1}$

14. Решить уравнения

а) $2y^2 - 3y + 5 = 0$

е) $5y^2 - 3y - 2 = 0$

б) $4y^2 - y - 1 = 0$

ж) $4y^2 + 2y - 5 = 0$

в) $2y^2 + y - 6 = 0$

з) $3y^2 - 5y + 7 = 0$

г) $8y^2 + 4y + 1 = 0$

и) $y^2 - 7y + 3 = 0$

д) $3y^2 - 10y + 2 = 0$

к) $5y^2 - 3y - 2 = 0$

15. 1) $\frac{5x^2+9}{6} - \frac{4x^2-9}{5} = 3$; 2) $\frac{3x^2-11}{8} + \frac{74-2x^2}{12} = 10$;
3) $\frac{8x^2-3}{5} + \frac{9x^2-5}{4} = 2$; 4) $\frac{13x^2-4}{12} - \frac{20-3x^2}{18} = 3\frac{5}{9}$.

16. 1) $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = 2\frac{2}{3}$; 2) $\frac{x}{x+4} + \frac{x}{x-4} = 5\frac{5}{9}$;
3) $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = 3\frac{1}{3}$; 4) $\frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} = 8\frac{2}{3}$.

Решить уравнения

17. 1) $(3x - 1)(x + 2) = 20$; 2) $(x - 4)(4x - 3) + 3 = 0$;
3) $(x - 3)^2 + (x + 4)^2 - (x - 5)^2 = 17x + 24$;
4) $(x + 5)^2 + (x - 2)^2 + (x - 7)(x + 7) = 11x + 30$.

18. 1) $\frac{3x - 7}{x + 5} = \frac{x - 3}{x + 2}$; 2) $\frac{5 + 2x}{4x - 3} = \frac{3x + 3}{7 - x}$;
3) $\frac{2x - 5}{x - 1} = \frac{5x - 3}{3x + 5}$; 4) $\frac{5 - x}{2x - 1} = \frac{15 - 4x}{3x + 1}$.

Решить квадратные уравнения с буквенными коэффициентами:

19. 1) $x^2 + 2ax - 3a^2 = 0$; 2) $x^2 - 11ax - 60a^2 = 0$;
3) $x^2 - 3ax + 2a^2 - ab - b^2 = 0$;
4) $x^2 - 4ax + 4a^2 = b^2$.

20. Составить квадратное уравнение по его корням

- | | | |
|------------------------------------|--|-----------------------------------|
| а) 7; -3 | д) $2 + \sqrt{5}$; $2 - \sqrt{5}$ | и) $\frac{b}{2}$; $-\frac{b}{3}$ |
| б) $2\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{3}$ | е) $-1 + \sqrt{3}$; $-1 - \sqrt{3}$ | к) $b + c$; $b - c$ |
| в) $\sqrt{3}$; $\sqrt{2}$ | ж) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$; $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$ | л) $\frac{b + c}{b - c}$; 1 |
| г) -3; $\sqrt{3}$ | з) b ; $b - c$ | |

21. Найдите неизвестные коэффициенты уравнения

- | | |
|--|---|
| а) $x^2 - \square x + 27 = 0$, $x_1 = 3$ | д) $x^2 + 6x - \square = 0$, $x_1 = 2$ |
| б) $x^2 + \square x + 51 = 0$, $x_1 = 17$ | е) $2x^2 - \square x - 28 = 0$, $x_1 = 4$ |
| в) $x^2 - \square x - 24 = 0$, $x_1 = 4$ | ж) $6x^2 + \square x - 1 = 0$, $x_1 = \frac{1}{3}$ |
| г) $x^2 + 3x + \square = 0$, $x_1 = -9$ | з) $5x^2 - 14x + \square = 0$, $x_1 = 3$ |

Решить уравнения

22. 1) $(3x - 1)(x + 2) = 20$; 2) $(x - 4)(4x - 3) + 3 = 0$;
3) $(x - 3)^2 + (x + 4)^2 - (x - 5)^2 = 17x + 24$;
4) $(x + 5)^2 + (x - 2)^2 + (x - 7)(x + 7) = 11x + 30$.

23. 1) $\frac{3x - 7}{x + 5} = \frac{x - 3}{x + 2}$; 2) $\frac{5 + 2x}{4x - 3} = \frac{3x + 3}{7 - x}$;
3) $\frac{2x - 5}{x - 1} = \frac{5x - 3}{3x + 5}$; 4) $\frac{5 - x}{2x - 1} = \frac{15 - 4x}{3x + 1}$.

Решить квадратные уравнения с буквенными коэффициентами:

24. 1) $x^2 + 2ax - 3a^2 = 0$; 2) $x^2 - 11ax - 60a^2 = 0$;
3) $x^2 - 3ax + 2a^2 - ab - b^2 = 0$;
4) $x^2 - 4ax + 4a^2 = b^2$.

25. Составить квадратное уравнение по его корням

- | | | |
|------------------------------------|--|-----------------------------------|
| а) 7; -3 | д) $2 + \sqrt{5}$; $2 - \sqrt{5}$ | и) $\frac{b}{2}$; $-\frac{b}{3}$ |
| б) $2\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{3}$ | е) $-1 + \sqrt{3}$; $-1 - \sqrt{3}$ | к) $b + c$; $b - c$ |
| в) $\sqrt{3}$; $\sqrt{2}$ | ж) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$; $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$ | л) $\frac{b + c}{b - c}$; 1 |
| г) -3; $\sqrt{3}$ | з) b ; $b - c$ | |

26. Найдите неизвестные коэффициенты уравнения

- | | |
|--|---|
| а) $x^2 - \square x + 27 = 0$, $x_1 = 3$ | д) $x^2 + 6x - \square = 0$, $x_1 = 2$ |
| б) $x^2 + \square x + 51 = 0$, $x_1 = 17$ | е) $2x^2 - \square x - 28 = 0$, $x_1 = 4$ |
| в) $x^2 - \square x - 24 = 0$, $x_1 = 4$ | ж) $6x^2 + \square x - 1 = 0$, $x_1 = \frac{1}{3}$ |
| г) $x^2 + 3x + \square = 0$, $x_1 = -9$ | з) $5x^2 - 14x + \square = 0$, $x_1 = 3$ |

27. Найдите неизвестные коэффициенты уравнения

- а) $y^2 - 15y + \square = 0$, если $y_1 - y_2 = 7$
- б) $y^2 + 12y + \square = 0$, если $2y_1 - y_2 = 3$
- в) $y^2 - 9y + \square = 0$, если $y_1 + 2y_2 = 7$
- г) $y^2 + \square y - 3 = 0$, если $y_1^2 y_2 = 12$
- д) $y^2 + \square y + 7 = 0$, если $y_1^3 y_2 = 28$
- е) $3y^2 - 8y + \square = 0$, если $y_1 - y_2 = \frac{1}{3}$

28. Определите знаки корней уравнений, не решая их

- а) $3x^2 - 5x - 7 = 0$
- б) $4x^2 + 12x + 1 = 0$
- в) $2x^2 + x - 5 = 0$
- г) $x^2 - 7x - 12 = 0$
- д) $7x^2 + 12x + 4 = 0$
- е) $5x^2 - 13x + 1 = 0$
- ж) $x^2 + 8x - 4 = 0$

29. При каком значении а, один из корней уравнения

- а) $ax^2 - 7x + 2 = 0$ равен 2
- б) $ax^2 - 14x - 3 = 0$ равен 3
- в) $3x^2 + ax + 5 = 0$ равен 5
- г) $2x^2 - ax - 4 = 0$ равен 4
- д) $3x^2 - 8x + a = 0$ равен -1
- е) $4x^2 - 21x + a = 0$ равен 5

30. Составить квадратное уравнение, корни которого:

а) В ДВА РАЗА БОЛЬШЕ КОРНЕЙ УРАВНЕНИЯ
 $x^2 - x - 2 = 0$;

б) НА 5 МЕНЬШЕ КОРНЕЙ УРАВНЕНИЯ
 $x^2 + x - 6 = 0$;

в) ПРОТИВОПОЛОЖНЫ КОРНЯМ УРАВНЕНИЯ
 $x^2 - x - 12 = 0$;

г) ОБРАТНЫ КОРНЯМ УРАВНЕНИЯ
 $x^2 + 2x - 8 = 0$

31. x_1 и x_2 корни уравнения $x^2 - 2x - 15 = 0$. Вычислить

а) $x_1^2 + x_2^2$

г) $x_1^2 - x_2^2$

б) $x_1^3 + x_2^3$

д) $x_1 + 3x_2$

в) $x_1 - x_2$

е) $2x_1 - 3x_2$

32. Разложить на множители

а) $x^2 + 5x - 36$,

е) $3x^2 + 5x - 12$,

б) $x^2 - 3x - 28$,

ж) $3x^2 - 2x - 16$,

в) $x^2 + 10x - 24$,

з) $6x^2 + 2x - 4$,

г) $x^2 - x - 30$,

и) $8x^2 + 3x - 5$,

33. Сократить дробь

$$\text{а) } \frac{2y^2 + 5y - 3}{2y^2 - 3y + 1}, \quad \text{в) } \frac{4y^2 + 3y - 1}{8y^2 + 2y - 1}, \quad \text{д) } \frac{2y^2 - y - 3}{4y^2 - 9}$$

$$\text{б) } \frac{6y^2 - y - 1}{3y^2 + 7y + 2}, \quad \text{г) } \frac{y^2 + y - 6}{y^2 - 1}$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЛЮБИТЕЛЕЙ ПОДУМАТЬ

1. Найти неизвестное число

$5x - 9 = 26$	$49 - 7x = 28$	37
$8x + 1 = 17$	$8 - 3x = 5$	12
$1 - 5x = -4$	$9x - 1 = 35$	$?$

2. Найти неизвестное число

ГЕРАНЬ	ГРАНЬ	$4x - 5 = 3$
БАТРАК	БАРАК	$28 - 7x = 7$
ОСЕЧКА	СЕЧКА	$9x - 1 = ?$

3. Найти неизвестное слово

$3x - 1 = 215$	$25 - x = 4$	71
$4x + 3 = 63$	$70 - 3x = -80$	10
КИНЖАЛ	ЖАЛО	$?$


4. Найти неизвестное слово

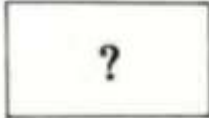
АУЛ	$8 - 3x = 2$	БАУЛ
ТРОЙКА	$47 - x = 28$	СТРОЙКА
РАФИК	$8x - 3 = 29$	$?$

5. Исключить пару чисел.

$(-4; -9)$ $(3; 2)$
 $(-1; -4)$ $5x - 3y = 7$ $(2; 1)$

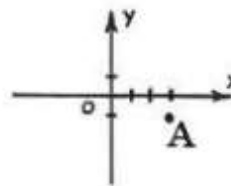
6. Найти неизвестный рисунок.

$$\begin{cases} 3a - 2b = 4 \\ a + 3b = 5 \end{cases}$$


$$\begin{cases} 2a - b = 5 \\ 3a + 4b = 13 \end{cases}$$


7. Найти неизвестный рисунок.

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 = 0$$



$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 12 \end{cases}$$

?

8. Найти систему уравнений



а

АЗБУКА ТОК

МИР ТРУД

$$\begin{cases} 2x - 5y = -3 \\ 3x - 4y = 6 \end{cases}$$

?

6



$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - 5y = -7 \end{cases}$$



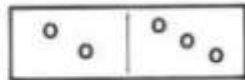
?



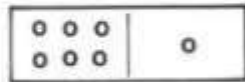
9. Найти неизвестный трёхчлен

а) $3x - 1 = 5$ $3a - 7$ $x^2 - x - 2$
 $8 - x = 3$ $2a - 11$?

б)



$x^2 - 4x - 5$



$x^2 - 12x + 35$



?

10. Найти неизвестное слово

КЛУБ $\frac{x}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$ КУБ

СОЛДАТ $x^2 - 9x = -18$?

11. Найти неизвестное число

$2x - 1 = 9$ 29 $3 - 2x = 7$

$x^2 - x - 6 = 0$ 39 $x^2 - 4x - 5 = 0$

4 ? 9

12. Найти неизвестную букву

$x^2 + 2x - 15$	$x^2 + x - 20$	-5
ОКТЯБРЬ	АВГУСТ	?

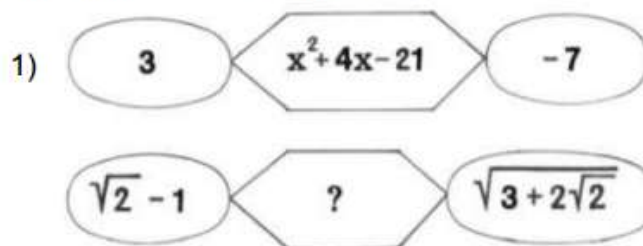
13. Найти неизвестную слово

$3x^2 - 7x + 2$	$2x^2 - 3x - 2$	$x - 2$
СУКНО	БАРСУК	?

14. Найти неизвестное выражение

СЛЕЗА	ДИРЕКТОР	e
$x^2 - 2x - 15$	$x^2 - x - 12$?

15. Найти неизвестное выражение



2) ЛУЧ ПРАЗДНИК ТРАЕКТОРИЯ МЕЧТА

$x^2 - 11x + 24$?
------------------	---

16. Найти неизвестное выражение

1) $a^2 - b^2$ $a^3 + b^3$ $a + b$

$2x^2 - 7x + 3$ $10x^2 - x - 2$?

2) $a^3 - 8$ $a^2 + 2a + 4$ $a - 2$

$12 a^3 b^7$ $3 a b^3$?