

**А. ГАЙШТУТ**



**МАТЕМАТИКА. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС**  
В ПОМОЩЬ ПОВТОРЯЮЩИМ МАТЕМАТИКУ ПО СПРАВОЧНИКАМ

**ГЕОМЕТРИЯ**

**Тема 1- 2. ПЛАНИМЕТРИЯ**

**Содержание**

1. Измерение отрезков и углов
2. Смежные углы и вертикальные углы
3. Параллельные прямые.
4. Признаки равенства треугольников.
5. Соотношение между сторонами и углами треугольников.
6. Средняя линия треугольников.

## ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ

1.



1) Дано:  $AB = 14$  см,  $BC = 19$  см.

Найти:  $AC$ .

2) Дано:  $AC = 27$  см,  $AB = 8$  см.

Найти:  $BC$ .

3) Дано:  $AC = 32$  см,  $BC - AB = 12$  см

Найти:  $AB$  и  $BC$ .

2.



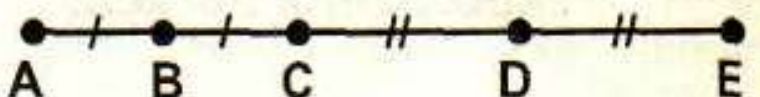
1) Дано:  $AB = CD$ .

Доказать:  $AC = BD$ .

2) Дано:  $AC = BD$ .

Доказать:  $AB = CD$

3.



Дано:  $AB = BC$ ,  $CD = DE$ .

Найти: 1)  $BD$ , если  $AE = 42$  см,

2)  $AE$ , если  $BD = 18$  см

## ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

1.

1) Дано:  $\angle ABD = 23^\circ$ ,  $\angle DBC = 58^\circ$ .

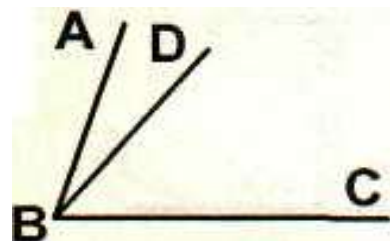
Найти:  $\angle ABC$ .

2) Дано:  $\angle ABC = 84^\circ$ ,  $\angle ABD = 26^\circ$ ,

Найти:  $\angle DBC$ .

3) Дано:  $\angle ABC = 81^\circ$ ,  
 $\angle DBC - \angle ABD = 27^\circ$ .

Найти:  $\angle ABD$  и  $\angle DBC$ .

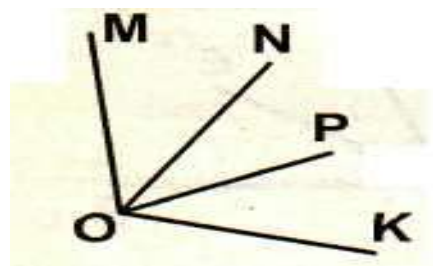


2. 1) Дано:  $\angle MON = \angle POK$ .

Доказать:  $\angle MOP = \angle NOK$ .

2) Дано:  $\angle MOP = \angle NOK$ .

Доказать:  $\angle MON = \angle POK$



## смежные углы

1.  $\angle 1 = 43^\circ$ .

Найти  $\angle 2$ .

2.  $\angle 2 = 4 \angle 1$ .

Найти  $\angle 1$ .

5.  $\angle 1 = \frac{2}{7} \angle 2$ .

Найти  $\angle 1$ .

6.  $\angle 1 = 20\% \angle 2$ .

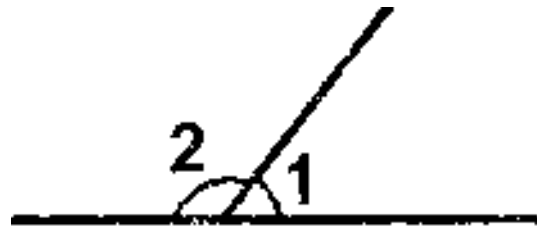
Найти  $\angle 2$ .

3.  $\angle 2 - \angle 1 = 20^\circ$ .

Найти  $\angle 1$ .

4.  $\angle 2 : \angle 1 = 7 : 3$ .

Найти  $\angle 2 - \angle 1$ .

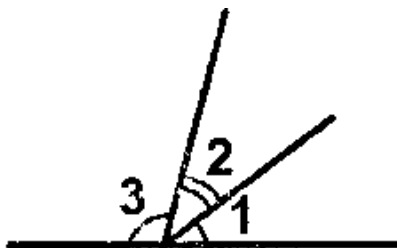


7.  $(\angle 2 - \angle 1) : \angle 1 = 2 : 1$ .

Найти  $\angle 2$ .

8.  $\angle 2 = 5 \angle 1$ .

Доказать, что  $\angle 2 - \angle 1 = 120^\circ$ .



9.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 + \angle 1 = 160^\circ$ .

Найти  $\angle 3$ .

10.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 - \angle 1 = 135^\circ$ .

Найти  $\angle 1$ .

## Справочный отдел



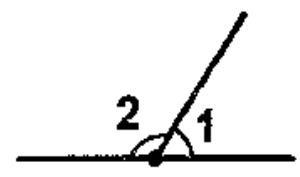
$\angle 1 = 180^\circ$

развернутый



$\angle 3 = 90^\circ$

прямой



$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

$\angle 1$  и  $\angle 2$  — смежные

11.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,  $\angle 1 = 17^\circ$ .  
Найти  $\angle 3$ .

12.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,  $\angle 1 = 19^\circ$ .  
Найти  $\angle 4 - \angle 2$ .

13.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ .

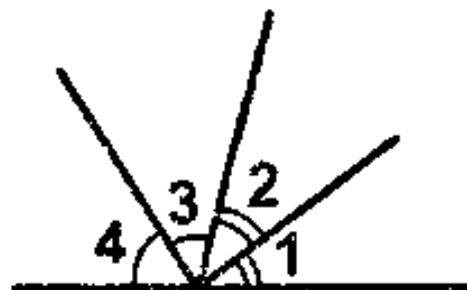
Доказать, что  $\angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$ .

14.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,  $\angle 4 - \angle 2 = 50^\circ$ .  
Найти  $\angle 2$ .

16.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,  
 $\angle 4 + \angle 3 + \angle 2 = 170^\circ$ .

Найти  $\angle 4$ .

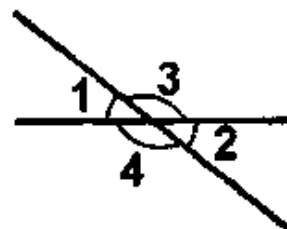
15.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,  
 $\angle 4 - 2\angle 2 = 45^\circ$ .  
Найти  $\angle 3$ .



## Вертикальные углы

17.  $\angle 3 = 75^\circ$ .  
Найти  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 4$ .

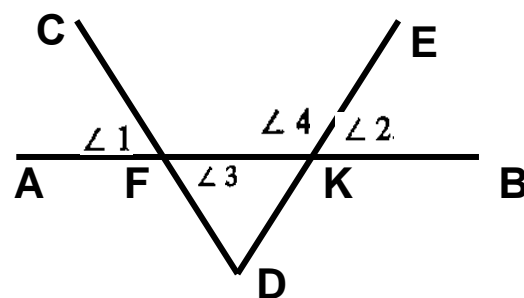
18.  $\angle 3 - \angle 2 = 20^\circ$ .  
Найти  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 4$ .

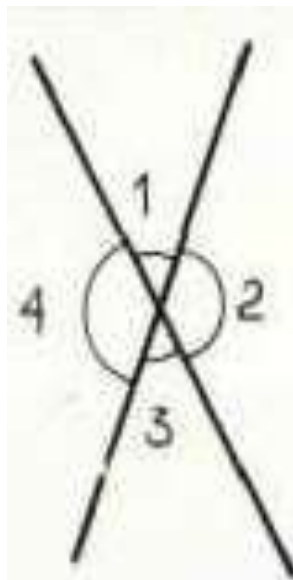


20.  $\angle 1 + \angle 2 = 80^\circ$ .  
Найти  $\angle 3$ .

21.  $\angle 1 = \angle 2$ .

Доказать, что  $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$





22. Дано:  $\angle 3 - \angle 2 = 80^\circ$

Найдите:  $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$

23. Дано:  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 310^\circ$

Найдите:  $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ .

## Параллельные прямые

21. Параллельны ли прямые  $AB$  и  $CD$ ,  
если:

а)  $\angle 6 = 8 \angle 1, \angle 7 = 20^\circ$ ,

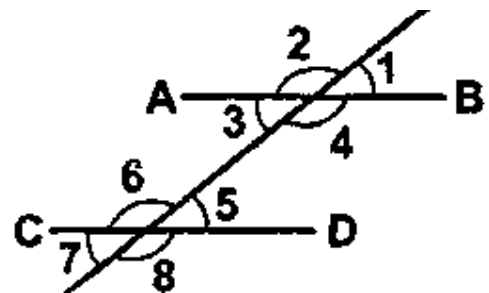
б)  $\angle 1 = \angle 8 - 144^\circ, \angle 2 = 162^\circ$ ,

в)  $\angle 2 - \angle 5 = 154^\circ, \angle 3 = 14^\circ$ .

22.  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 258^\circ$ ,

$\angle 5 + \angle 7 = 156^\circ$ .

Доказать, что  $AB \parallel CD$ .





## ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

1. На рис. 1 – 4 указать пары равных треугольников и доказать их равенство:

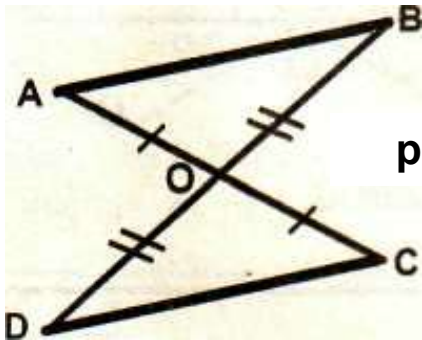


рис. 1

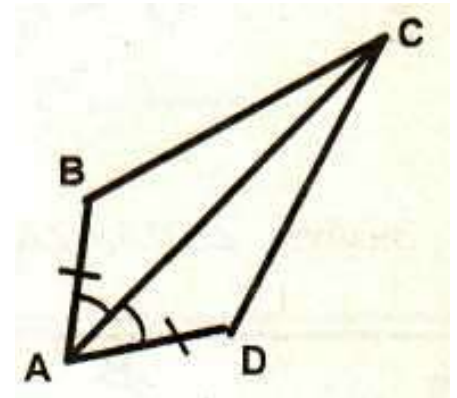


рис. 2

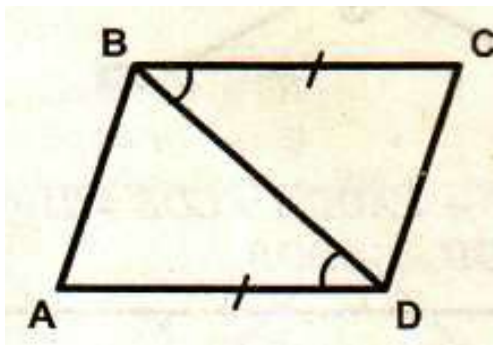


рис. 3

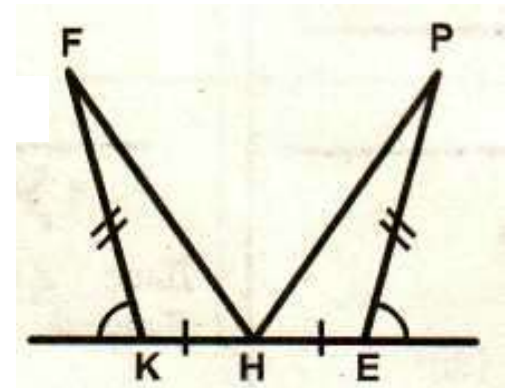
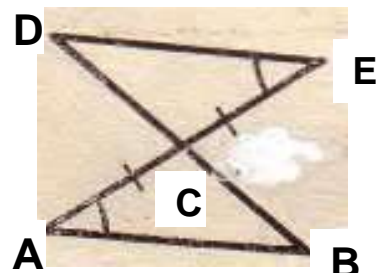


рис. 4

## ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

2. Дано:  $\angle A = 5^\circ$ ,  $\angle C = 8^\circ$

Найти: Найти неизвестные стороны треугольников ABC и CDE



3. Дано:  $AE + DB = 16$ ,  $DE = 5$ .

Знайди: Периметр треугольника ACB

$AC = CE$   
 $\angle CAB = \angle CED$

4. На рис. 1 – 4 указать пары равных треугольников и доказать их равенство:

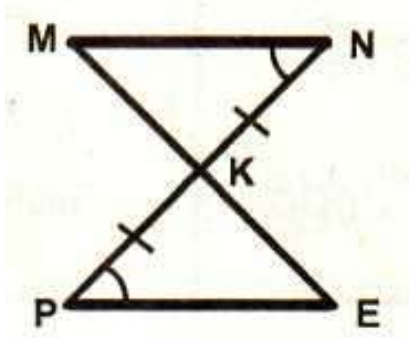


рис. 1

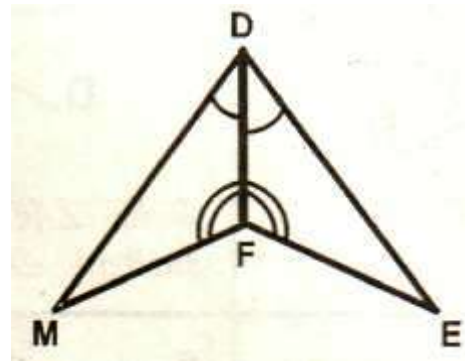


рис. 2

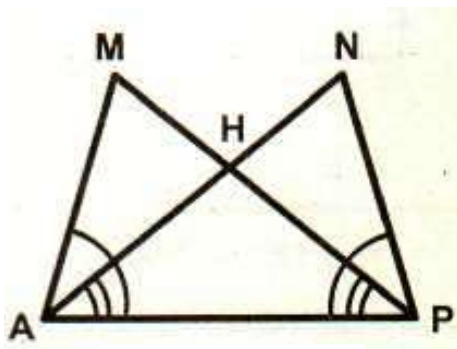


рис. 3

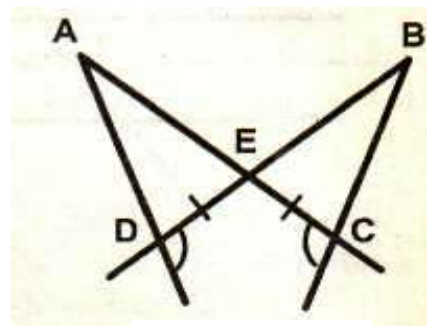
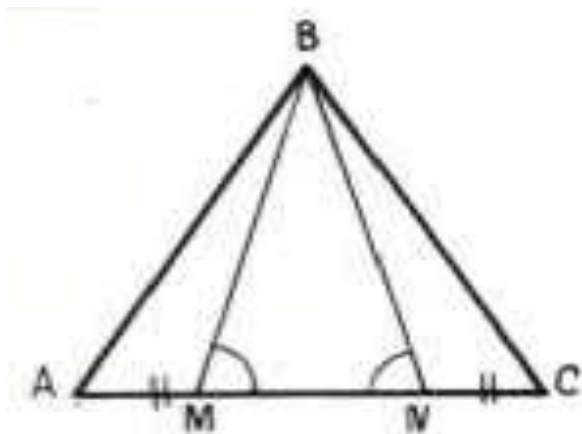


рис. 4

5.



Найдите пару равных  
треугольников  
докажите их равенство

# РІВНОБЕДРЕНИЙ ТРИКУТНИК

6. На рис. 1 – 4 доказати, що трикутник ABC – рівнобедрений.

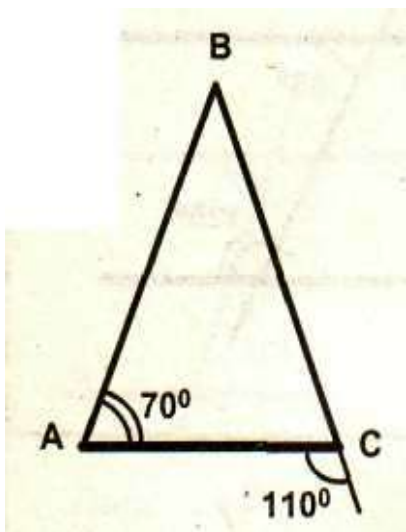


рис. 1

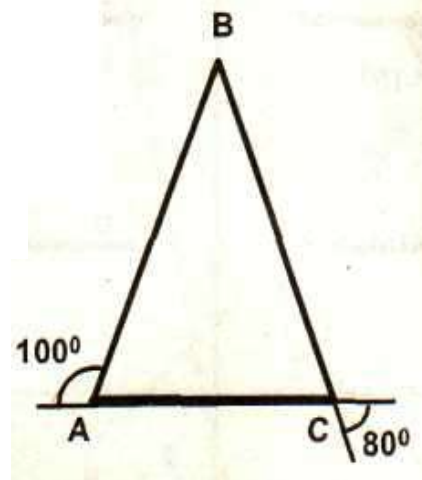


рис. 2

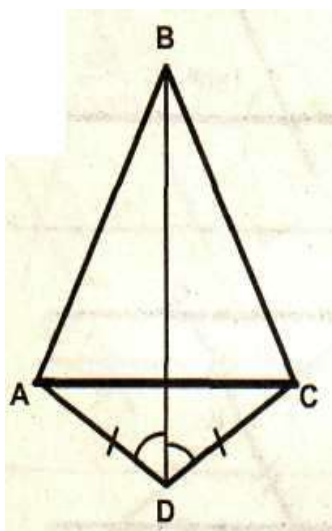


рис. 3

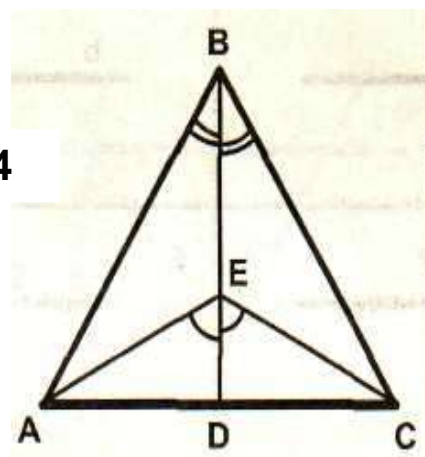


рис. 4

## ТРЕТИЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

7. На рис. 1 – 2 указать пары равных треугольников. надо доказать их равенство:

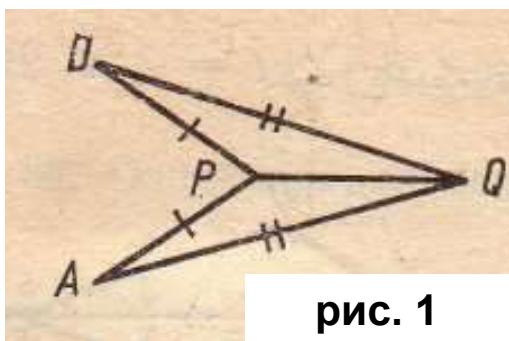


рис. 1

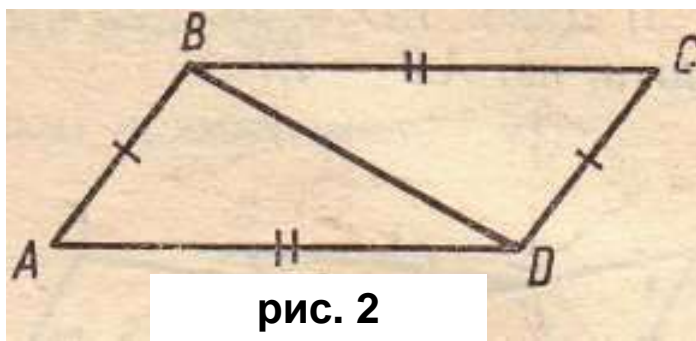


рис. 2

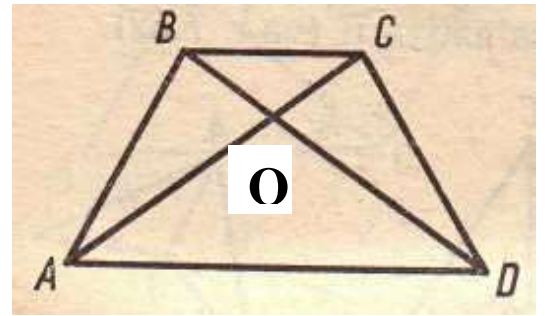


8. Дано:  $AB = CD$ ,  $AC = BD$ .

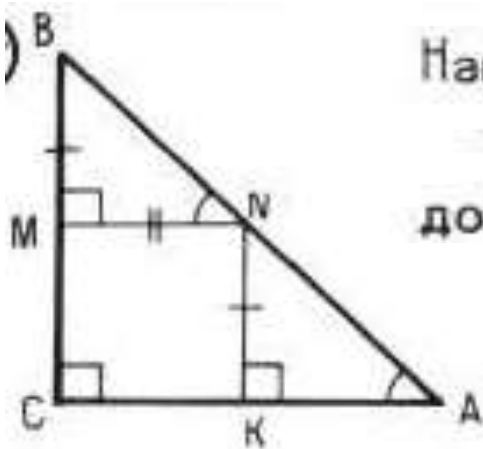
Довести: 1)  $\triangle ABC = \triangle DCB$ .

2)  $\triangle ABD = \triangle DCA$ .

3)  $\triangle AOB = \triangle DOC$ .

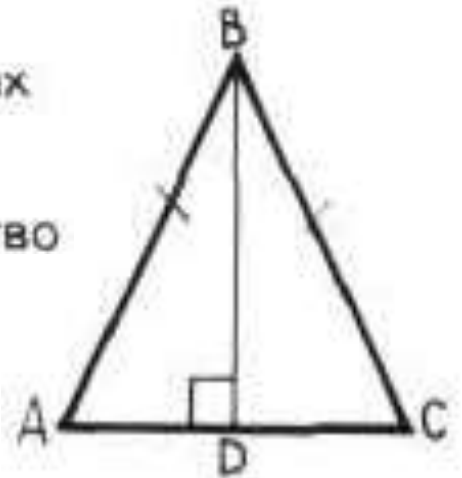


9.



Найдите пару равных  
треугольников и  
докажите их равенство

10.



### Соотношения между сторонами и углами в треугольнике

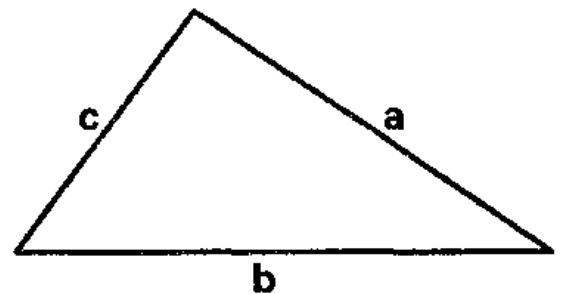
23. Определить вид треугольника, если:

а)  $P_n = 28$ ,  $b = 10$ ,  $c = 8$ ,

б)  $P_n = 42$ ,  $b = \frac{1}{3} P_n$ ,  $c + b = 28$ .

24.  $AB = BC$ ,  $P_n = 48$ ,  $AC = 18$ .

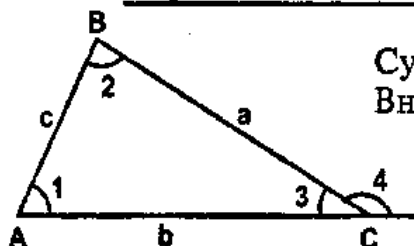
Найти  $AB$ .



### Справочный отдел

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ.$$

$$\angle 4 = \angle 1 + \angle 2.$$



Сумма внутренних углов  $180^\circ$ .

Внешний угол равен сумме двух внутренних, с ним не смежных.

25.  $AB = BC$ ,  $P_n = 18$ ,  $AB - AC = 3$ .

Найти  $AB$ .

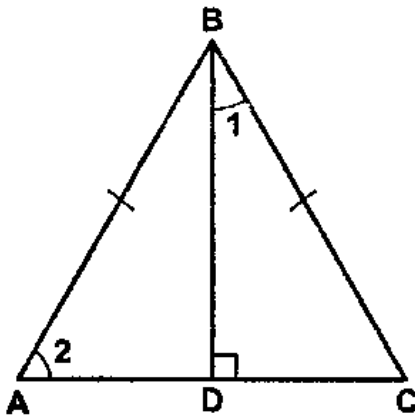
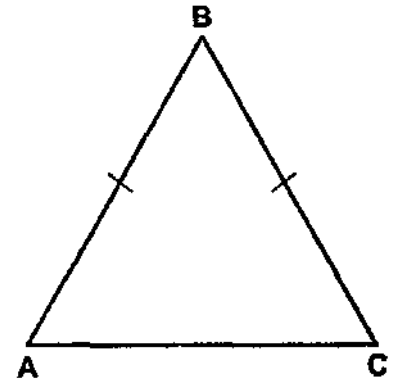
26.  $AB = BC$ ,  $P_n - AC = 36$ ,

$AB - AC = 6$ .

Найти  $AC$ .

27.  $AB = BC$ ,  $P_n = 48$ ,  $AB = \frac{3}{2}AC$ .

Найти  $AC$ .



28.  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC$ ,  $BD \perp AC$ ,  
 $P_{ABC} = 20$ ,  $P_{ABD} = 16$ .

Найти  $BD$ .

29.  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC$ ,  $BD \perp AC$ ,  
 $AB = 2AD$ .

Найти  $2 \angle 2 - \angle 1$ .

30.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 + \angle 1 = 153^\circ$ .

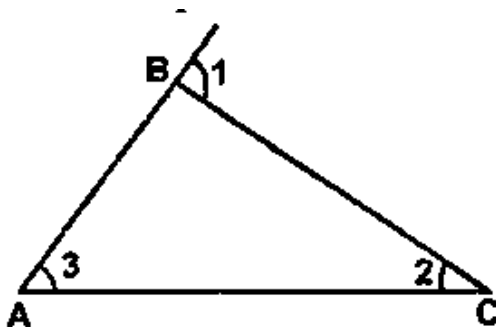
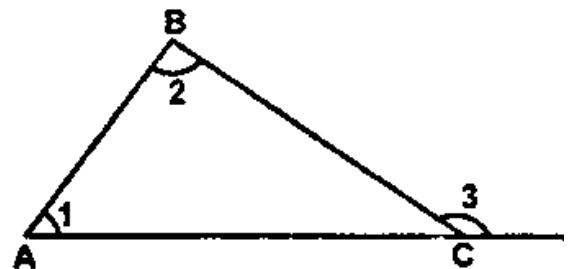
Найти  $\angle 2$ .

31.  $\angle 2 = \angle 1 + 20^\circ$ ,  $\angle 3 = 100^\circ$ .

Найти  $\angle 1$ .

32.  $\angle 3 = 2(\angle 1 - \angle 2)$ .

Во сколько раз  $\angle 1$  больше  $\angle 2$ ?

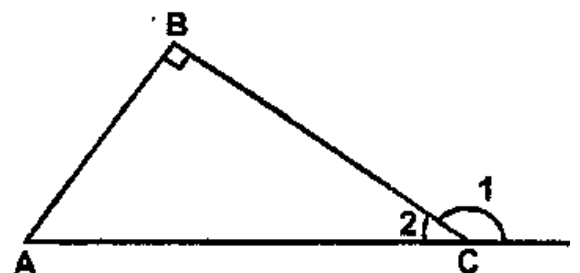


33.  $\angle 2 = 3 \angle 3$ ,  $\angle 1 = 80^\circ$ .

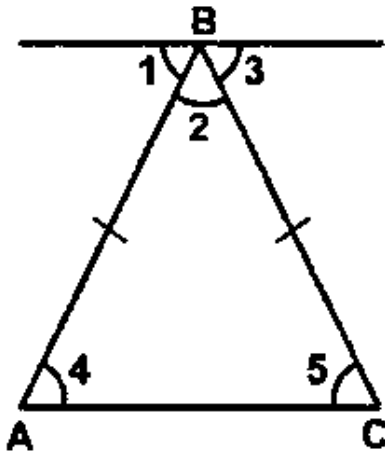
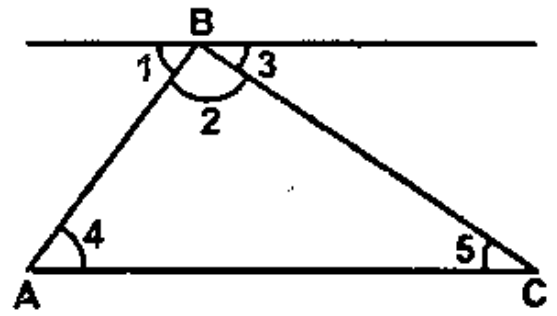
Найти  $\angle 2$ .

34.  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle 1 = 3 \angle A$ .

Найти  $\angle A$ .

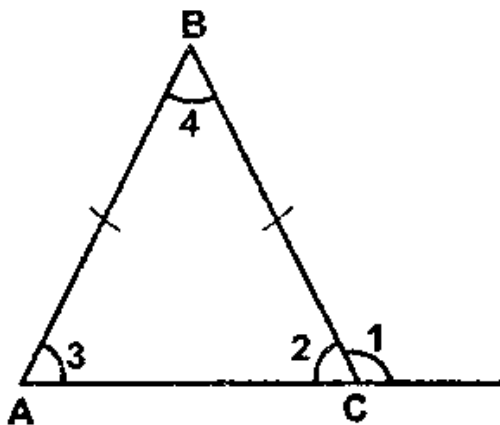
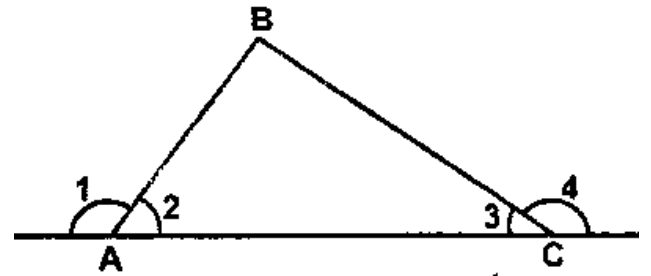


35.  $AC \parallel BD$ ,  
 $\angle 1 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 220^\circ$ .  
 Найдите  $\angle 2$ .
36.  $AC \parallel BD$ ,  $\angle 1 + \angle 5 = 112^\circ$ .  
 Найдите  $\angle 2$ .
37.  $AC \parallel BD$ ,  $\angle 2 = 90^\circ$ .  
 Найдите  $\angle 1 + \angle 5$ .



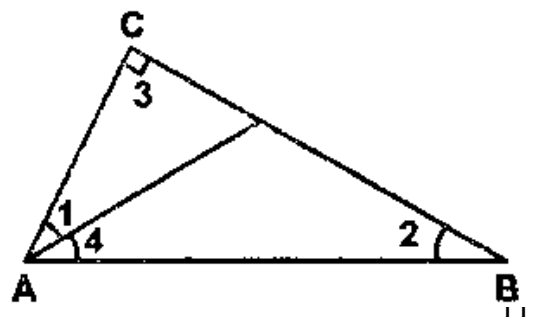
38.  $AB = BC$ ,  $AC \parallel BD$ ,  $\angle 2 = 2\angle 4$ .  
 Найдите  $\angle 1$ .
39.  $AB = BC$ ,  $AC \parallel BD$ ,  $\angle 1 = 4\angle 2$ .  
 Найдите  $\angle 4$ .
40.  $AB = BC$ ,  $AC \parallel BD$ ,  $\angle 1 + \angle 3 = 80^\circ$ .  
 Найдите  $\angle 5$ .

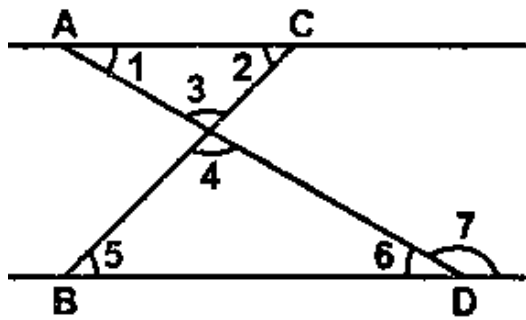
41.  $\angle B = 150^\circ$ ,  $\angle 4$  на  $10^\circ$  больше  $\angle 1$ .  
 Найдите  $\angle 2$ .



42.  $AB = BC$ ,  $\angle 1 = \angle 3 + 20^\circ$ .  
 Найдите  $\angle 3$ .
43.  $AB = BC$ ,  $\angle 1 = 2\angle 3$ .  
 Найдите  $\angle 4$ .

44.  $\angle 3 = 90^\circ$ ,  $\angle 1 = \angle 4$ ,  
 $\angle CAB = \angle 2 + 70^\circ$ .  
 Найдите  $\angle 1$ .





45.  $AC \parallel BD$ ,  $\angle 4 + \angle 5 = 146^\circ$ ,  
 $\angle 1 + \angle 2 = 84^\circ$ .

Найти  $\angle 5$ .

46.  $AC \parallel BD$ ,  $\angle 7 = 136^\circ$ ,  $\angle 4 = 102^\circ$ .

Найти  $\angle 2$ .

47.  $AC \parallel BD$ ,  $\angle 1 = 50^\circ$ ,  $\angle 4 = 70^\circ$ .

Найти  $\angle 5$ .

48.  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CE \perp AB$ ,  $\angle 1 = 2\angle 2$ ,  
 $AC + CE = 3$ .

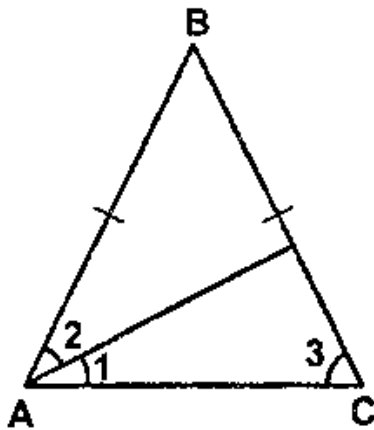
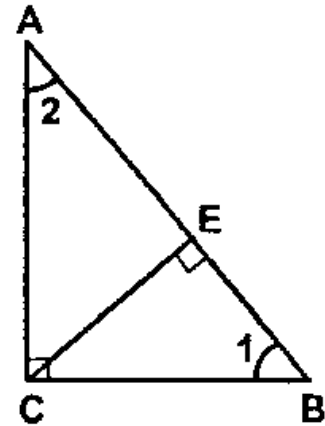
Найти  $CE$ .

49.  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CE \perp AB$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  
 $AB + BC = 9$ .

Найти  $BE$ .

50.  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CE \perp AB$ ,  
 $\angle ECB = 30^\circ$ ,  $BE = 1$ .

Найти  $AE$ .



51.  $AB = BC$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  
 $\angle 1 + \angle 3 = 45^\circ$ .

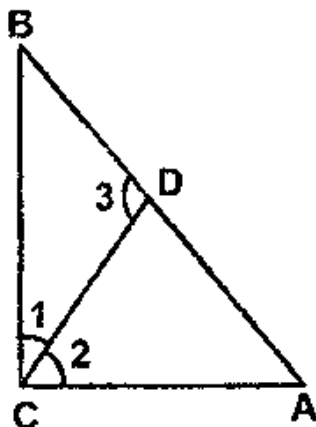
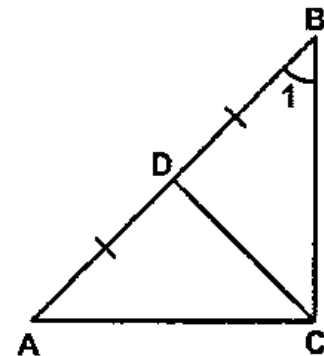
Найти  $\angle B$ .

52.  $AB = BC$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle B = 80^\circ$ .

Найти  $\angle 1 + \angle 3$ .

53.  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AD = DB$ ,  
 $\angle 1 = 50^\circ$ ,  $\angle ACB$ .

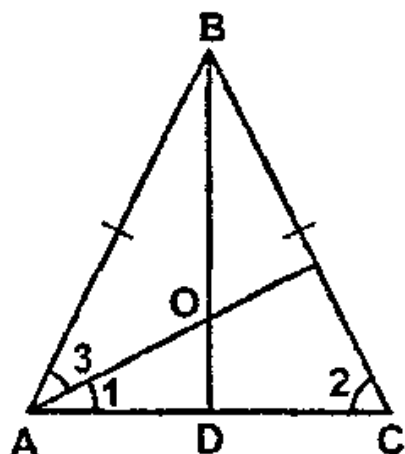
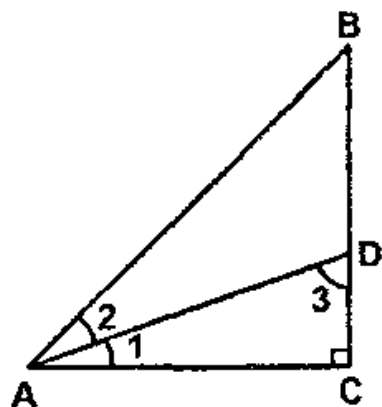
Найти  $\angle CDB$ .



54.  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = 105^\circ$ .

Найти  $AC : AB$ .

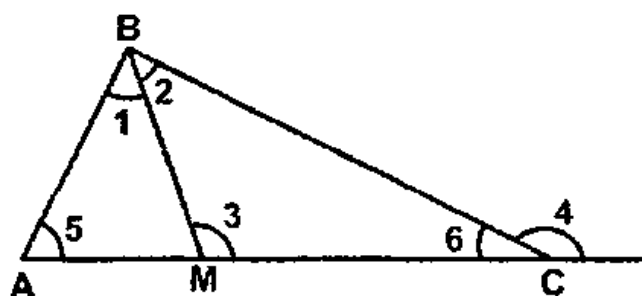
55.  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $AB = 2BC$ .  
Найти  $\angle 3$ .



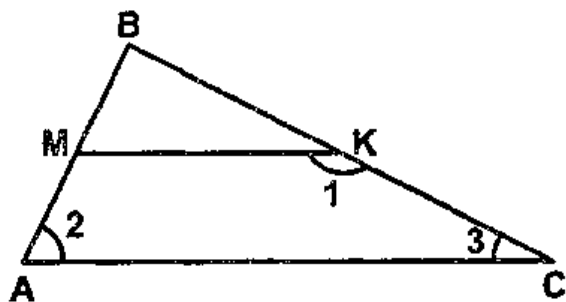
56.  $AB = BC$ ,  $AC \perp BD$ ,  $\angle 1 = \angle 3$ ,  
 $\angle AOD - \angle 2 = 21^\circ$ .  
Найти  $\angle B$ .

57.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 6 = 10^\circ$ ,  $\angle 3 = 100^\circ$ .  
Найти  $\angle 5$ .

58.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = 100^\circ$ ,  $\angle 4 = 135^\circ$ .  
Найти  $\angle ABC$ .



### Средняя линия треугольника



86.  $AM = MB$ ,  $BK = KC$ ,  $BM = 17$ ,  
 $BK = 20$ ,  $P_{ABC} = 116$ .  
Найти  $MK$ .
87.  $AM = MB$ ,  $BK = KC$ ,  
 $MB : BK : MK = 6 : 7 : 8$ ,  $P_{ABC} = 168$ .  
Найти  $AC$ .
88.  $AM = MB$ ,  $BK = KC$ ,  
 $\angle 1 : \angle 2 = 5 : 2$ ,  $\angle 3 = 30^\circ$ ,  $MB = 4$ .  
Найти  $AC + AB$ .
89.  $AK$  — медиана,  $MK \parallel AC$ ,  
 $AB + AC = 40$ ,  $P_{AMK} = 43$ .  
Найти  $AK$ .

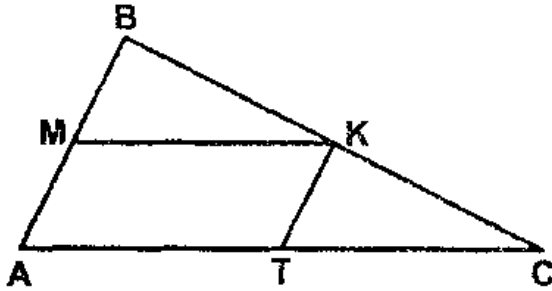
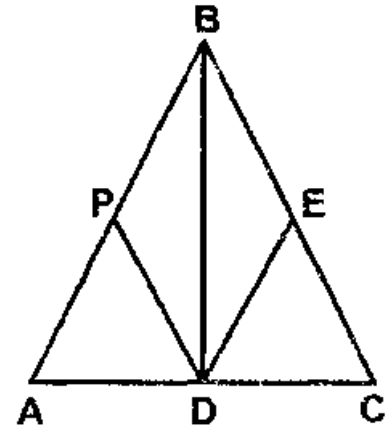


90.  $AB = BC$ ,  $AD = DC$ ,  $BE = EC$ ,  
 $DE + AB + BC + EC = 6$ .

Найти  $DE$ .

91.  $AB = BC$ ,  $BE = EC$ ,  $AP = BP$ ,  
 $BD \perp AC$ ,  $DP + DE = 2$ ,  $AC = 0,6$ .

Найти  $P_{ABC}$ .

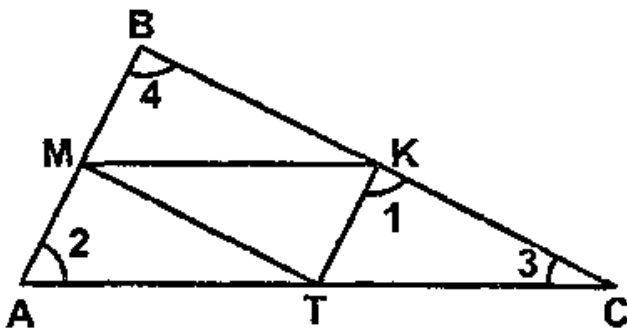
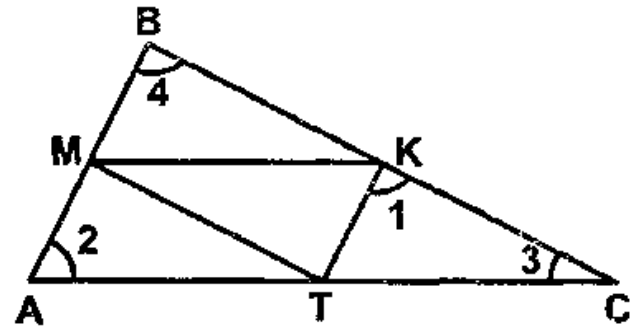


92.  $AM = MB$ ,  $BK = KC$ ,  $KT \parallel AB$ ,  
 $BC = 12$ ,  $P_{ABC} = 40$ .

Найти  $P_{AMKT}$ .

93.  $AM = MB$ ,  $BK = KC$ ,  $KT \parallel AB$ ,  
 $P_{ABC} = 42$ .

Найти  $P_{MKT}$ .



94.  $AM = MB$ ,  $BK = KC$ ,  $KT \parallel AB$ ,  
 $MK = KT$ ,  $MT = 16$ ,  
 $\angle MKT = 60^\circ$ .

Найти  $P_{ABC}$ .

95.  $AM = MB$ ,  $BK = KC$ ,  $KT \parallel AB$ ,  
 $MK = KT$ ,  $\angle 2 = 60^\circ$ .

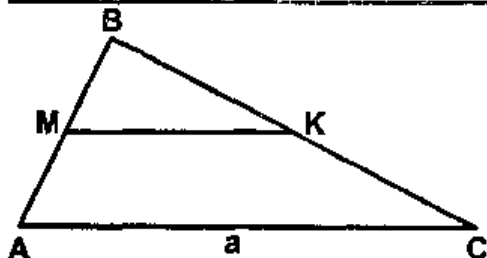
Найти  $\angle 1$ .

96.  $AM = MB$ ,  $BK = KC$ ,  $KT \parallel AB$ ,  
 $BC = 18$ ,

$$MK : MT : KT = 5 : 6 : 7.$$

Найти  $AB$ .

### Справочный отдел

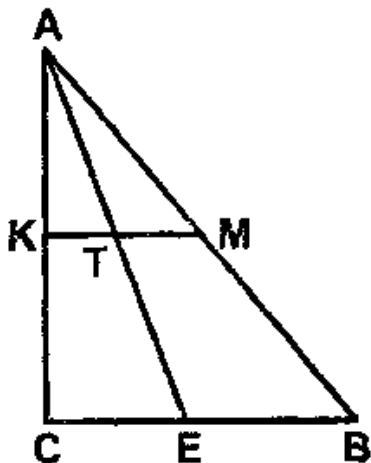
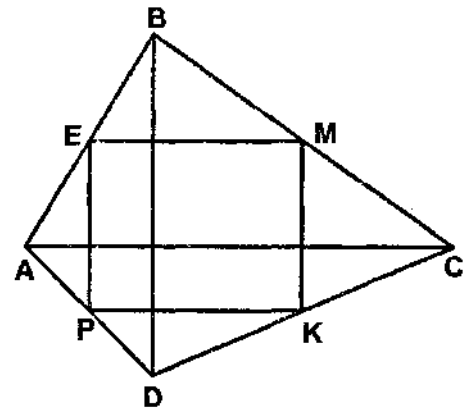


1. Средняя линия треугольника — отрезок прямой, соединяющий середины двух сторон.

2.  $MK = \frac{1}{2}a$ ,  $MK \parallel AC$ .

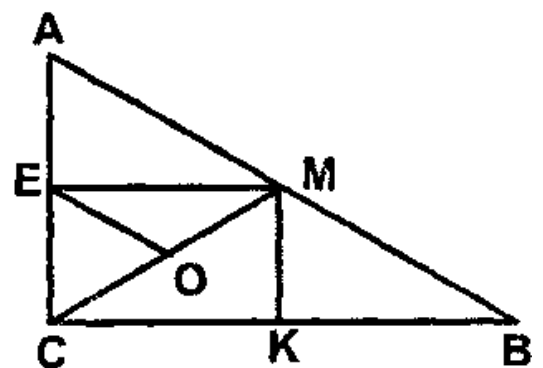
97.  $ABCD$  — четырехугольник.  
 $AE = BE$ ,  $CM = BM$ ,  $AP = DP$ ,  
 $CK = DK$ ,  $BD \perp AC$ .

Доказать, что  $PEMK$  — прямоугольник.



98.  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ ,  
 $CE = BE$ ,  $AT = TE$ ,  $AK = KC$ ,  
 $TM = 6$ .  
 Найдите  $AC$ .

99.  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AM = MB$ ,  
 $AE = CE$ ,  $CO = OM$ ,  $CO + AB = 5$ .  
 Найдите  $CM + EO$ .



## ПОВТОРЕНИЕ.

21

15

$P_{\triangle} = P_{\triangle}$

?

22

$P_{\triangle} = P_{\triangle}$

**24**

23

$P_{\triangle} = P_{\triangle}$

**48**

24

$P_{\triangle} = P_{\triangle}$

**?**

25

$P_{\triangle} = P_{\triangle}$

**?**

26

$P_{\triangle} = P_{\triangle}$

**?**

---


$$p = \frac{a+b+c}{2};$$

