

составитель Е.МАНОХА

Розничная цена: 49,90 грн, 990 тенге

занимательные
ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DEAGOSTINI

5



Лучшее от Сэма Лойда **Задачи о детях**



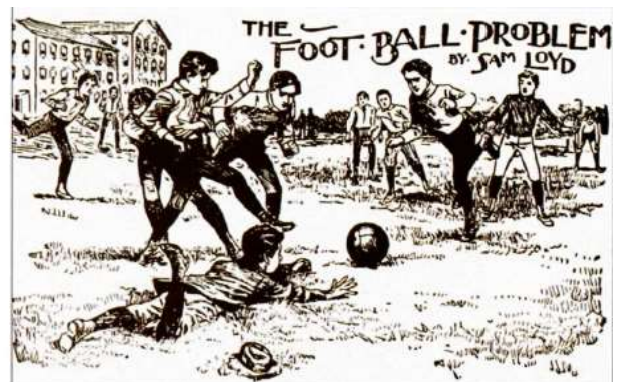
1. Задача о футбольном мяче

У меня нет стальной защиты для носа, а потому я не хочу рисковать этим органом, засовывая его в игру, с которой не знаком. Наплечники и футбольные щитки не были в моде в мои школьные годы. Обычно мы играли в футбол просто ногами, как того и требует название этого вида спорта, и никогда не пытались калечить своих соперников. Однако моя задачка не будет иметь ничего общего ни с «пасами», ни с «дриблингом», ни даже с простым пинками по мячу. Это всего лишь воспоминание о тех днях, когда мы, деревенские дети, любили гонять резиновый мяч по зеленому полю. Мы жили в сельской местности и обычно заказывали мяч по почте. В каталоге одного из спортивных магазинов требовалось, чтобы клиенты при заказе «указывали точное количество дюймов». Вот здесь и возникает проблема.

Нас просили указать размер в дюймах, но мы не знали, что при этом имелось в виду: площадь поверхности мяча или объем воздуха внутри. Поэтому нам приходилось совмещать два этих параметра. Мы заказывали мяч, объем которого в кубических дюймах совпадал бы с площадью его поверхности в квадратных дюймах!

Кто из наших читателей сможет назвать диаметр заказанного мяча?

▲ *Какого размера мяч?*



2. Эксцентричный преподаватель

Затронутая в этой задачке проблема возрастов, я уверен, развлечет молодых и одновременно даст пищу для размышлений научным работникам, сделавшим статистику своей специальностью.

Один умный и эксцентричный преподаватель, желая увеличить число старшеклассников в группе, организацией которой он занимался, объявил о ежедневной выдаче премии. Она полагалась той группе молодых людей или девушек, чей общий возраст будет больше.

В первый день на занятие пришло только два человека, мальчик и девочка. Так как возраст мальчика был в два раза больше возраста девочки, то ему и была отдана премия. На следующий день девочка привела в школу свою старшую сестру. Так как возраст двух девочек был в два раза больше, чем возраст мальчика, то в этот день премию поделили они. Когда школа открылась на третий день, то оказалось, что мальчик привлек к соревнованию одного из своих братьев. На этот раз возраст мальчиков оказался в два раза больше возраста обеих девочек, поэтому премия досталась мальчикам.

Борьба между семьями Джонс и Браун разгорелась не на шутку, и на четвертый день две девушки пришли в школу со своей старшей сестрой. Таким образом, в этот день в группе оказались три девушки против двух мальчиков. Естественно, девушки выиграли премию четвертого дня, так как их общий возраст был вдвое больше общего возраста обоих мальчиков.

Битва продолжалась до того момента, пока класс не наполнился под завязку, но нам развивать эту задачу уже необязательно. Мы хотели бы узнать возраст того самого первого мальчика, пришедшего в группу нашего хитроумного преподавателя, принимая во внимание ту информацию, что последняя девушка вошла в класс в день, когда ей исполнился 21 год.

Это простая, но очаровательная задачка, для разгадки которой необходимо больше изобретательности, нежели математических знаний. Вы легко ее разгадаете, пользуясь типичными для головоломок способами решения.

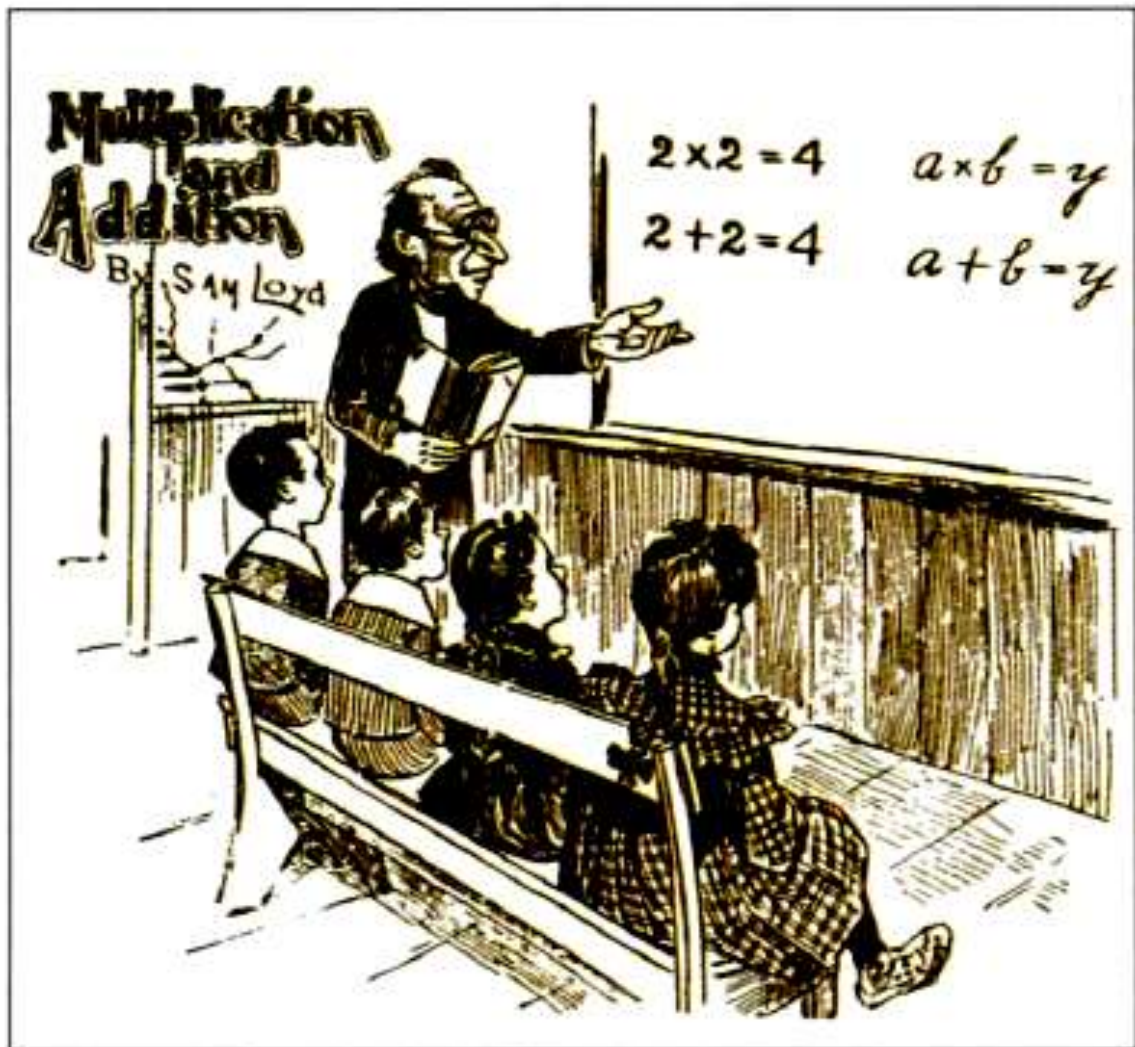


3. Взвешивая ребенка

Госпожа О'Тул — весьма экономная дама. Она пытается взвеситься сама, взвесить своего ребенка и собаку, и все это за один цент. Если она весит на 100 фунтов больше, чем собака и ребенок вместе, а собака весит на 60% меньше ребенка, можете ли вы определить вес маленького ангелочка?

4. Умножение и сложение

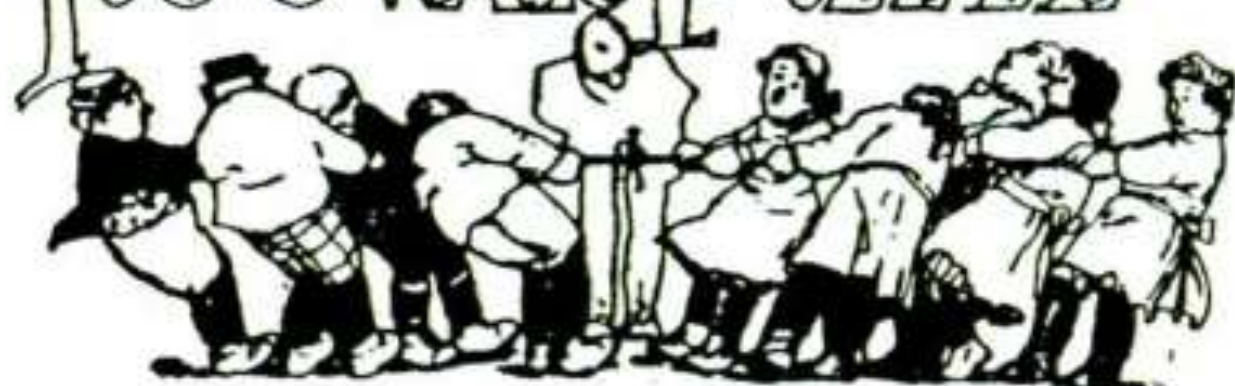
Преподаватель объясняет своим ученикам: дважды два дает тот же результат, что и два плюс два. Хотя 2 — единственное натуральное число с такими свойствами, есть много пар чисел, способных заменить a и b в уравнениях, написанных на доске (иллюстрация ниже). Можете ли вы найти подобную пару? Конечно, это могут быть и дробные числа, но их произведение должно быть равно их сумме.



◀ Найдите такие различные значения a и b , чтобы $a \times b = a + b$.

5. Загадка о перетягивании каната

TUG O'WAR PUZZLE



Сила четырех крепких мальчиков равна силе пяти пухлых девочек.



Две пухлые девочки и один крепкий мальчик не уступают в борьбе против стройных близнецов.



Стройные близнецы и три пухлые девочки против одной пухлой девочки и четырех крепких мальчиков.
Кто выиграет последний раунд?

Решения

1. Объем мяча можно рассматривать как совокупность большого количества маленьких пирамид, чьи вершины обращены к центру мяча, а основания составляют его поверхность.

Мы знаем, что объем пирамиды равен площади поверхности ее основания, умноженной на $1/3$ ее высоты. Таким образом, объем сферы равен сумме оснований пирамид, умноженной на треть высоты. В нашем случае это поверхность сферы, умноженная на треть радиуса. Так как этот объем совпадает с площадью поверхности, то получается, что треть радиуса равна единице. Таким образом, радиус равен 3 дюймам, а диаметр мяча составляет 6 дюймов.

2. Первой девочке было 638 дней, а мальчик вдвое ее старше, то есть ему 1 276 дней. На следующий день самой младшей девочке было уже 639 дней, а новенькой 1 915. Их общий возраст 2 544 дня, что вдвое больше возраста первого мальчика, которому на второй день было 1 277 дней. На третий день мальчик 1 278 дней от роду привел свое-

го старшего брата, которому исполнилось 3 834 дня. Таким образом, на двоих мальчиков приходится 5 112 дня, что ровно в два раза больше возраста девочек, которым в этот день 640 и 1 916 дней соответственно, то есть всего 2 566 дней.

Мы приходим к 7 670 дням следующим образом. Девушка пришла в школу в день своего 21-го дня рождения. Умножаем 21 на 365, получаем 7 665. Плюс еще 4 дня за високосные годы, плюс 1 день за первый день после дня рождения.

Те, кто сказал, что мальчику три с половиной года, проигнорировали тот факт, что возраст учеников увеличивался каждый день.

3. Госпожа О'Тул весит 135 фунтов, ребенок весит 25 фунтов, а собака — 10 фунтов. (Задача имеет несколько решений.)

4. Существует бесконечное количество пар чисел, произведение и сумма которых совпадают. Если одно число a , то второе всегда можно получить делением a на $a-1$. Например, $3 \times 1,5 = 4,5$ и $3 + 1,5 = 4,5$.

5. Объединенная сила четырех крепких мальчиков равна силе пяти пухлых девочек. Как показывает вторая иллюстрация, стройные близнецы уравнены по силе с одним крепким мальчиком и двумя пухлыми девочками. Упростим изображение на третьей картинке, поменяв двух стройных близнецов на эквивалентную им силу, то есть на одного крепкого мальчика и двух пухлых девочек. Благодаря этой замене сейчас на третьей картинке у нас пять пухлых девочек и один крепкий мальчик борются против одной пухлой девочки и четырех крепких мальчиков. Уберем пять пухлых девочек с одной стороны и четырех крепких мальчиков с другой, так как первый рисунок показывает нам, что они равны по силе. После этого у нас останутся крепкий мальчик слева и пухлая девочка справа. Это означает, что команда слева с третьей картинке должна выиграть, так как у них на одну пятую больше силы, чем у команды справа.



Льюис Кэрролл **Запутанный рассказ**



Узелок VI Ее Блистательство

*Я твой совсем не понимаю,
Но твой поймешь все вдруг,
Когда изведаеть, сагиб,
По пяткам ты бамбук.*

Едва путешественники высадились на берег, как их повели во дворец. На полпути вновь прибывших гостей повстречал губернатор, приветствовавший наших знакомых на английском языке — к великому их облегчению, ибо, как выяснилось, приставленный к ним гид говорил лишь на кговджнийском диалекте.

— Не нравятся мне ухмылки этих туземцев, — прошептал пожилой путешественник на ухо сыну. — Что они на нас так уставились? И почему без конца повторяют «бамбук»?

— Они имеют в виду местный обычай, — пояснил губернатор, случайно услышавший вопрос. — Те, кто каким либо образом осмелятся вызвать неудовольствие Ее Блистательства, подвергаются наказанию: их бьют бамбуковыми палками по пяткам.

Пожилой путешественник поехал.

— Какой варварский обычай! Мне он очень не нравится! — заметил он, делая особое ударение на «мне» и «не нравится».

— Престарелый чужеземец чем то опечален? — с некоторым беспокойством заметил губернатор. — Может быть, на его совести тяжкое преступление?



▲ — Почему они без конца повторяют «бамбук»?

— Моя совесть чиста, — поспешно воскликнул пожилой джентльмен. — Скажи ему, Норман, что я не совершал никаких преступлений.

— Пока еще не совершал, — веско подтвердил Норман, и губернатор тоном глубочайшего удовлетворения повторил:

— Пока еще не совершал.

Губернатор ввел наших путешественников в ворота дворца. В полном молчании отец и сын проследовали за своим провожатым по длинному коридору и вскоре оказались в величественном зале, все стены которого были сплошь покрыты павлиньими перьями. Ее Блистательство — полная дама крохотного росточка — в мантии из зеленого шелка, сплошь усыпанной серебряными звездами, восседала в центре зала на груди алых подушек. Бледное круглое лицо ее на миг озарилось отдаленным подобием улыбки, когда путешественники склонились в низком поклоне, и вновь обрело полную неподвижность восковой маски, когда она еле слышным голосом обронила несколько слов на кговджнийском диалекте.

— Ее Блистательство приветствует вас, — перевел губернатор, — и отмечает Невозмутимое Спокойствие старости и Незрелую Поспешность юности.

От путешественников явно ожидали ответной речи.

— Мы благодарим Ее Недосягаемое Всемогущество, — дрожащим голосом начал престарелый путешественник, — чья улыбка согревает нас, подобно...

— Слова старцев слабы! — недовольно прервал его губернатор. — Пусть скажет юноша!

— Передайте ей, — воскликнул Норман в необычайном порыве красноречия, — что в присутствии Ее Многозвездного Всесокрушительства мы особенно остро ощущаем свое ничтожество, подобно двум жалким козьям, попавшим в жерло kloкочущего вулкана.

— Неплохо сказано, — одобрил губернатор и перевел речь Нормана

на кговджнийский.

— А теперь я сообщу вам, — продолжал он, — что угодно Ее Блистательству потребовать от вас, прежде чем вы покинете этот дворец.

Только что закончился ежегодный конкурс на замещение должности Придворной Вязальщицы Шарфов. Вы назначаетесь судьями. Вынося

свое решение, вы должны принять во внимание, насколько быстро связан шарф, насколько он легок и хорошо ли он греет. Обычно участницы конкурса расходились лишь по одному из трех пунктов. Например, в прошлом году Фифи и Гого в течение испытательного срока — недели — успели связать одинаковое количество одинаково теплых шарфов, но шарфы, связанные Фифи, оказались вдвое теплее, чем шарфы, связанные Гого, поэтому Фифи и сочли вдвое лучшей вязальщицей, чем Гого. Но в этом году — о горе мне! — рассудить, кто из вязальщиц лучше, выше человеческих сил. В конкурсе приняли участие три вязальщицы, и связанные ими шарфы отличаются по всем трем пунктам! Ее Блистательство уполномочила меня заявить, что на время разбора столь сложного казуса вы будете расквартированы — разумеется, бесплатно — в лучшей темнице и будете в изобилии получать лучший хлеб и воду.

Пожилой путешественник, услышав страшную весть, застонал.

— Все пропало! — воскликнул он в отчаянии.

Норман повел себя иначе: вытащив из кармана блокнот, он спокойно принялся записывать данные об участницах конкурса.

— Их трое: Лоло, Мими и Зузу, — сообщил губернатор. — За то время, которое требуется Мими, чтобы связать 2 шарфа, Лоло успевает связать 5 шарфов, но пока Лоло вяжет 3 шарфа, Зузу успевает связать 4 шарфа! И это не все! Шарфы, связанные Зузу, легче пуха — 5 ее шарфов весят не больше, чем один шарф, связанный Лоло, — но шарфы Мими еще легче! 5 шарфов Мими весят столько же, сколько 3 шарфа Зузу! Но и это еще не все! Один шарф Мими греет так же, как 4 шарфа Зузу, а один шарф Лоло — так же, как 3 шарфа Мими!

Тут маленькая леди еще раз хлопнула в ладоши.

— Аудиенция окончена! — поспешно сказал губернатор. — Вы должны подарить Ее Блистательству прощальные комплименты и выйти из зала, не показав ей спину!

Пятиться мелким шагом — единственное, на что еще был способен турист постарше. Норман просто сказал:

— Передайте Ее Блистательству, что мы оцепенели при виде Ее Лучезарного Сверкательства и из последних сил шлем свой прощальный привет Ее Августейшей Сметанности!

— Ее Блистательство выражает свое удовлетворение, — сообщил губернатор после тщательного перевода прощального комплимента Нормана. — Она озаряет вас взглядом Своих Царственных Глаз и выражает уверенность, что вы можете поймать этот взгляд!

— Хоть эта задача нам по силам! — в отчаянии простонал старший из путешественников.

Они еще раз низко поклонились и, выйдя из зала, по винтовой лестнице спустились в Собственную Ее Блистательства Темницу, которая оказалась выложенной разноцветным мрамором, освещалась через крышу и имела великолепную, хотя и без излишней роскоши, обстановку — одну-единственную скамью из полированного малахита.

— Надеюсь, вы не станете затягивать свое решение, — сказал губернатор, вводя отца и сына в темницу с соблюдением всех правил придворного этикета. — Должен предупредить вас, что у тех несчастных, которые не слишком торопились исполнить повеления Ее Блистательства, возникали разного рода неприятности, подчас большие и серьезные. В подобных случаях Ее Блистательство действует весьма решительно. Она говорит: «Что должно быть совершено, да свершится!» — и приказывает дать еще десять тысяч ударов бамбуковыми палками сверх обычного наказания.

С этими словами губернатор покинул путешественников, и они услышали, как за дверью лязнул засов и щелкнул замок.

— Говорил я тебе: добром это не кончится! — простонал, ломая в отчаянии руки, пожилой путешественник. В своих страданиях он забыл, что сам выбрал маршрут путешествия и никогда ничего подобного не пророчил. — О, если бы нам только благополучно разделаться с этим проклятым конкурсом!

— Не падай духом! — бодро воскликнул молодой человек. — *Naec olim meminisse juvabit!* («Когда-нибудь об этом будет приятно вспомнить» — лат.) Вот увидишь, все будет хорошо! Слава еще увенчает нас розами!

— Розами с «г» после «з»! — вот все, что мог вымолвить несчастный отец, в отчаянии раскачиваясь взад и вперед на малахитовой скамье. — С «г» после «з»! — повторил он.

Решение

Задача

Лоло вяжет 5 шарфов, Мими за это же время вяжет 2 шарфа. За время, за которое Зузу вяжет 4 шарфа, Лоло вяжет 3. 5 шарфов, связанных Зузу, весят столько же, сколько один шарф Лоло; 5 шарфов Мими — столько же, сколько 3 шарфа Зузу. Один шарф Мими греет так же, как 4 шарфа Зузу; один шарф Лоло — как 3 шарфа Мими. Кто вяжет лучше, если быстрота, легкость и теплота шарфов одинаково ценны?

Ответ

В порядке от лучшей к худшей: Мими, Лоло, Зузу.

Решение

Обозначим Мими буквой М, Зузу — Z, Лоло — L. Если учитывать только скорость (при прочих равных факторах), то соотношение между L и M

равно $5/2$, а между Z и L — $4/3$.

Чтобы получить три числа, удовлетворяющие этим условиям, проще всего принять за единицу то число, которое фигурирует в условии дважды. Тогда L, M и Z будут соответственно равны 1, $2/5$ и $4/3$.

При оценке веса учтем, что чем больше вес, тем меньше

преимущество шарфа, поэтому Z будет относиться к L как $5/1$. Таким образом, оценки за легкость соответственно равны $1/5$, $5/3$ и 1. Аналогично оценки теплоты шарфов равны 3, 1 и $1/4$ соответственно. Чтобы получить итоговый результат, нужно перемножить все оценки L между собой, затем про-

извести аналогичные действия для M и Z.

Итоговый результат: $1 \times 1/5 \times 3$, $2/5 \times 5/3 \times 1$ и $4/3 \times 1 \times 1/4$, то есть $3/5$, $2/3$, $1/3$. Умножив все три числа на 15 (что не изменит соотношения между ними), получим 9, 10 и 5. Таким образом, порядок от лучшей к худшей ткачихе выглядит так: M, L, Z.

**Узелок VII.
Мелкие расходы**

*Раб, который
еще должен платить.
Какая низость!*

— Тетя Математильда!

— Что, милая?

— Не могли бы вы записать расходы сразу? Если вы их сейчас не запишете, я непременно забуду.

— Подожди хотя бы, пока кэб остановится. Не могу же я писать, когда так трясет!

— Ну, тетя, пожалуйста! А то я действительно забуду.

В голосе Клары зазвучали просительные нотки, против которых тетушка не могла устоять. Достав со вздохом свой блокнот — несколько табличек небольшого формата из слоновой кости, — она приготовилась внести в него те суммы, которые Клара только что израсходовала в кондитерской. Платила за все, разумеется, тетушка, но бедная девочка отлично знала, что рано или поздно Безумная Математильда потребует от нее подробный отчет о каждом израсходованном пенсе, и поэтому сейчас с плохо скрываемым нетерпением ждала, пока тетушка найдет среди своих табличек ту, которая была озаглавлена «Мелкие расходы».

— Вот она, — сказала наконец тетушка. — Последняя запись относит-



▲ Эта дверь и вполнину не так широка, как должна была бы быть!

ся к вчерашнему завтраку. Один стакан лимонада (почему ты не можешь пить простую воду, как я?), три бутерброда (горчицы, конечно, в них нет и в помине!) и семь бисквитов. Итого 1 шиллинг и 2 пенса (1 шиллинг содержит 12 пенсов. — прим. перев.). Итак, что ты заказывала сегодня?

— Один стакан лимонада... — начала было перечислять Клара, но тут кэб неожиданно остановился, и стоявший у входа в вокзал швейцар с отменными манерами помог растерявшейся девочке выйти из экипажа прежде, чем она успела закончить фразу.

Тетушка немедленно захлопнула свой блокнот и начала рассчитывать с кэбменом, отдавать подробнейшие и пространнейшие распоряжения относительно багажа, не обращая никакого внимания на мольбы несчастной племянницы записать и остальную часть расходов на завтрак.

— Милая моя, да тебе и впрямь следует развивать свою память, чтобы она стала более емкой — таково было единственное изречение, которым тетушка соблаговолила утешить свою племянницу. — Неужели скрижали твоей памяти недостаточно широки для того, чтобы удержать расходы на один-единственный завтрак?

— Конечно, недостаточно! И вполнину не так широки, как надо бы! — слышался возмущенный ответ.

Слова вполне подходили по смыслу, но произнесший их голос не был голосом Клары. Тетя и племянница в удивлении обернулись, чтобы посмотреть, кто это внезапно вмешался в их разговор.

Толстенъкая старушка суетилась у дверцы, помогая кэбмену извлечь из глубины экипажа свою точную копию.

— Говорю вам: эта дверь и вполонину не так широка, как должна была бы быть! — повторила старушка, когда ее сестра была наконец извлечена из кэба.

— Не правда ли, девочка? — обратилась она за поддержкой к Кларе, тщетно пытаясь грозно нахмуриться.

— Некоторые пассажиры слишком широки для кэба, — проворчал возница.

— Не выводите меня из себя! — воскликнула старушка, охваченная тем, что у нее должно было означать приступ ярости. — Еще одно слово, и я привлеку вас к ответственности за нарушение *Habeas Corpus* (начальные слова закона о неприкосновенности личности, принятого английским парламентом в 1679 г. — прим. перев.).

Кэбмен прикоснулся к шляпе и отошел улыбаясь.

— Чтобы поставить на место зарвавшегося грубияна, моя милая, лучше всего сослаться на какойнибудь пусть даже плохонький закон, — доверительно заметила старушка, обращаясь к Кларе. — Ты видела, как он сразу струсил, когда я упомянула *Habeas Corpus*? Хотя я и не имею ни малейшего понятия о том, что это значит, но звучит все равно здорово, правда?

— Мне как то не по себе от этого *Habeas Corpus*, — несколько туманно возразила Клара.

— Еще бы, — воскликнула старушка. — Нас и вывели из себя, не так ли, сестрица?

— Никогда в жизни я не была так выведена из себя! — подтвердила, лучезарно улыбаясь, более толстая сестра.

Только теперь Клара узнала в сестрах старушек, с которыми познакомилась в картинной галерее. Отведя в сторону тетушку, она торопливо прошептала ей на ухо:

— Я впервые встретила с ними в Королевской академии изобразительных искусств. Они были так любезны со мной, а сегодня они завтракали за соседним столом. Они пытались помочь мне найти картину, которую я искала. По-моему, они очень симпатичные старушки!

— Так ты говоришь, что это твои друзья? — переспросила Безумная Математильда. — Ну что ж, они производят приятное впечатление. Можешь побеседовать с ними, пока я куплю билеты. Постарайся только следить за своей речью и располагать мысли в более строгом хронологическом порядке!

Вскоре все четверо — две сестры и тетушка с племянницей — сидели на одной скамейке и в ожидании поезда вели непринужденный разговор, словно уже давно знали друг друга.

— Какое замечательное совпадение! — воскликнула та из сестер, что была поменьше ростом и поразговорчивей (именно ее познания в юриспруденции обратили в бегство кэбмена). — Мы не только ждем один и тот же поезд на одном и том же вокзале — что достаточно любопытно само по себе, — но и ждем в один и тот же день и в один и тот же час! Это меня особенно поражает!

— Эти совпадения не являются независимыми. — начала было Безумная Математильда, но

Клара рискнула прервать ее.

— Здесь не трясет, — умоляюще сказала она. — Может быть, мы запишем расходы?

Таблички слоновой кости снова были извлечены на свет.

— Итак, что мы заказывали? — спросила тетушка.

— стакан лимонада, один бутерброд, один бисквит. Ой, что же мне делать? — с отчаянием в голосе вдруг воскликнула Клара.

— У тебя что, зубы разболелись? — спокойно спросила тетушка, записывая названное Кларой меню.

— Нет! — удрученно сказала Клара. — Просто я не могу вспомнить, сколько истратила на завтрак.

— Постарайся вычислить, если не помнишь, — предложила тетушка. — Что ты заказывала на завтрак вчера, тебе известно. А вот запись о том, что ты заказывала позавчера — в первый день, когда мы отправились завтракать в кондитерскую: один стакан лимонада, четыре бутерброда, десять бисквитов. Итого 1 шиллинг и 5 пенсов.

С этими словами тетушка передала свои таблички Кларе. Сквозь слезы Клара даже не сразу разглядела, что держит таблички вверх ногами.

Две сестры с глубочайшим интересом прислушивались к разговору между тетей и племянницей. Видя, что Клара очень расстроена, меньшая из сестер ласково положила ей руку на плечо.

— Знаешь, деточка, — сказала она успокаивающе, — мы с сестрой находимся в таком же затруднительном положении! Ну, просто точь-в-точь в таком же! Дело в том, деточка, что мы сегодня завтракали в той же кондитерской, где завтракали вы с тетей, и заказали два стакана лимонада, три бутерброда и пять бисквитов, но ни одна из нас не имеет ни малейшего понятия о том, сколь-

ко мы заплатили. Правда, сестрица?

— Совершенно и абсолютно... — пробормотала вторая старушка.

— Ты считаешь для нас, сколько мы заплатили? — попросила Клару первая старушка,

— Надеюсь, ты не забыла арифметику? — с легким беспокойством спросила тетушка. Клара рассеянно перебирала таблички, тщетно пытаясь собраться с мыслями. В голове у нее было пусто.

Наступило угрюмое молчание.

Решение

Задача

Стакан лимонада, 3 бутерброда и 7 бисквитов стоят 1 шиллинг 2 пенса. Стакан лимонада, 4 бутерброда и 10 бисквитов стоят 1 шиллинг 5 пенсов. Найти, сколько стоят: 1) стакан лимонада, бутерброд и бисквит; 2) 2 стакана лимонада, 3 бутерброда и 5 бисквитов.

Ответ

- 1) 8 пенсов;
- 2) 1 шиллинг 7 пенсов.

Решение

Эту задачу лучше всего решать алгебраически. Пусть x — стои-

мость (в пенсах) одного стакана лимонада, y — стоимость бутерброда и z — бисквита.

Тогда по условию задачи $x + 3y + 7z = 14$, $x + 4y + 10z = 17$. Требуется вычислить, чему равны $x + y + z$ и $2x + 3y + 5z$. Располагая лишь двумя уравнениями, мы не можем найти значение каждого из трех неизвестных в отдельности, но вычислить значения некоторых комбинаций неизвестных в наших силах. Известно также, что с помощью двух данных уравнений мы можем исключить два из трех неизвестных, после чего иско-

мые выражения будут зависеть лишь от одного неизвестного. Значения искомых выражений могут быть вычислены лишь в том случае, если единственное неизвестное, оставшееся неисключенным, само собой уничтожается. В противном случае задача не имеет решения.

Исключим лимонад и бутерброды и сведем все к бисквитам. Для этого вычтем первое уравнение из второго, исключив тем самым лимонад, и получим $y + 3z = 3$. Подставляя $y = 3 - 3z$ в первое уравнение, получим $x - 2z = 5$

или, что то же, $x = 5 + 2z$. Если теперь мы подставим выражения для x и y в те выражения, значения которых нам необходимо вычислить, то первое из них превратится в $(5 + 2z) + (3 - 3z) + z = 8$, а второе — в $2 \times (5 + 2z) + 3 \times (3 - 3z) + 5z = 19$. Следовательно, стоимость первого набора составляет 8 пенсов, а второго — 1 шиллинг 7 пенсов. Изложенный нами метод универсален. Иными словами, он абсолютно во всех случаях позволяет либо получить ответ, либо доказать, что решения не существует.



▲ *Какова глубина озера?*

1. Задача о водяных лилиях

Поэт Генри Лонгфелло был хорошим математиком и считал, что задачи следует излагать красивым и образным языком, чтобы пробудить фантазию ученика, а не использовать сухие фразы из учебников.

Задача о водяных лилиях — одна из многих, представленных Лонгфелло в его романе «Кавана». Она очень проста. Любой сможет решить ее, даже не обладая знаниями математики или геометрии, но в этой задаче используется важный геометрический закон, который вы обязательно запомните. Не смогу дословно воспроизвести рассказ самого Лонгфелло, но речь шла о водяной лилии, растущей в озере. Цветок находится в одной пяди от поверхности воды, и когда ветерок наклоняет его, он касается воды на расстоянии двух локтей. Зная только эти данные, можно рассчитать глубину озера.

Допустим, что, как показано на рисунке, лилия возвышается над поверхностью воды на 10 дюймов. Если наклонить цветок в сторону так, чтобы он скрылся под водой, то его верхушка будет отстоять от исходной точки на 21 дюйм.

Какова глубина озера?

2. Задача о кенигсбергских мостах

Эта занимательная задача интересна не только потому, что на ней основана целая математическая теория, но и потому, что это очень старая задача и с ней связана одна любопытная история. Кенигсберг, вторая столица Пруссии, был разделен рекой Прегель на четыре района, включая остров Кнайпхоф, так, как показано на рисунке. Части города соединены восемью мостами. С этими мостами и связана задача, над которой 200 лет бились жители Кенигсберга.

Молодежь всегда любила прогулки по кенигсбергским мостам. В старинных рассказах в том или ином виде упоминается задача обхода всех мостов. Считалось, что обойти все мосты, не проходя ни по одному из них дважды, невозможно.

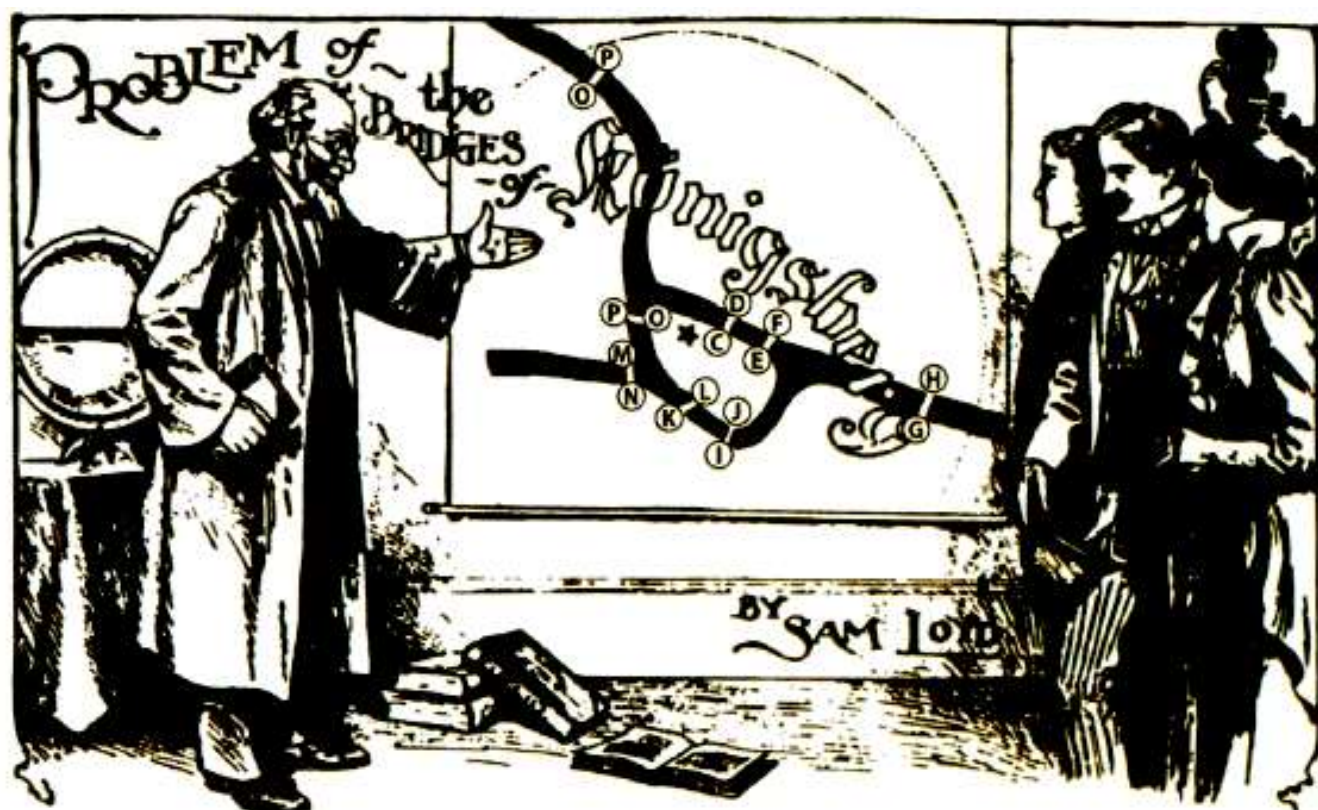
Достоверно известно, что группа молодых людей в 1735 году обратилась к математику Леонарду Эйлеру, чтобы тот помог им решить задачу. Год спустя Эйлер представил объемный труд в Петербургскую академию наук.

В нем он доказывал, что задача не имеет решения. Об этом говорится в бюллетене Академии наук за 1741 год, том 8. Труд Эйлера был опубликован известными математиками на английском и французском языках, но в нем изначально идет речь о задаче с любым числом мостов.

Профессор Тринити-колледжа Вальтер Вильям Роуз Болл рассказывает о достоинствах этой старинной задачи в своей книге «Математические развлечения». Он ошибочно приписывает авторство задачи Эйлеру, датируя ее 1736 годом, и вносит важное уточнение: в Кенигсберге

было (и сейчас есть, если верить путеводителю Бедекера) семь мостов. В архивах упоминается восемь мостов, и на нашей карте приведена схема из исправленного путеводителя Бедекера, где говорится о восьми мостах. В 1735 году Эйлер был еще очень молод, а известность пришла к нему почти 50 лет спустя. Возможно, этим объясняются и другие неточности в задаче. Так, по условию задачи совершенно не обязательно возвращаться в исходную точку. Нужно лишь доказать возможность обойти город, пройдя по каждому из мостов только один раз.

От читателя требуется определить, сколькими способами это можно сделать и какой путь является кратчайшим.



▼ Сколько всего путей и какой из них кратчайший?

3. Четверо беглецов

Разумеется, всем любителям головоломок знакома старинная задача о волке, козе и капусте, которых нужно перевезти на другую сторону реки, причем за один раз в лодке могут поместиться только два из названных персонажей. История четырех беглецов столь же старинная и основана на том же принципе, но настолько запутанна, что правильный ответ, кажется, упустили из виду все математики, занимавшиеся этой задачей.

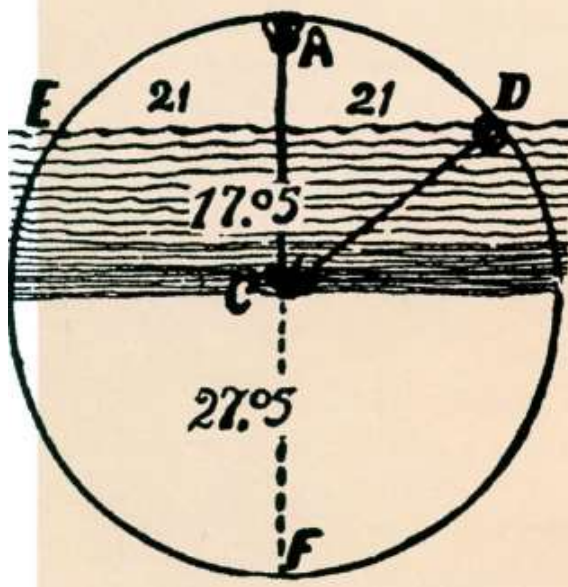
Согласно условию, четверо мужчин сбежали со своими любовницами, но по пути им потребовалось перебраться через реку. В лодке могли разместиться только два человека. Посередине реки, как показано на рисунке, находится небольшой остров. Все молодые люди были очень ревнивы: они не могли допустить, чтобы их любимая даже на мгновение осталась без них в обществе другого мужчины или нескольких мужчин. Ни один из них также не мог сесть в лодку, если на берегу или на острове оставалась в одиночестве девушка, которая при этом не была их возлюбленной. Это заставляет нас предполагать, что девушки были не менее ревнивы и подозревали, что их любовники сбегут с другой при первой же возможности. Суть задачи — помочь беглецам как можно быстрее переправиться через реку. Предположим, что река имеет 200 ярдов в ширину, а на острове посередине реки могут поместиться все беглецы. Сколько раз лодка должна пересечь реку, чтобы все беглецы переправились на другой берег?



▲ Помогите четырем ревнивым парам переправиться через реку.

Решения

1. Евклид писал: «Когда две хорды дуги пересекаются внутри круга, произведение частей одной хорды равно произведению частей другой». На рисунке поверхность воды представляет собой хорду дуги. Так как части этой хорды равны 21 дюйму, то их произведение равно 441 дюйму. Лилия образует другую хорду. Часть цветка, которая возвышается над водой, является частью хорды. Следовательно, эта часть длиной в 10 дюймов при умножении на другую часть этой хорды должна давать 441 дюйм. Разделив 441 на 10, получим



длину второй части хорды — 44,1 дюйма. Сложив 10 и 44,1, получим 54,1 — длину хорды AF, которая является диаметром круга. Чтобы получить радиус, нужно разделить этот отрезок пополам. Получим 27,05 дюйма. Так как цветок возвышается над поверхностью воды на 10 дюймов, нужно вычесть эти 10 дюймов из радиуса, чтобы узнать глубину озера. Она равна 17,05 дюйма.

2. Существует 416 возможных решений этой задачи. Кратчайшим путем является O-P, D-C, E-F, H-G, I-J, L-K, N-M и A-B (или наоборот). Так как существует несколько миллионов неверных решений, эти 416 вариантов было легко упустить из виду.

(Читателю не стоит воспринимать всерьез комментарии Лойда в адрес Эйлера. Лойд прекрасно знал, что Эйлер занимался решением задачи о семи мостах, и в его знаменитой работе содержалось решение первой топологической задачи.)

3. Задачу можно решить за 17 ходов.

Обозначим мужчин буквами ABCD, девушек — abcd. Изначально все они находятся на берегу. Решение приведено в таблице и не требует пояснений.

	Берег	Остров	Другой берег
1.	ABCDcd	o	ab
2.	ABCDbcd	o	a
3.	ABCDd	bc	a
4.	ABCDcd	b	a

(Мужчины начинают переправляться через реку.)

	Берег	Остров	Другой берег
5.	CDcd	b	AB a
6.	BCDcd	b	Aa
7.	BCD	bcd	Aa
8.	BCDd	bc	Aa
9.	Dd	bc	ABCa
10.	Dd	abc	ABC
11.	Dd	b	ABCac
12.	BDd	b	ACac
13.	d	b	ABCDac
14.	d	bc	ABCDa
15.	d	o	ABCDabc
16.	cd	o	ABCDab
17.	o	o	ABCDabcd



▲ Сколько животных привели на рынок Джейкс, Ходж и Дюрант?

1. На рынке

Трое крестьян встретились на рынке, куда пришли продавать скот.

— Смотри, — сказал Ходж Джейксу, — я дам тебе шесть моих свиней за одну из твоих лошадей, и у тебя станет в два раза больше животных, чем у меня.

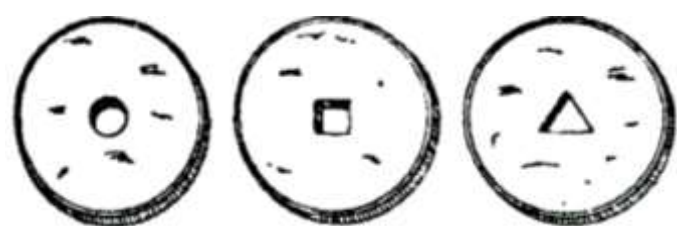
— Если ты хочешь вести дело так, — сказал Дюрант Ходжу, — я дам тебе четырнадцать овец за одну лошадь, и у тебя окажется в три раза больше животных, чем у меня.

— Я не останавлиюсь на этом, — сказал Джейкс Дюранту. — Я дам тебе четырех коров за одну лошадь, и у тебя будет в шесть раз больше животных, чем у меня.

Несомненно, это очень примитивный способ торговли, но было бы интересно узнать, сколько же животных изначально было у Джейкса, Ходжа и Дюранта.

2. Китайские деньги

Китайцы — странный народ: многое они делают наоборот. Говорят, что они не надавливают на пилу, как мы, а пилят с нижней стороны и тянут пилу вверх, и что они работают рубанком не «от себя», а «к себе». Еще говорят, что сначала они сооружают крышу, а уж потом достраивают снизу дом. Китайские деньги называются «лянь», и их ценность постоянно меняется. Лян с каждым разом становился все тоньше, и в итоге стопка из



2000 лян стала иметь в высоту меньше трех дюймов. В обращении находятся монеты разной толщины с круглыми, квадратными или треугольными дырками посередине, как показано на рисунке.

Их надевают на нить, как пуговицы. Допустим, что 11 монет с круглой дырой стоят 15 чинг-чангов, 11 монет с квадратной дырой стоят 16 чинг-чангов, а 11 монет с треугольной дырой стоят 17 чинг-чангов. Как я могу разменять 30 пенсов, используя только монеты этих трех видов? Один чинг-чанг стоит ровно 2 пенса и четыре пятнадцатых чинг-чанга.

3. Домашняя бухгалтерия

Юная госпожа Перкинс Патни написала мне: «Я была бы очень признательна, если бы вы помогли мне решить одну задачу, которая в последнее время очень беспокоит меня. Мы с мужем недавно обвенчались. Спустя два года после того как мы поселились в нашем доме, муж сказал, что истратил треть годового дохода на арендную плату, взносы и налоги, половину — на домашние расходы, а девятую часть — на другие расходы. У него осталось 190 фунтов в банке. Последнее я знаю точно. Как-то раз он забыл дома свою записную книжку и я мельком взглянула в нее. Разве вам не кажется, что муж должен полностью доверять жене во всем, что касается денег? Я считаю, что должен, но сколь бы невероятным это ни казалось, он никогда не говорил мне, насколько выросли его доходы. Естественно, я хочу это проверить. Можете ли вы объяснить мне, как выросли его доходы, зная цифры, которые я вам сообщила?»

Разумеется, данных, указанных госпожой Перкинс, вполне достаточно, чтобы решить задачу. И почти все мои читатели, если будут действовать невнимательно, назовут мне число, во много раз превышающее верный ответ.

4. Покупка яблок

Покупать яблоки понемногу всегда непросто, и мне кажется уместным привести некоторые наблюдения по этому поводу. Все мы знаем историю о смышленном парнишке, который, узнав, что торговка продает четыре яблока за три пенни, сказал: «Вот это да! Четыре яблока за три пенни! Значит, три отдадут за два пенни, два яблока — за одно, одно — бесплатно. Возьму одно!»

Это не единственный случай, который может сбить вас с толку. Например, как-то раз ребенок взял яблоко ценой в один пенни, но когда узнал, что груши идут по той же цене, поменял яблоко на грушу и собрался уходить.

— Постой! — сказала ему торговка. — Ты не заплатил за грушу!

— Конечно же нет, — ответил мальчик. — Взамен я дал вам яблоко.

— Но ты не заплатил за яблоко!

— Боже мой! Вы хотите, чтобы я заплатил и за яблоко, и за грушу?

И пока пожилая торговка пыталась вникнуть во все эти хитросплетения, мальчик исчез.

В нашей задаче некий человек дал мальчику шесть пенсов и пообещал дать еще, если тот превратит шесть пенсов в девять. Малыш вернулся спустя пять минут.



— У меня получилось превратить шесть пенсов в девять, — сказал он, протягивая три пенса своему благодетелю.

— Как у тебя это вышло? — спросил он.

— Я купил яблок на три пенса.

— Но откуда же у тебя появилось девять пенсов?

— Очень просто, — ответил ребенок. — Торговка яблоками получила три пенса, верно? У меня есть яблоки ценой в три пенса, и я только что дал вам еще три пенса. Разве в сумме не получается девять?

Малыша определенно следует научить правильно покупать яблоки. Я предлагаю читателю простую задачу на эту же тему.

Торговка продавала яблоки трех сортов: одно яблоко первого сорта за 1 пенни, два яблока второго сорта за 1 пенни и три яблока третьего сорта за 1 пенни. Разумеется, два яблока второго сорта и три яблока третьего сорта были равны по размерам одному яблоку первого сорта. Некий джентльмен, у которого было поровну сыновей и дочерей, дал им семь пенсов, чтобы они купили яблок на всех. Нужно разделить купленные яблоки поровну между всеми детьми. Как правильно потратить семь пенсов, и сколько всего детей было у джентльмена?



Решения

1. У Джейкса было 7 животных, у Ходжа — 11, у Дюранта — 21. Всего 39 животных.
2. Так как один чинг-чанг стоит ровно 2 пенса и четыре пятнадцатых чинг-чанга, одиннадцать пятнадцатых чинг-чанга должны стоить 2 пенса. Значит, 11 чинг-чангов стоят ровно 30 пенсов. Для размена понадобится семь монет с круглым отверстием и одна монета с квадратным отверстием. Заметим, что 7 монет с круглым отверстием стоят семь одиннадцатых от 15 чинг-чангов, а одна монета с квадратным отверстием стоит одну одиннадцатую от 16 чинг-чангов. Получается, что 77 монет с круглыми отверстиями равны 105 чинг-чангам, а 11 монет с квадратными отверстиями равны 16 чинг-чангам. Значит, 77 «круглых» монет плюс 11 «квадратных» равны 121 чинг-чангу; 7 «круглых» монет плюс 1 «квадратная» равны 11 чинг-чангам, или 30 пенсам. На практике эти расчеты куда проще, чем может показаться из наших объяснений.

3. Если бы я не оговорил это особо, читатели единогласно сказали бы, что доходы господина Перкинса равны 1710 фунтам, что совершенно неверно. Госпожа Перкинс пишет: «Мы потратили треть его годового дохода на аренду и прочее», то есть за два года они потратили некую сумму, равную трети его годового дохода. Обратите внимание: она говорит, что эта сумма тратилась не ежегодно, а за два года. Если внимательно прочитать ее объяснения, то мы получим единственно возможный ответ: доходы ее мужа составляли 180 фунтов. Так, траты за два года, в течение которых доход мужа возрос до 360 фунтов, составили 60 фунтов на аренду и прочее, 90 — на домашние расходы, 20 — на остальное, и в банке осталось 190 фунтов.

4. Так как у джентльмена было поровну сыновей и дочерей, очевидно, что число детей четное. В зависимости от того, насколько внимательно мы прочитаем текст задачи, возможны три разных ответа. Детей могло быть 2, 6 или 14.

В первом случае яблоки можно купить десятью разными способами. Но в этом случае в задаче не говорилось бы о «сыновьях и дочерях», потому что про сына и дочь нельзя сказать «сыновья и дочери». Поэтому такой вариант исключается. Если детей четырнадцать, то единственно возможный способ — дать каждому яблоко ценой в половину пенни. Но каждый ребенок должен получить поровну «яблок», то есть яблок, очевидно, было несколько. Таким образом, этот вариант также исключается. Вернемся к третьему случаю, который удовлетворяет всем заданным условиям. Три мальчика и три девочки получают по 1 яблоку ценой в половину пенни и по 2 яблока ценой в треть пенни. Стоимость этих 3 яблок равна одному и одной шестой пенни. Умножив это число на шесть, мы получим семь пенсов. Следовательно, ответ будет таким: шестеро детей, три мальчика и три девочки.





1. Задача об ожерелье

Воспользуюсь случаем, чтобы заметить: хотя мои задачи очень известны, это не означает, что всем известны ответы на них. Ответы на некоторые самые популярные задачи никогда не публиковались, и, насколько мне известно, они так и не были решены. В качестве примера я приведу задачу об ожерелье, о которой я писал несколько лет назад. Любой, кто прочтет ее, скажет, что ему не составит труда мгновенно найти решение. Однако я не припоминаю, чтобы кому-то удалось сразу дать правильный ответ. Цель этой простой задачи — показать, насколько ошибается обычный человек, когда пытается произвести какие-либо действия, требующие начальных знаний математики. Задача лишена каких бы то ни было ловушек или «пропущенных звеньев».

Я предлагал решить ее лучшим ювелирам Нью-Йорка, и они сказали, что не взяли бы на работу продавца, который не смог бы верно выполнить столь простую операцию, описанную в задаче. Тем не менее, никому из них не удалось дать верный ответ.

Некая дама купила 12 звеньев цепочки (они

Сколько должна заплатить дама за изготовление ожерелья?



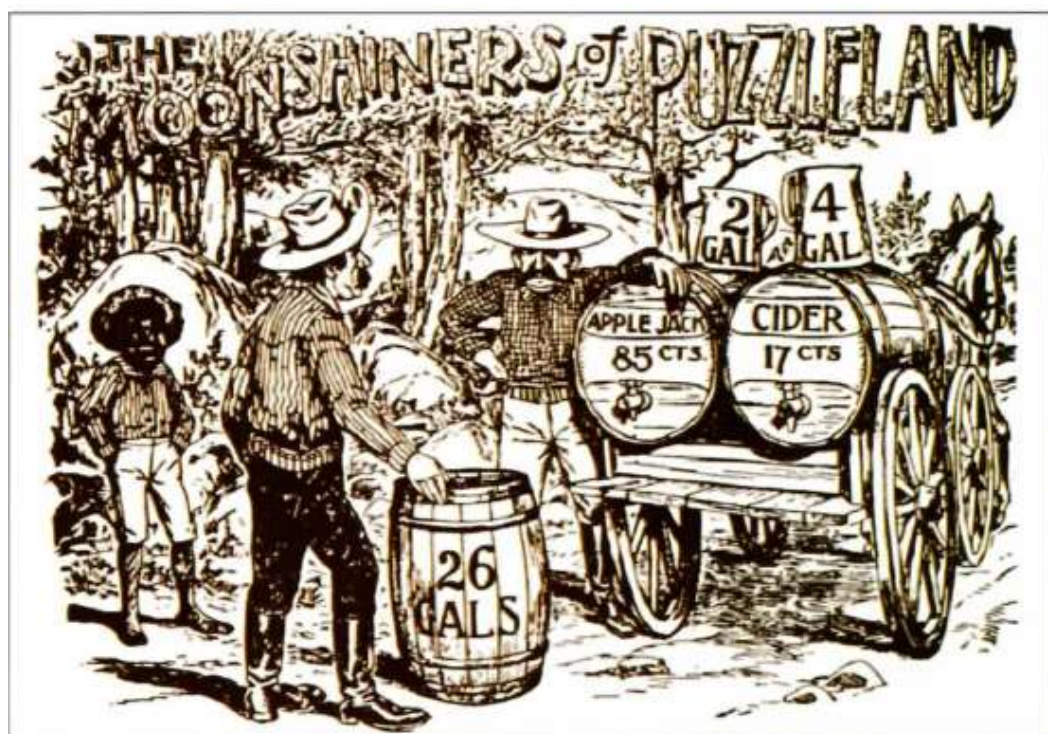
расположены по окружности рисунка, приведенного выше) и захотела изготовить из них одно ожерелье из 100 звеньев. Ювелир сказал ей, что разъединить и соединить заново маленькое звено стоит 15 центов, разъединить и соединить большое звено — 20 центов. Сколько должна заплатить дама за изготовление ожерелья?

2. Продавцы напитков из страны головоломок

Разумеется, всем нам знакома задача о некоем человеке, который продавал бочку меда. Он нашел покупателя, который хотел купить четыре кварты меда, но у него с собой было только два бочонка — на три кварты и пять кварт. Отмерить четыре кварты в этой задаче очень просто, но куда сложнее определить наименьшее число переливаний, которыми можно решить эту задачу.

Эта всем известная задача подготовит вас к той головоломке, которую я намерен предложить. У продавца напитков есть бочка яблочной водки и бочка сидра емкостью по 31,5 галлона каждая. Нужно отмерить напитка Mountain Dew — смеси сидра и яблочной водки — ровно на 21 доллар 6 центов. У продавца есть мерные бочонки на 2 и 4 галлона, а покупателю нужно наполнить доверху бочку в 26 галлонов.

Определите, в какой пропорции нужно смешать сидр и водку, чтобы получить 26 галлонов Mountain Dew стоимостью ровно 21 доллар и 6 центов. Галлон яблочной водки стоит 85 центов, галлон сидра — 17 центов. Затем попытайтесь найти наименьшее число операций, которое нужно совершить, чтобы наполнить бочку покупателя.



3. Враждующие супруги

В качестве предисловия к одной интересной задаче, в которой группе поспорившихся молодых людей нужно переправиться через реку в одной лодке, упомяну, что всем им известна задача о некоем крестьянине, которому нужно было переправить через реку волка, козу и капусту.

В нашем варианте задачи трем супружеским парам, возвращающимся с пикника, нужно пересечь реку в небольшой лодке. В лодке могут поместиться не более двух человек, при этом ни одна дама не умеет грести.

Случилось так, что приходской священник, проповедник Чинч, поспорился с двумя другими мужчинами в этой компании. В результате госпожа Чинч поспорилась с остальными дамами.

Как переправить супругов через реку так, чтобы никто из поспорившихся не оказался в одной лодке или на одном берегу реки? Еще одно любопытное условие задачи таково: ни один из

джентльменов не должен оставаться на берегу одновременно с двумя дамами.

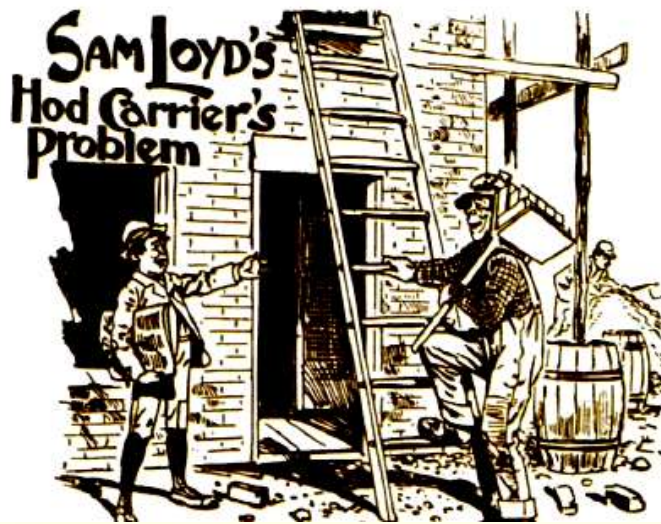
Нужно определить, сколько раз лодка должна пересечь реку, чтобы все супруги переправились на другой берег. Пользуясь случаем, добавлю, что никто не может решить эту задачу без помощи карандаша и бумаги, хотя научиться решать подобные задачи в уме можно очень быстро.

4. Носильщик кирпичей

Молодой человек, которого вы видите на рисунке, только что объяснил носильщику кирпичей эту весьма необычную задачу.

Начиная с земли, нужно попеременно подниматься и спускаться по лестнице, имеющей 9 ступеней, не пропуская ни одной из них. Подниматься и спускаться нужно так, чтобы коснуться земли еще только один раз; подняться на верхнюю ступеньку можно только два раза; и при этом нужно наступить на все остальные ступеньки одинаковое число раз.

Например, можно подняться до самого верха, спуститься на землю и снова подняться на самый верх: все условия задачи выполнены за 27 шагов. Суть задачи — определить, как можно выполнить все условия за наименьшее число шагов. Носильщику придется не раз подняться и спуститься по лестнице, прежде чем он найдет правильный ответ!



► Объясните, как подняться по лестнице за наименьшее число шагов.

Решения

1. 99% всех, кто пытается решить эту задачу, говорят, что наилучшим вариантом будет расковать 12 маленьких звеньев на концах 12 частей цепочки. Таким образом, стоимость работы составит 1 доллар 80 центов. Однако правильный ответ таков: нужно расковать десять звеньев в двух частях цепочки, имеющих по пять звеньев. Каждая из этих частей цепочки состоит из трех маленьких и двух больших звеньев. Если расковать все эти звенья и сковать их заново, чтобы получилось одно большое ожерелье, то это будет стоить всего 1 доллар и 70 центов. Это и будет ответом к задаче.

2. Старую задачу о том, как отмерить 4 кварты с помощью бочонков на 5 и 3 кварты, можно решить за 6 ходов:

1. Наполнить большой из бочонков.

2. Перелить мед из большого в малый бочонок. В большом останется 2 кварты.

3. Вылить содержимое малого бочонка в бочку.

4. Перелить две кварты из большого бочонка в малый.

5. Наполнить большой бочонок из бочки.

6. Наполнить малый бочонок из большого. Таким образом, в большом останется 4 кварты.

Во второй задаче с помощью элементарной алгебры нетрудно вычислить, что 26 галлонов Mountain Dew должны состоять из 24 и $8/17$ галлона яблочной водки и 1 и $9/17$ галлона сидра, чтобы полученный напиток стоил ровно 21 доллар и 6 центов при указанных ценах. Отмерить водку и сидр за наименьшее число действий можно так:

1. Наполнить оба бочонка яблочной водкой.

2. Перелить яблочную водку из бочки продавца в бочку покупателя.

3. Вылить содержимое обоих мерных бочонков в бочку, где была водка.

4. Перелить 2 галлона из бочки покупателя в бочку с яблочной водкой.

5. Перелить 2 галлона сидра из бочки продавца в бочку покупателя.

6. Наполнить оба мерных бочонка смесью из бочки покупателя. В бочке покупателя останется смесь, которая будет содержать 1 и $9/17$ галлона сидра.

7. Наполнить бочку покупателя из бочки с яблочной водкой.

3. Чтобы все супружеские пары оказались на другом берегу, необходимо совершить 17 переправ:

1. На другой берег переправляются господин и госпожа Ч.

2. Господин Ч. возвращается один.

3. Господин Ч. переправляется с одной из дам.

4. Господин Ч. возвращается с супругой.

5. Господин Ч. переправляется с другой дамой.

6. Господин Ч. возвращается один.

7. Через реку переправляются два других джентльмена.

8. Один из джентльменов возвращается с женой.

9. Господин и госпожа Ч. переправляются через реку.

10. Один из джентльменов возвращается с женой.

11. Через реку переправляются два джентльмена.

12. Господин Ч. возвращается один.

13. Господин Ч. переправляется с одной из дам.

14. Возвращаются господин и госпожа Ч.

15. Господин Ч. переправляется с одной из дам.

16. Господин Ч. возвращается один.

17. Господин Ч. с супругой переправляется через реку.

4. Решить задачу можно за 19 шагов следующим образом: подняться на ступеньку 1, спуститься на землю, затем наступая на ступеньки 1, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 4, 5, 6, 7, 6, 7, 8, 9, 8, 9.