

А. ГАЙШТУТ

# МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ В ШКОЛЕ

МАГИЧЕСКИЕ  
КВАДРАТЫ  
В  
ШКОЛЕ

ВЫПОЛНЕНО ДЛЯ САЙТА

4-6 КЛАСС

## МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ

Магический, или волшебный квадрат — это квадратная таблица, заполненная числами таким образом, что сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях одинакова.

Сумма чисел в каждой строке, столбце и на диагоналях, называется магической константой,  $M$ .

Наименьшая магическая константа волшебного квадрата  $3 \times 3$  равна 15, квадрата  $4 \times 4$  равна 34, квадрата  $5 \times 5$  равна 65,

Если в квадрате равны суммы чисел только в строках и столбцах, то он называется полумагическим.

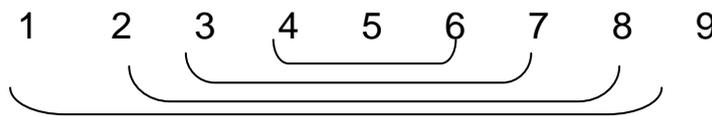
### Построение магического квадрата $3 \times 3$ с наименьшей магической константой

Найдём наименьшую магическую константу квадрата  $3 \times 3$  и числа, расположенного посередине этого квадрата.

#### 1 способ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = (1+9) + (2+8) + (3+7) + (4+6) + 5 = 45$$

$$45 : 3 = 15$$



$$M = 15.$$

Число, записанное посередине  $15 : 3 = 5$

Определили, что посередине, записано число 5.

#### 2 способ

Можно рассчитать магическую константу по формуле, где  $n$  – число строк

$$\frac{n(n^2 + 1)}{2}$$

$$n = 3 \quad \frac{n(n^2 + 1)}{2} = \frac{3(9 + 1)}{2} = 15$$

Если можешь построить один магический квадрат, то нетрудно построить их любое количество. Поэтому запомним приёмы построения магического квадрата  $3 \times 3$  с константой 15.

Построение. Расставь сначала по углам чётные числа

2,4,8,6 и посередине 5. Остальной процесс простая арифметика

2		4
	5	
6		8

$$15 - 6 = 9; \quad 15 - 14 = 1$$

2	9	4
	5	
6	1	8

$$15 - 8 = 7; \quad 15 - 12 = 3$$

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Используя найденный магический квадрат с константой 15, можно задавать множество разноплановых заданий:

**Пример.** Построить новые различные магические квадраты 3 x 3

**Решение.**

Сложив каждое число магического квадрата, или умножив его на одно и тоже число, получим новый магический квадрат.

**Пример 1.** Построить магический квадрат 3 x 3, у которого число, расположенное посередине, равно 13.

**Решение.**

Построим знакомый магический квадрат с константой 15 и в середине. которого записано число 5.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Найдём число, на которое надо увеличить каждое число искомого квадрата

$$13 - 5 = 8.$$

К каждому числу магического квадрата прибавим по 8.

10	17	12
15	13	11
14	9	16

**Пример 2.** Заполнить клетки магических квадратов, зная магическую константу.

$$M = 42$$

**Решение.** Найдём число, записанное в центре искомого магического квадрата

$$42 : 3 = 14$$

Каждое число искомого квадрата увеличим на  $14 - 5 = 9$ .

	14	

11	18	13
16	14	12
1	15	22

### задания для самостоятельного решения

Примеры. 1. Найди магическую константу квадратов.

1) 

10	9	14
15	11	7
8	13	12

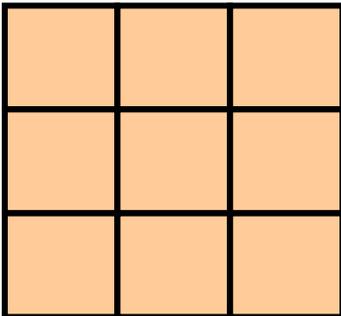
2) 

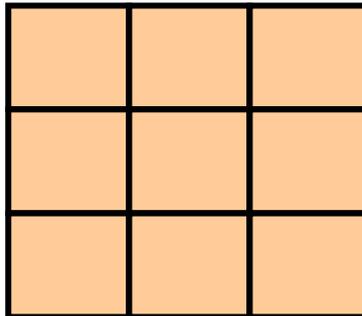
1	3	8
5	7	9
6	1	4

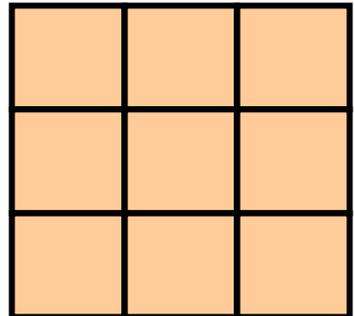
3) 

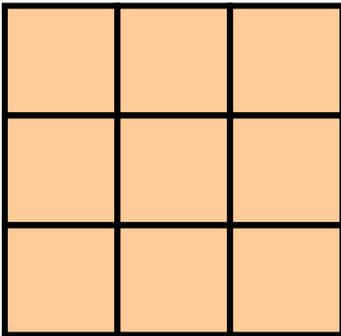
15	16	11
10	14	18
17	12	13

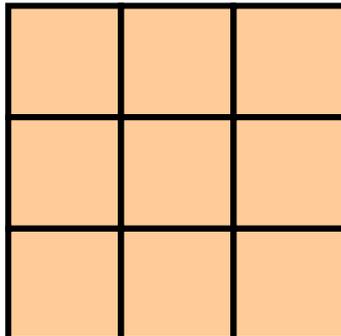
### 3. Заполнить клетки магических квадратов, зная их константу

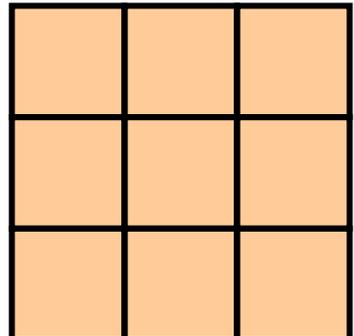
1)   
 $M = 24$

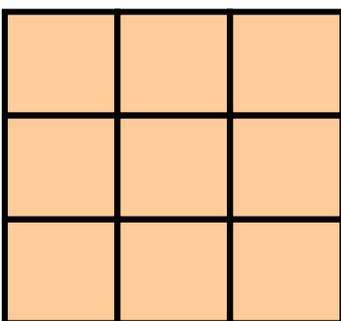
2)   
 $M = 30$

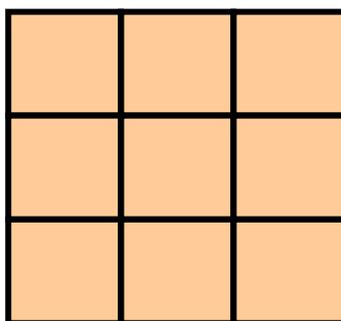
3)   
 $M = 27$

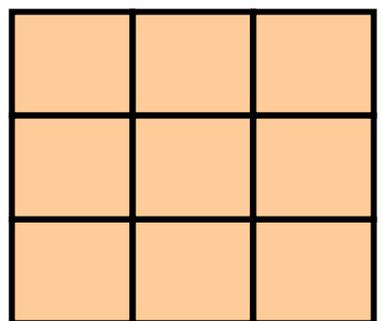
  
 $M = 42$

  
 $M = 36$

  
 $M = 33$

  
 $M = 45$

  
 $M = 40$

  
 $M = 35$

### Построение магического квадрата 4 x 4 с наименьшей константой

Найдём наименьшую магическую константу квадрата 4x4 и числа, расположенного в центре этого квадрата.

#### 1 способ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 =$$
$$(1+16)+(2+15)+(3+14)+(4+13)+(5+12)+ (6+11)+ (7+10)+(8+9) = 17 \times 8 = 136$$
$$136 : 4 = 34.$$

#### 2 способ

Можно рассчитать магическую константу по формуле,

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

где  $n$  – число строк  $n = 4$ .

$$\frac{n(n^2 + 1)}{2} = \frac{4(16 + 1)}{2} = 34.$$

Сумма чисел на любой горизонтали, вертикали и диагонали равна 34. Эта сумма также встречается во всех угловых квадратах  $2 \times 2$ , в центральном квадрате  $(10+11+6+7)$ , в квадрате из угловых клеток  $(16+13+4+1)$ .

Для построения любых магических квадратов  $4 \times 4$  надо: построить один с константой 34.

**Пример.** Построить новые различные магические квадраты  $4 \times 4$ .

**Решение.**

Сложив каждое число найденного волшебного квадрата  $4 \times 4$  или умножив его на одно и то же число, получим новый волшебный квадрат.

**Пример.** Построить магический квадрат  $4 \times 4$ , у которого константа равна 46.

**Решение.** Построили знакомый волшебный квадрат с константой 34.

$$46 - 34 = 12. \quad 12 : 4 = 3$$

К каждому числу волшебного квадрата прибавим по 3.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

19	6	5	16
8	13	14	11
12	9	10	15
7	18	17	4

Прежде чем приступить к решению более сложных примеров на магических квадратах  $4 \times 4$  ещё раз проверь свойства, которыми он обладает, если  $M=34$ .

1) Сумма чисел на любой горизонтали, вертикали и диагонали равна 34.

$$a+b+v+g, \quad a+d+l+p, \quad a+e+n+t$$

2) Эта сумма также встречается во всех угловых квадратах  $2 \times 2$ ,

$$a+b+d+e, \quad v+g+i+k, \quad l+m+p+r, \quad n+o+c+t$$

3) в центральном квадрате  $(10+11+6+7)$ ,

$$e+i+m+n$$

4) в квадрате из угловых клеток  $(16+13+4+1)$

$$a+g+p+t$$

Познакомься с магическими квадратами 5x5 и 6x6

1	15	24	8	17
9	18	2	11	25
12	21	10	19	3
20	4	13	22	6
23	7	16	5	14

$n = 5,$

$$M = \frac{n(n^2 + 1)}{2} = \frac{5(25 + 1)}{2} = 65.$$

$M = 65$

27	29	2	4	13	36
9	11	20	22	31	18
32	25	7	3	21	23
14	16	34	30	12	5
28	6	15	17	26	19
1	24	33	35	8	10

$n = 6,$

$$M = \frac{n(n^2 + 1)}{2} = \frac{6(36 + 1)}{2} = 111.$$

$M = 111$