



## МАТЕМАТИКА. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС

В ПОМОЩЬ ПОВТОРЯЮЩИМ МАТЕМАТИКУ ПО СПРАВОЧНИКАМ

## СТЕРЕОМЕТРИЯ

*часть 4. Содержание*

1. Цилиндр. Поверхность и объём цилиндра.
2. Конус. Поверхность и объём конуса. Тела вращения.
3. Задачи текстовые разные.
4. Комбинация геометрических тел.
5. Комбинация призмы с вписанным шаром.
6. Комбинация призмы с описанным шаром.
7. Комбинация пирамиды с вписанным шаром.
8. Комбинация пирамиды с описанным шаром.
9. Задачи разные на комбинации геометрических тел с шаром.

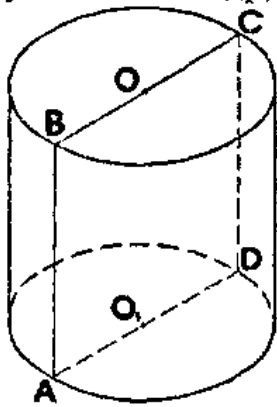
20. Цилиндр. Поверхность и объем цилиндра

Задача 361.

Дано: прямой круговой цилиндр,

$$S_6 : S_{\text{осн}} = \frac{1}{2}.$$

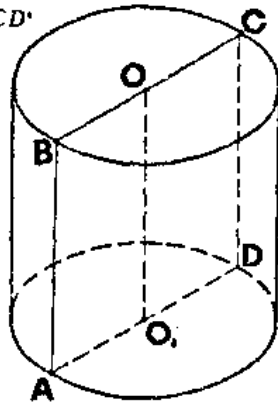
Найдите:  $\frac{H}{2R}$ .



Задача 362.

Дано: прямой круговой цилиндр.

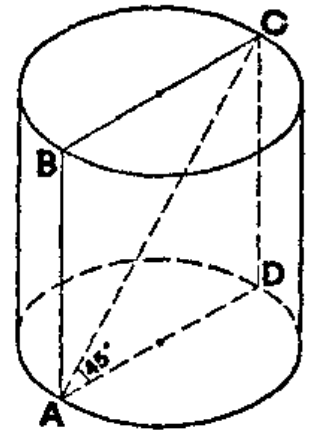
Найдите:  $S_6 : S_{ABCD}$ .



Задача 363.

Дано: прямой круговой цилиндр,  $ABCD$  — осевое сечение,  $\angle CAD = 45^\circ$ ,  $V = 2\pi$ .

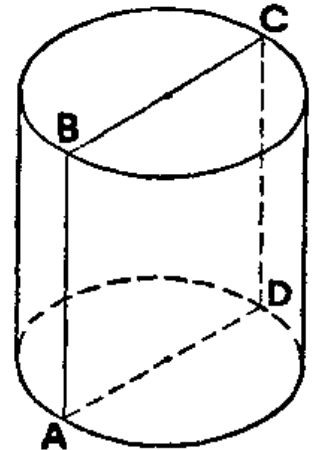
Найдите:  $S_6$ .



Задача 364.

Дано: прямой круговой цилиндр,  $ABCD$  — осевое сечение, в которое вписана окружность единичного радиуса.

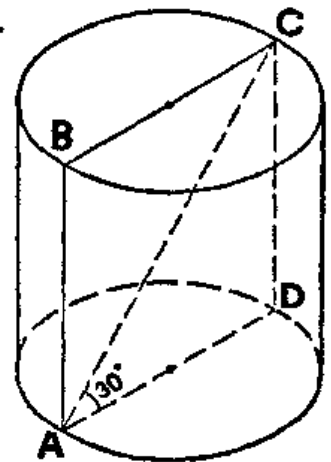
Найдите:  $V$ .



Задача 365.

Дано: прямой круговой цилиндр,  $ABCD$  — осевое сечение,  $V = 6\pi$ ,  $\angle CAD = 30^\circ$ .

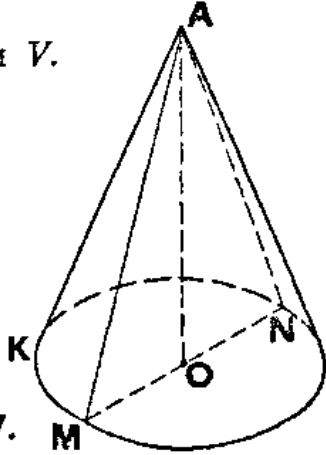
Найдите:  $S_{ABCD}$ .



**21. Конус. Поверхность и объем конуса**

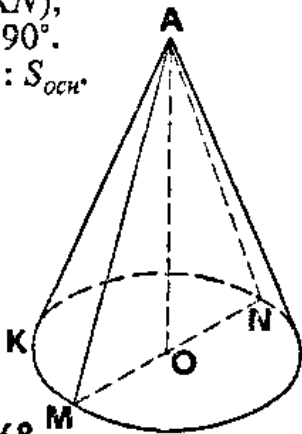
**Задача 366.**

Дано: прямой круговой конус,  
 $AO \perp (MKN)$ ,  $MA = MN = AN$ ,  
 $P_{AMN} = 3$ .  
 Найдите:  $S_n$  и  $V$ .



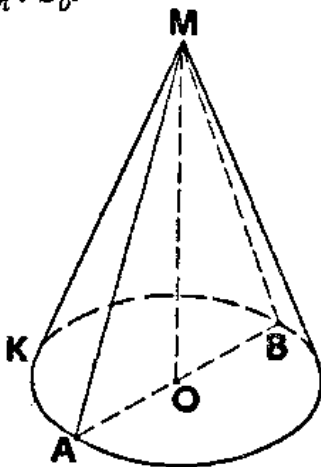
**Задача 367. M**

Дано: прямой круговой конус,  
 $AO \perp (MKN)$ ,  
 $\angle MAN = 90^\circ$ .  
 Найдите:  $S_b : S_{осн}$



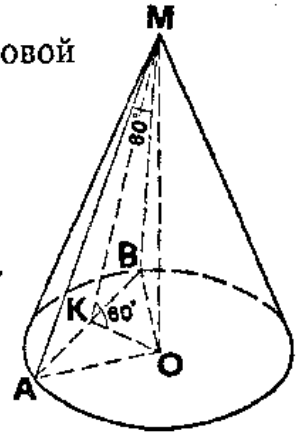
**Задача 368. M**

Дано: прямой круговой конус,  
 $MO \perp (AKB)$ ,  $\angle AMB = 120^\circ$ .  
 Найдите:  $S_n : S_b$ .



**Задача 369.**

Дано: прямой круговой конус,  
 $MO \perp (ABO)$ ,  
 $\angle AMB = 60^\circ$ ,  
 $OK \perp AB$ ,  
 $\angle MKO = 60^\circ$ .  
 Найдите:  $S_{AMB} : S_b$ .

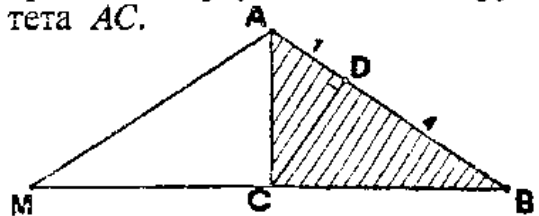


**22. Тела вращения**

**Задача 370.**

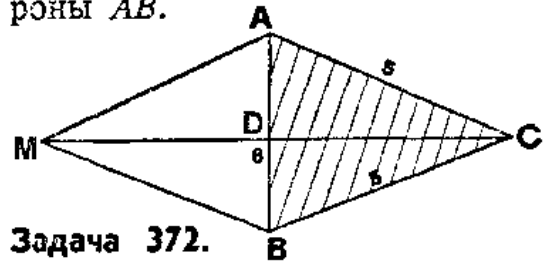
Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CD \perp AB$ ,  
 $AD = 1$ ,  $DB = 4$ .

Найдите объем тела, полученного от вращения треугольника вокруг катета AC.



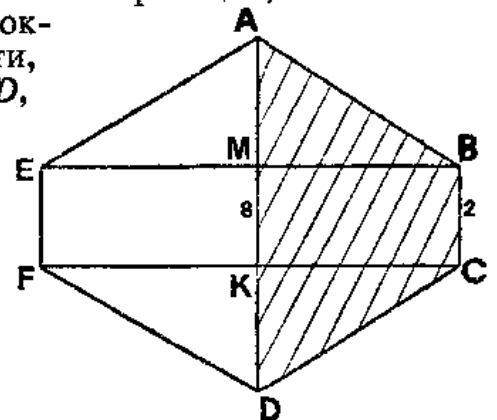
**Задача 371.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AC = BC = 5$ ,  $AB = 6$ .  
 Найдите объем тела, образованного вращением треугольника вокруг стороны AB.



**Задача 372.**

Дано: ABCD — трапеция, описанная вокруг окружности,  
 $AB = CD$ ,  
 $AD = 8$ ,  
 $BC = 2$ .

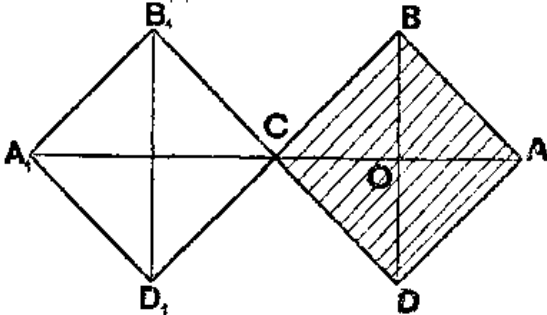


Найдите поверхность тела, образованного вращением трапеции вокруг стороны  $AD$ .

**Задача 373.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $AB = 1$ .

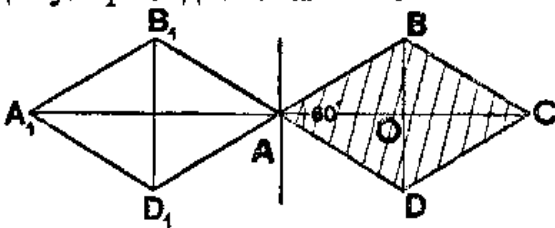
Найдите объем тела, образованного вращением квадрата вокруг оси, проходящей через вершину  $C$  параллельно диагонали  $BD$ .



**Задача 374.**

Дано:  $ABCD$  — ромб,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $P_{ABCD} = 16$ .

Найдите объем тела, образованного вращением ромба вокруг оси, проходящей через вершину  $A$  перпендикулярно диагонали  $AC$ .



**23. Задачи разные**

**Задача 375.**

Радиус основания цилиндра 3, высота 8. Найдите диагональ осевого сечения.

**Задача 376.**

Осевое сечение цилиндра — квадрат, площадь которого 12. Найдите площадь основания.

**Задача 377.**

Высота цилиндра 7, радиус основания 5. Найдите площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 3 от нее.

**Задача 378.**

Высота цилиндра 12, радиус основания 10. Цилиндр этот пересечен плоско-

стью параллельно оси так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние этого сечения от оси.

**Задача 379.**

В цилиндре проведена параллельно оси плоскость, отсекающая от окружности основания дугу в  $120^\circ$ . Длина оси равна 5, ее расстояние от секущей плоскости 2. Определить площадь сечения.

**Задача 380.**

Площадь основания цилиндра относится к площади осевого сечения, как  $\pi:4$ . Найдите угол между диагоналями осевого сечения.

**Задача 381.**

Высота цилиндра на 10 больше радиуса основания, а полная поверхность равна  $144\pi$ . Определить радиус основания и высоту.

**Задача 382.**

Радиус основания конуса 5, высота 12. Найдите образующую.

**Задача 383.**

Образующая конуса 10 наклонена к плоскости основания под углом в  $30^\circ$ . Найдите радиус основания.

**Задача 384.**

Радиус основания конуса 3. Осевым сечением служит прямоугольный треугольник. Найдите его площадь.

**Задача 385.**

Высота конуса 20, радиус его основания 25. Найдите площадь сечения, проведенного через вершину, если его расстояние от центра основания конуса равно 12.

**Задача 386.**

Через вершину конуса под углом в  $45^\circ$  к основанию проведена плоскость, отсекающая четверть окружности основания. Высота конуса равна 2. Найдите площадь сечения.

**Задача 387.**

Высота конуса 4, радиус основания 3, боковая поверхность конуса развер-

нута на плоскость. *Найти* угол полученного сектора.

**Задача 388.**

Полукруг свернут в коническую поверхность. *Найти* угол между образующей и высотой конуса.

**Задача 389.**

Радиусы оснований усеченного конуса 3 и 6, высота 4. *Найти* образующую.

**Задача 390.**

Радиусы оснований усеченного конуса  $R$  и  $r$ , образующая наклонена к основанию под углом в  $45^\circ$ . *Найти* высоту.

**Задача 391.**

Радиусы оснований усеченного конуса 11 и 16, образующая 13. *Найти* расстояние от центра меньшего основания до окружности большего.

**Задача 392.**

Радиусы оснований усеченного конуса 3 и 7, образующая 5. *Найти* площадь осевого сечения.

**Задача 393.**

В усеченном конусе высота 10, а радиусы оснований 8 и 18. На каком расстоянии от меньшего основания находится параллельное сечение, площадь которого есть средняя пропорциональная между площадями оснований?

**Задача 394.**

Радиус шара равен 12. Точка находится на касательной плоскости на расстоянии 16 от точки касания. *Найти* ее кратчайшее расстояние от поверхности шара.

**Задача 395.**

Радиус шара 4. Через конец радиуса проведена плоскость под углом в  $60^\circ$  к нему. *Найти* площадь сечения.

**Задача 396.**

Стороны треугольника 13, 14, 15. *Найти* расстояние от плоскости треугольника до центра шара, касатель-

ного к сторонам треугольника. Радиус шара 5.

**Задача 397.**

Диагонали ромба 15 и 20. Шаровая поверхность касается всех его сторон. Радиус шара 10. *Найти* расстояние его центра от плоскости ромба.

**Задача 398.**

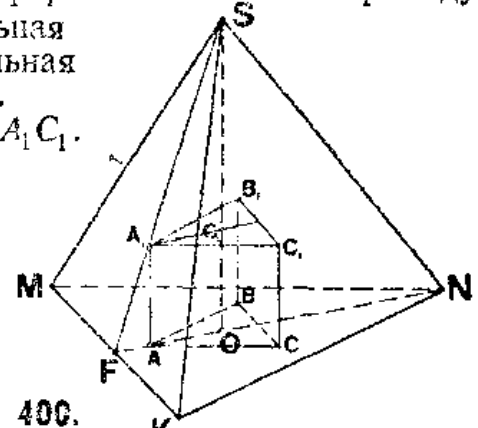
На шар, радиус которого 5, наложен ромб так, что каждая сторона его, равная 6, касается шара. Расстояние плоскости ромба от центра шара 4. *Найти* площадь ромба.

**24. Комбинация геометрических тел**

**Задача 399.**

*Дано:*  $SMNK$  — правильная треугольная пирамида.  $MS = MK = 1$ ,  $A_1, B_1, C_1$  — точки пересечения медиан боковых граней  $MSK, MSN, KSN$ ,  $ABCA_1B_1C_1$  — вписанная в пирамиду правильная треугольная призма.

*Найдите:*  $A_1C_1$ .

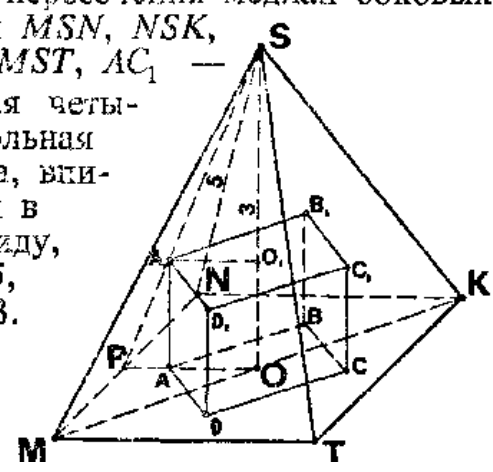


**Задача 400.**

*Дано:*  $SMNKT$  — правильная четырехугольная пирамида,  $A_1, B_1, C_1, D_1$  — точки пересечения медиан боковых граней  $MSN, NSK, TSK, MST$ ,  $AC_1$  —

прямая четырехугольная призма, вписанная в пирамиду,  $PS = 5$ ,  $SO = 3$ .

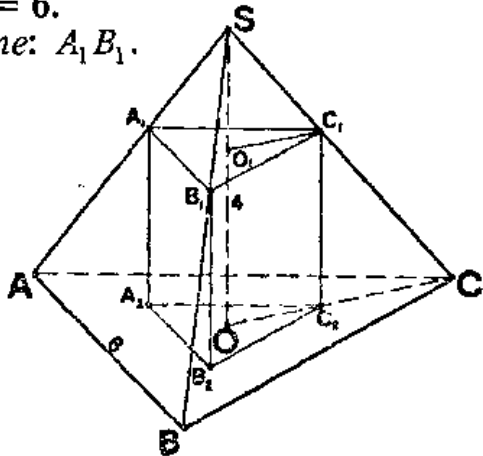
*Найдите:*  $V_{AC_1}$



**Задача 401.**

Дано:  $SABC$  — правильная треугольная пирамида,  $SO \perp (ABC)$ ,  
 $A_1B_1C_1A_2B_2C_2$  — вписанная в пирамиду правильная треугольная призма,  $B_1C_1C_2B_2$  — квадрат,  $SO = 4$ ,  
 $AB = 6$ .

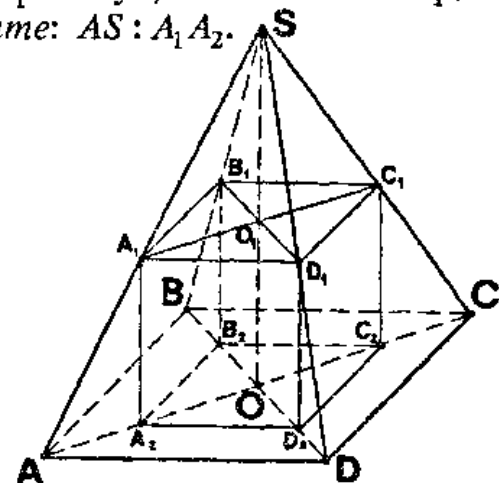
Найдите:  $A_1B_1$ .



**Задача 402.**

Дано:  $SABCD$  — правильная четырехугольная пирамида,  $CS = CD$ ,  
 $A_2C_1$  — куб, вписанный в пирамиду.

Найдите:  $AS : A_1A_2$ .

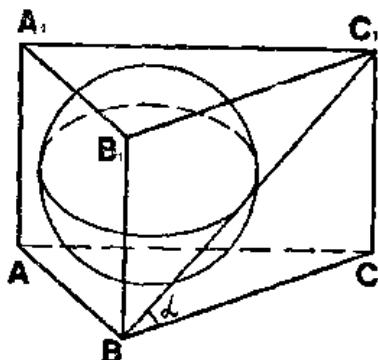


25. Комбинация призмы с вписанным шаром

**Задача 403.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма, описанная вокруг шара.

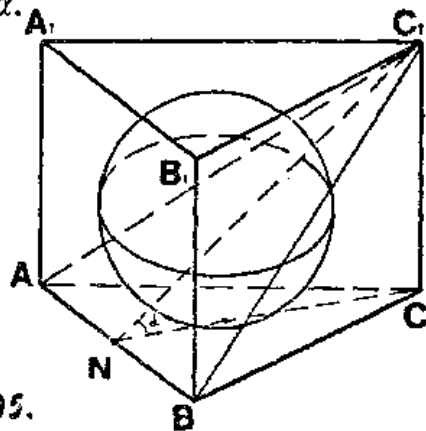
Найдите:  $\angle \alpha$ .



**Задача 404.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма, описанная вокруг шара,  $AN = NB$ .

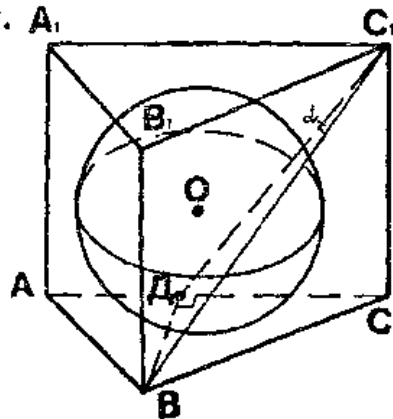
Найдите:  $\angle \alpha$ .



**Задача 405.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $O$  — центр вписанного шара,  $BD \perp AC$ .

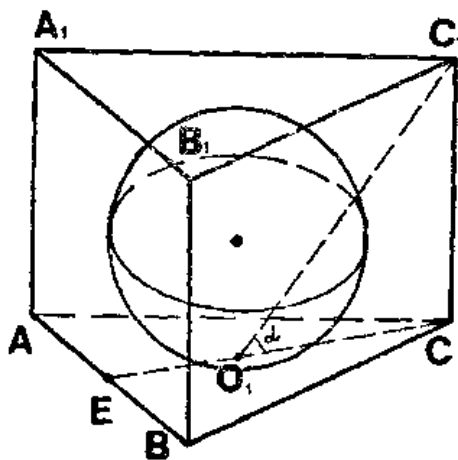
Найдите:  $\sin \alpha$ .



**Задача 406.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — описанная вокруг шара правильная треугольная призма,  $O_1$  — центр  $\triangle ABC$ .

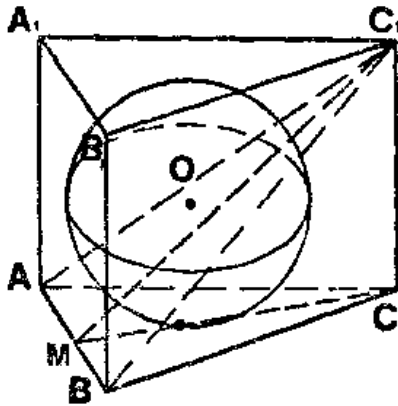
Найдите:  $\angle \alpha$ .



**Задача 407.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма, описанная вокруг шара.

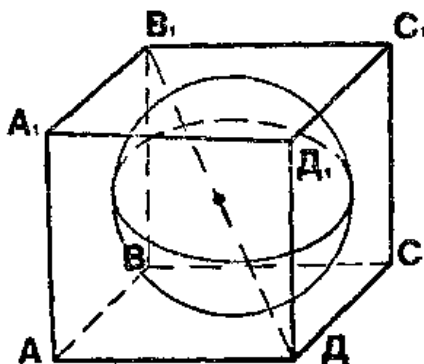
Найдите:  $S_{AC_1B} : S_{BB_1C_1C}$ .



**Задача 408.**

Дано:  $AC_1$  — правильная четырехугольная призма, описанная вокруг шара.

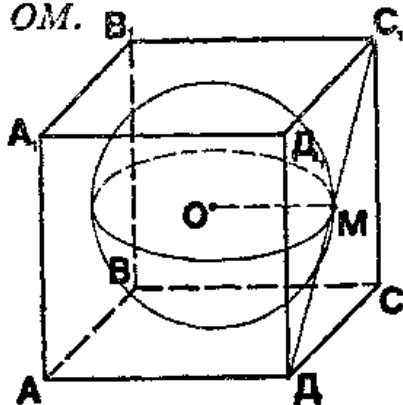
Найдите:  $R_{ш} : B_1D$ .



**Задача 409.**

Дано:  $AC_1$  — правильная четырехугольная призма, описанная вокруг шара с центром в точке O,  $DC_1 = 4\sqrt{2}$ ,  $DM = MC_1$ .

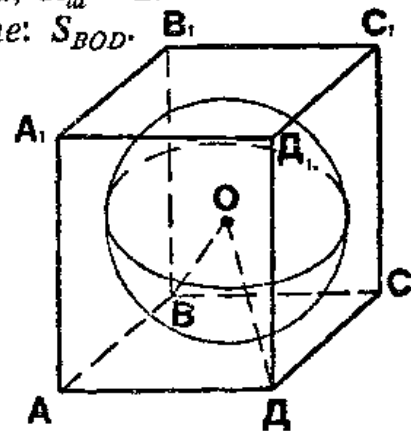
Найдите: OM.



**Задача 410.**

Дано:  $AC_1$  — правильная четырехугольная призма, O — центр вписанного шара,  $R_{ш} = 2$ .

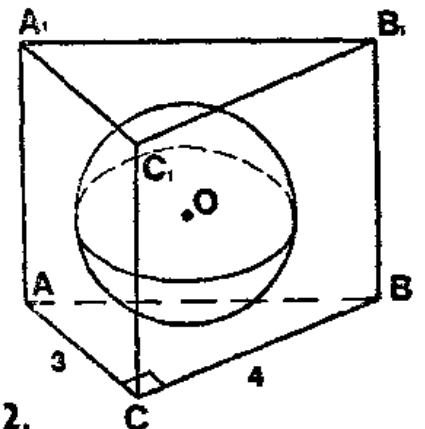
Найдите:  $S_{BOD}$ .



**Задача 411.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — прямая треугольная призма,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $CB = 4$ , O — центр вписанного шара.

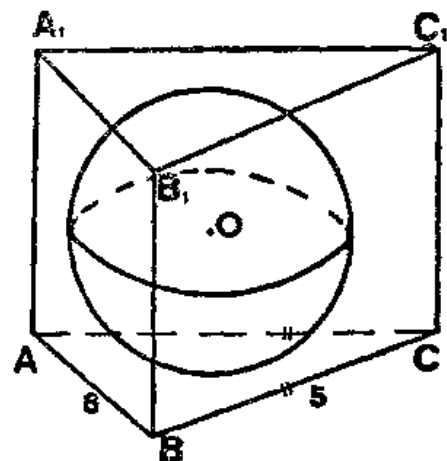
Найдите:  $R_{ш}$ .



**Задача 412.**

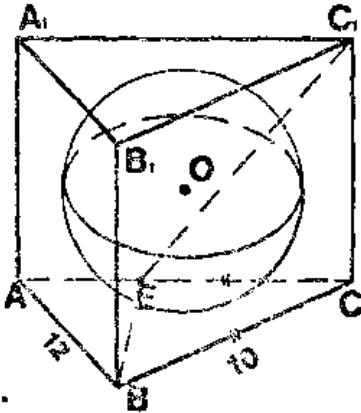
Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — прямая треугольная призма,  $AC = BC = 5$ ,  $AB = 6$ , O — центр вписанного шара.

Найдите:  $R_{ш}$ .



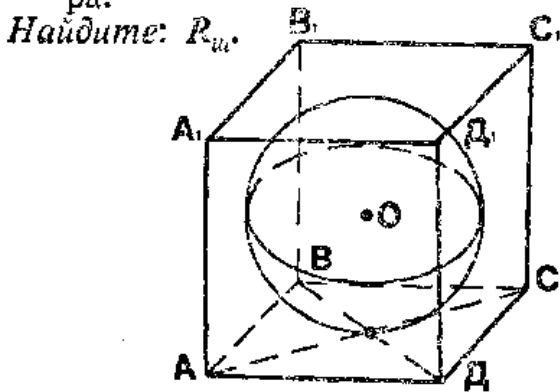
**Задача 413.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — прямая треугольная призма,  $AC = BC = 10$ ,  $AB = 12$ ,  $O$  — центр вписанного шара,  $BE \perp AC$ .  
Найдите:  $C_1E$ .



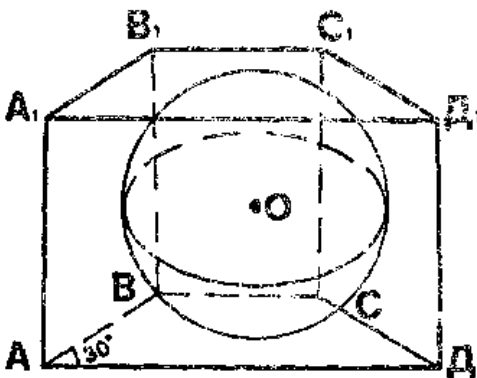
**Задача 414.**

Дано:  $AC_1$  — прямая четырехугольная призма,  $ABCD$  — ромб,  $AC = 16$ ,  $BD = 12$ ,  $O$  — центр вписанного шара.  
Найдите:  $R_{ш}$ .



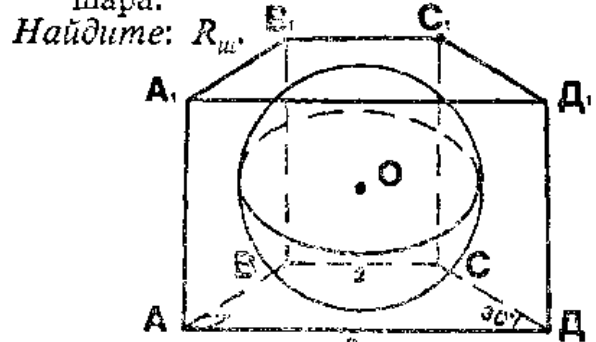
**Задача 415.**

Дано:  $AC_1$  — прямая четырехугольная призма,  $ABCD$  — трапеция,  $AB = CD$ ,  $P_{ABCD} = 16$ ,  $\angle BAD = 30^\circ$ ,  $O$  — центр вписанного шара.  
Найдите:  $R_{ш}$ .



**Задача 416.**

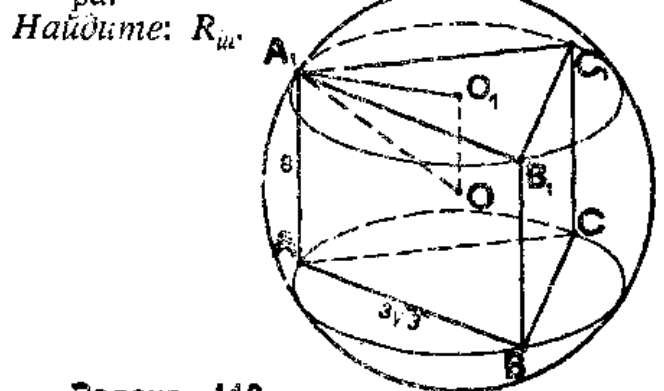
Дано:  $AC_1$  — прямая четырехугольная призма,  $ABCD$  — трапеция,  $\angle BAD = 90^\circ$ ,  $AD = 8$ ,  $BC = 2$ ,  $\angle CDA = 30^\circ$ ,  $O$  — центр вписанного шара.  
Найдите:  $R_{ш}$ .



**26. Комбинированная призма**

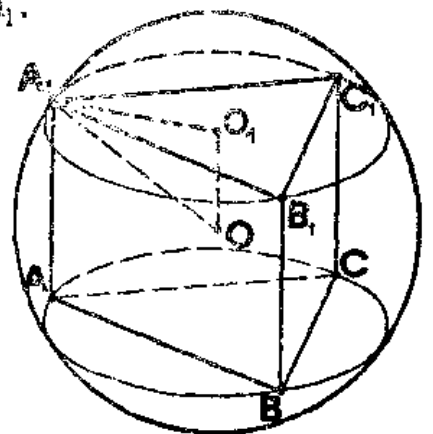
**Задача 417.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $A_1B_1 = 3\sqrt{3}$ ,  $AA_1 = 8$ ,  $O$  — центр описанного шара.  
Найдите:  $R_{ш}$ .



**Задача 418.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $O$  — центр описанного шара,  $R_{ш} = 10$ ,  $S_{осн} = 27\sqrt{3}$ .  
Найдите:  $AA_1$ .

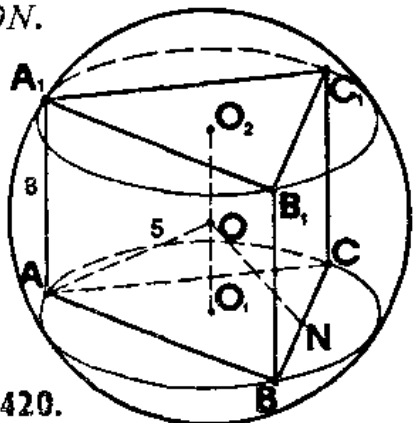




**Задача 419.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $O$  — центр описанного шара,  $R_{ш} = 5$ ,  $AA_1 = 8$ ,  $ON \perp BC$ ,  $O_1O_2 \perp (ABC)$ .

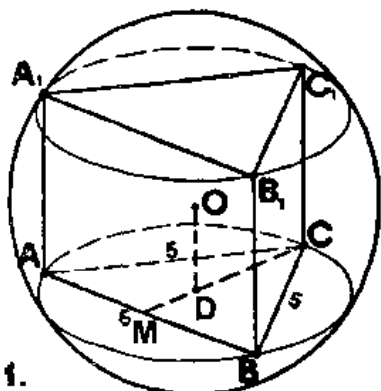
Найдите:  $ON$ .



**Задача 420.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — прямая треугольная призма,  $AC = CB = 5$ ,  $AB = 6$ ,  $AA_1 = \frac{\sqrt{26}}{2}$ ,  $O$  — центр описанного шара.

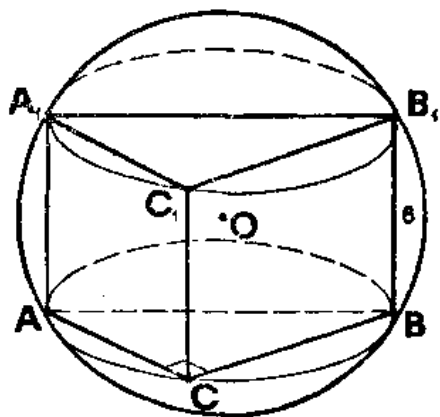
Найдите:  $R_{ш}$ .



**Задача 421.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — прямая треугольная призма,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $R_{ш} = 10$ ,  $BB_1 = 6$ .

Найдите: радиус окружности, описанной вокруг треугольника  $ABC$ .



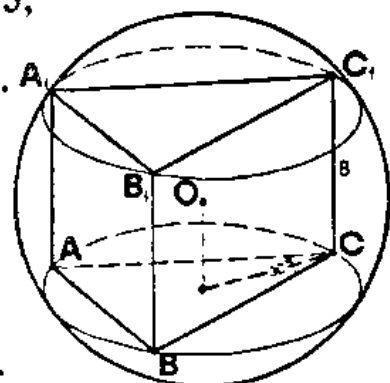
**Задача 422.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — прямая треугольная призма,  $O$  — центр описанного шара,  $R_{ш} = 5$ ,

$CC_1 = 8$ ,

$\angle ACB = 30^\circ$ .

Найдите:  $AB$ .



**Задача 423.**

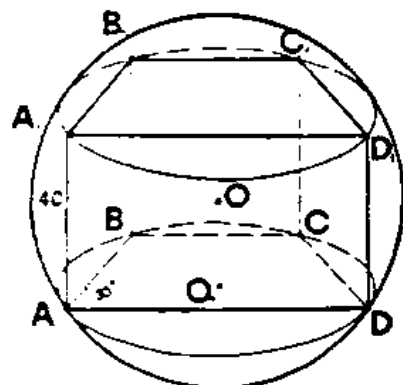
Дано:  $AC_1$  — прямая четырехугольная призма,  $ABCD$  — трапеция,

$\angle BAD = 30^\circ$ ,  $AA_1 = 40$ ,  $O$  — центр шара, описанного вокруг призмы,

$R_{ш} = 25$ ,  $O_1$  — центр окружности, описанной вокруг трапеции

$ABCD$ .

Найдите:  $BD$ .



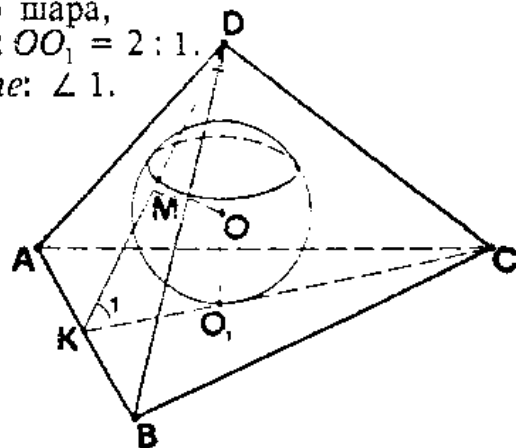
**27. Комбинация пирамиды с вписанным шаром**

**Задача 424.**

Дано:  $DABC$  — правильная треугольная пирамида,  $O$  — центр вписанного шара,  $M$  — точка касания вписанного шара,

$DO : OO_1 = 2 : 1$ .

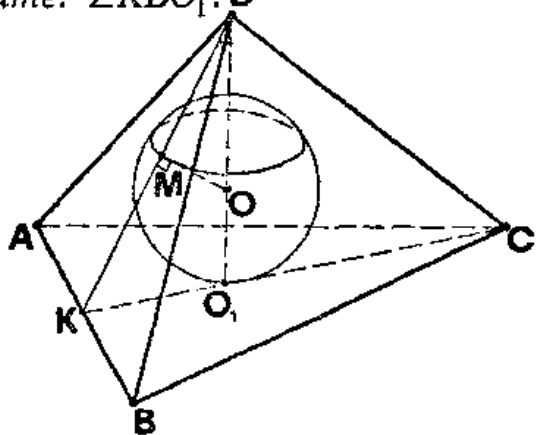
Найдите:  $\angle 1$ .



**Задача 425.**

Дано:  $DABC$  — правильная треугольная пирамида,  $O$  — центр вписанного шара,  $M$  — точка касания вписанного шара,  $DM = KO_1$ .

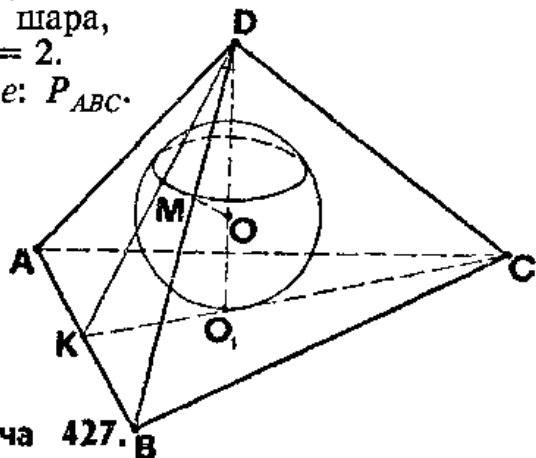
Найдите:  $\angle KDO_1$ .



**Задача 426.**

Дано:  $DABC$  — правильная треугольная пирамида,  $O$  — центр вписанного шара,  $M$  — точка касания вписанного шара,  $MK = 2$ .

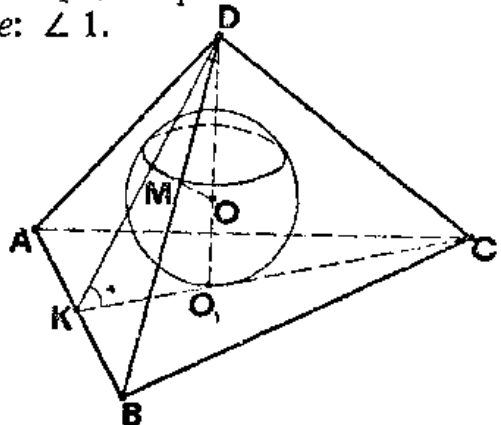
Найдите:  $P_{ABC}$ .



**Задача 427.**

Дано:  $DABC$  — правильная треугольная пирамида,  $O$  — центр вписанного шара,  $M$  — точка касания вписанного шара,  $CO_1 - 2DO = 2OM$ .

Найдите:  $\angle 1$ .

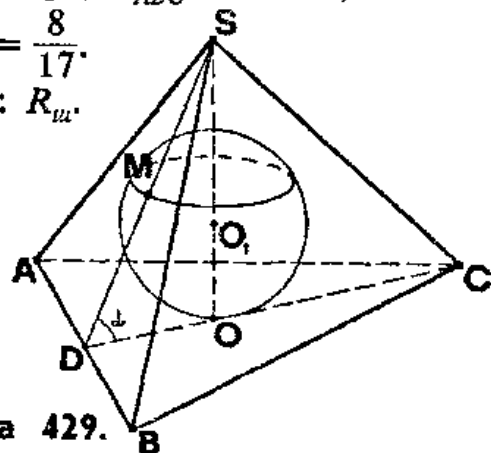


**Задача 428.**

Дано:  $SABC$  — правильная треугольная пирамида,  $M$  — точка касания вписанного шара,  $O_1$  — центр вписанного шара,  $S_{ABC} = 300\sqrt{3}$ ,

$$\cos \alpha = \frac{8}{17}.$$

Найдите:  $R_{ш}$ .



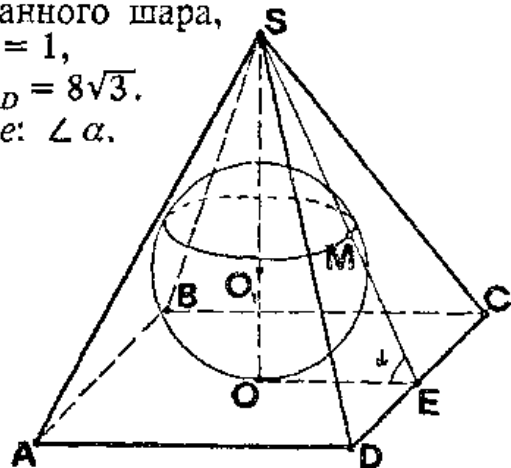
**Задача 429.**

Дано:  $SABCD$  — правильная четырехугольная пирамида,  $O_1$  — центр вписанного шара,  $M$  — точка касания вписанного шара,

$$OO_1 = 1,$$

$$P_{ABCD} = 8\sqrt{3}.$$

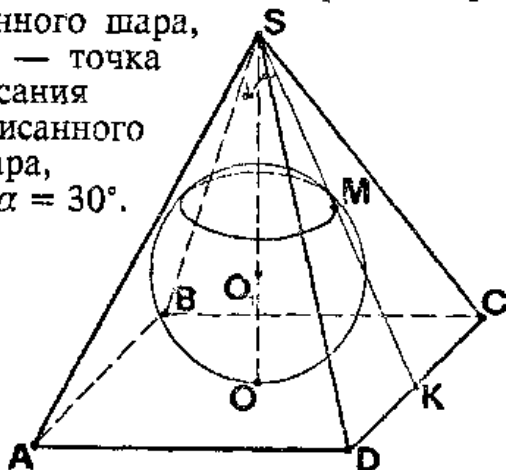
Найдите:  $\angle \alpha$ .



**Задача 430.**

Дано:  $SABCD$  — правильная четырехугольная пирамида,  $O_1$  — центр вписанного шара,

$M$  — точка касания вписанного шара,  $\angle \alpha = 30^\circ$ .



Докажите, что точка  $O_1$  делит высоту пирамиды в отношении 2:1, считая от вершины.

**Задача 431.**

Дано:  $SABCD$  — правильная четырехугольная пирамида,  $O_1$  — центр вписанного шара,  $M$  — точка касания вписанного шара,  $DK = KC$ ,  $SK = 5$ ,  $AD = DC = 6$ .

Найдите:  $r_{ш}$ .



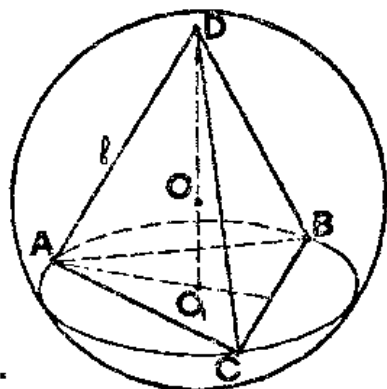
**28. Комбинация пирамиды с описанным шаром**

**Задача 432.**

Дано:  $DABC$  — правильная треугольная пирамида,  $O$  — центр описанного шара,  $h$  — высота пирамиды,  $R$  — радиус описанного шара,  $b$  — боковое ребро пирамиды.

Докажите справедливость формулы:

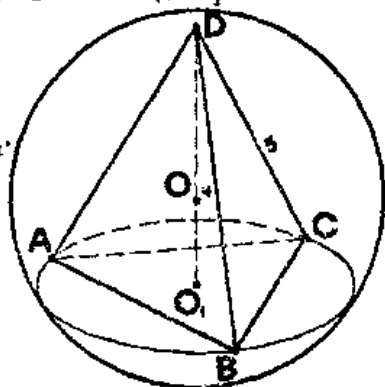
$$R = \frac{b^2}{2h}$$



**Задача 433.**

Дано:  $DABC$  — правильная треугольная пирамида,  $O$  — центр описанного шара,  $DO_1 = 4$ ,  $DC = 5$ .

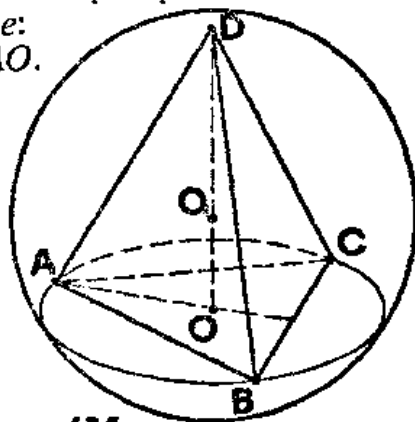
Найдите:  $R_{ш}$ .



**Задача 434.**

Дано:  $DABC$  — правильная треугольная пирамида,  $O$  — центр описанного шара,  $DO_1 : O_1O = 2 : 1$ .

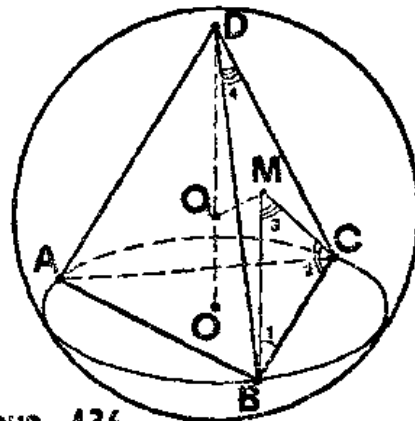
Найдите:  $\angle DAO$ .



**Задача 435.**

Дано:  $DABC$  — правильная треугольная пирамида,  $O_1$  — центр описанного шара,  $O_1M \perp (DBC)$ .

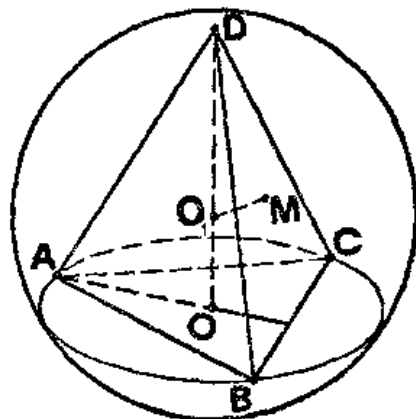
Найдите:  $\angle 1 + \angle 2 + 2\angle 4$ .



**Задача 436.**

Дано:  $DABC$  — правильная треугольная пирамида,  $O_1$  — центр описанного шара,  $O_1M \perp (BDC)$ .

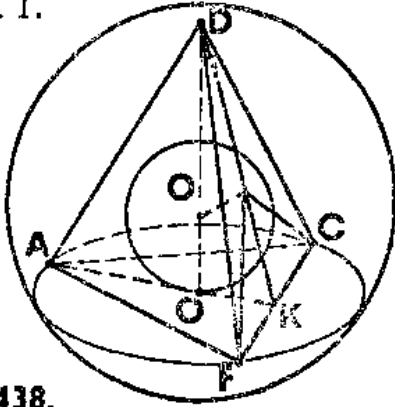
Докажите, что  $\frac{BM}{DO} = \frac{DO_1}{DK}$ .



**Задача 437.**

Дано:  $DABC$  — правильная треугольная пирамида,  $O_1$  — центр вписанного и описанного шаров.

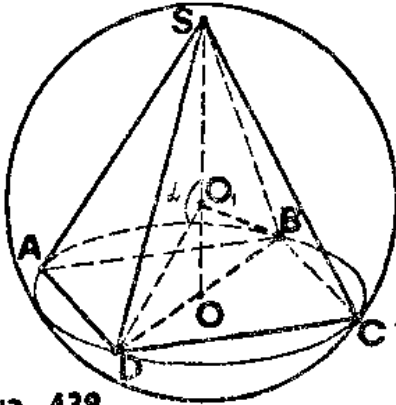
Найдите:  $\angle 1$ .



**Задача 438.**

Дано:  $SABCD$  — правильная четырехугольная пирамида,  $O_1$  — центр описанного шара,  $DS = DB$ .

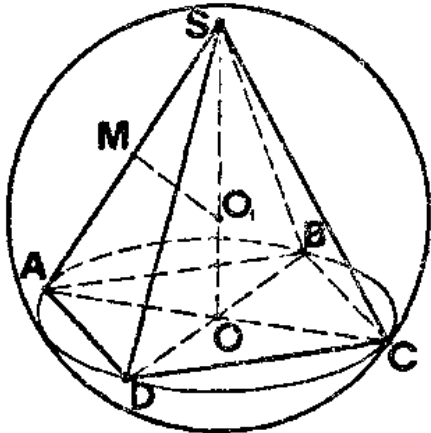
Докажите, что  $\angle \alpha = 120^\circ$ .



**Задача 439.**

Дано:  $SABCD$  — правильная четырехугольная пирамида,  $O_1$  — центр описанного шара,  $AM = MS$ .

Докажите, что  $SA \cdot SM = SO_1 \cdot SO$ .



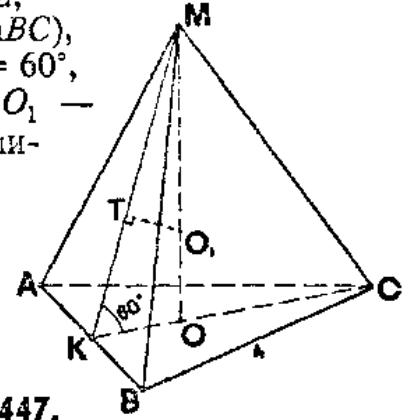
**30. Задачи разные на комбинацию геометрических тел с шаром**

**Задача 446.**

Дано:  $MAVC$  — правильная треугольная пирамида,  $MO \perp (ABC)$ ,  $\angle MKC = 60^\circ$ ,  $BC = 4$ ,  $O_1$  — центр вписанного шара.

Найдите:

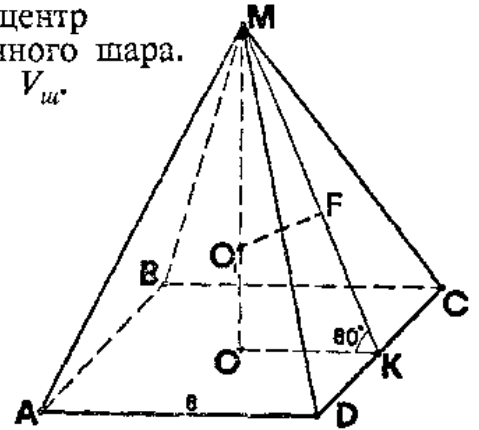
$S_{\text{шара}}$



**Задача 447.**

Дано:  $MABCD$  — правильная четырехугольная пирамида,  $MO \perp (ABC)$ ,  $OK \perp CD$ ,  $AD = 6$ ,  $\angle MKO = 60^\circ$ ,  $O$  — центр вписанного шара.

Найдите:  $V_{\text{ш}}$

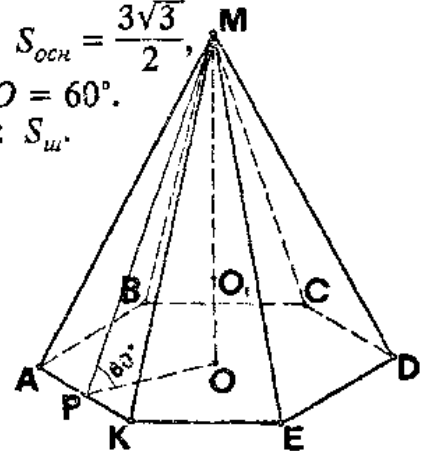


**Задача 448.**

Дано:  $MABCDEK$  — правильная шестиугольная пирамида,  $MO \perp (ABC)$ ,  $OP \perp AK$ ,  $O_1$  — центр вписанного шара,  $S_{\text{осн}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,

$\angle MPO = 60^\circ$ .

Найдите:  $S_{\text{ш}}$

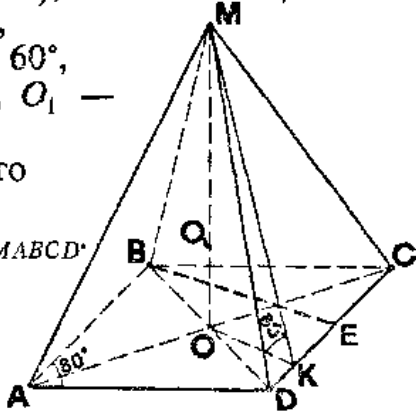


**Задача 449.**

Дано:  $MABCD$  — четырехугольная пирамида,  $ABCD$  — ромб,  $MO \perp (ABC)$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $OK \perp DC$ ,  $\angle MKO = 60^\circ$ ,  $S_{ш} = 64\pi$ ,  $O_1$  —

центр вписанного шара.

Найдите:  $V_{MABCD}$ .



**Задача 450.**

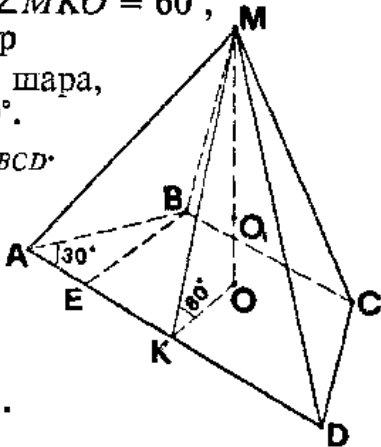
Дано:  $MABCD$  — четырехугольная пирамида,  $ABCD$  — трапеция,  $AB = CD$ ,  $V_{ш} = \frac{4}{3}\pi$ ,  $MO \perp (ABC)$ ,

$O$  — центр вписанного круга,

$OK \perp AD$ ,  $\angle MKO = 60^\circ$ ,

$O_1$  — центр вписанного шара,  $\angle BAD = 30^\circ$ .

Найдите:  $V_{MABCD}$ .



**Задача 451.**

Дано:  $SABCD$  — правильная четырехугольная пирамида,

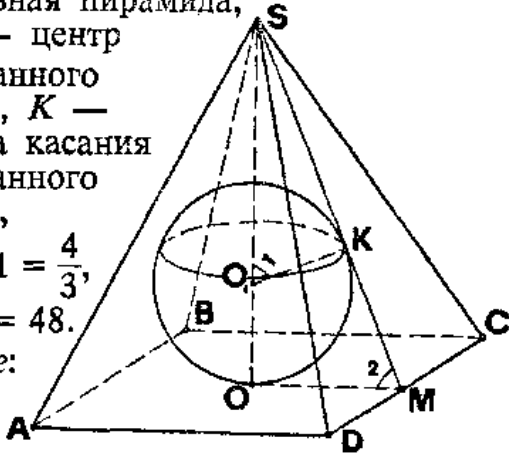
$O_1$  — центр вписанного шара,  $K$  — точка касания вписанного шара,

$\operatorname{tg} \angle 1 = \frac{4}{3}$ ,

$V_{пир} = 48$ .

Найдите:

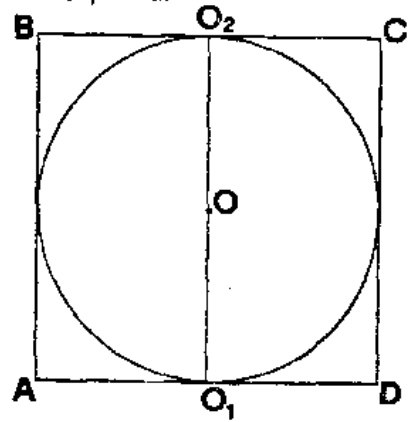
$V_{ш}$ .



**Задача 452.**

Дано:  $O$  — центр шара, вписанного в цилиндр,  $ABCD$  — осевое сечение цилиндра.

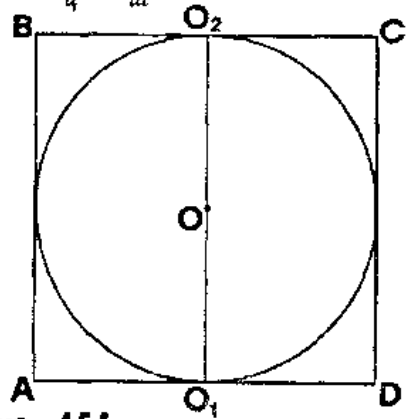
Найдите:  $S_{б.ч.} : S_{ш}$ .



**Задача 453.**

Дано:  $O$  — центр шара, вписанного в цилиндр,  $ABCD$  — осевое сечение цилиндра.

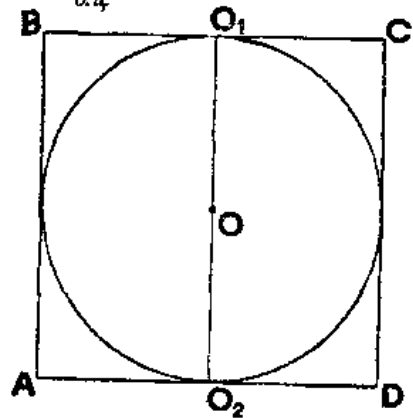
Найдите:  $V_4 : V_{ш}$ .



**Задача 454.**

Дано:  $O$  — центр шара, вписанного в цилиндр,  $ABCD$  — осевое сечение цилиндра,  $V_{ш} = 8\pi$ .

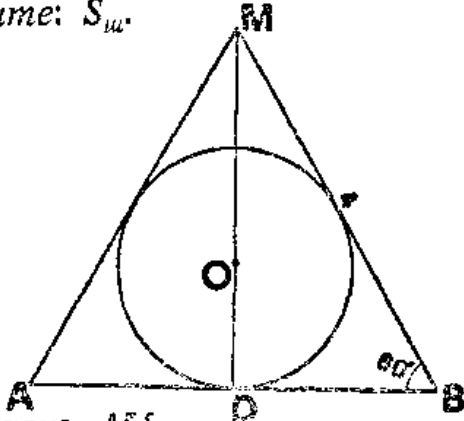
Найдите:  $S_{б.ч.}$ .



**Задача 455.**

Дано:  $O$  — центр шара, вписанного в конус,  $AMB$  — осевое сечение конуса,  $\angle MBD = 60^\circ$ ,  $MB = 4$ .

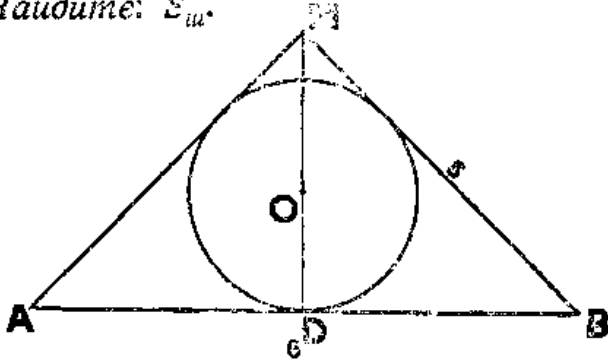
Найдите:  $S_{ш}$ .



**Задача 456.**

Дано:  $O$  — центр шара, вписанного в конус,  $AMB$  — осевое сечение конуса,  $MB = 5$ ,  $AB = 6$ .

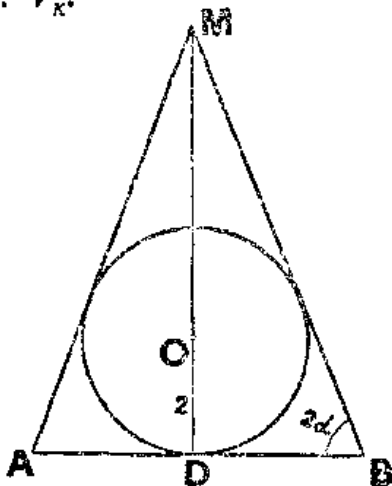
Найдите:  $S_{ш}$ .



**Задача 457.**

Дано:  $O$  — центр шара, вписанного в конус,  $AMB$  — осевое сечение конуса,  $MD \perp AB$ ,  $\angle MBA = 2\alpha$ ,  $OD = 2$ .

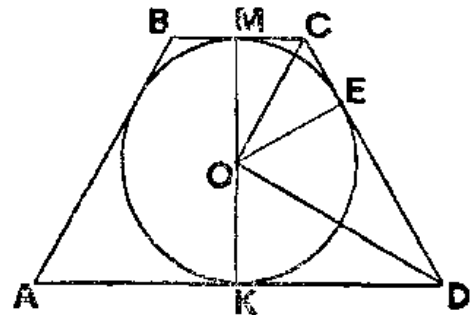
Найдите:  $V_k$ .



**Задача 458.**

Дано:  $O$  — центр шара, вписанного в усеченный конус,  $ABCD$  — осевое сечение конуса,  $OE \perp CD$ ,  $MK \perp AD$ ,  $MC = r$ ,  $KD = R$ ,  $OM = r_{ш}$ .

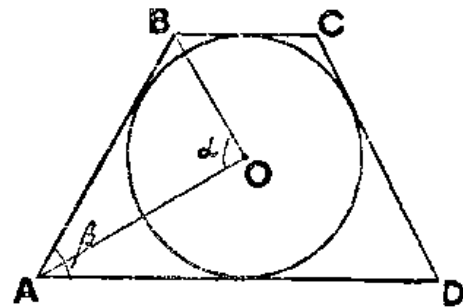
Доказать, что  $r_{ш}^2 = R \cdot r$ .



**Задача 459.**

Дано:  $O$  — центр шара, вписанного в усеченный конус,  $ABCD$  — осевое сечение конуса,  $\angle BOA = \alpha$ ,  $\angle BAD = \beta$ ,  $\alpha + \beta = 150^\circ$ .

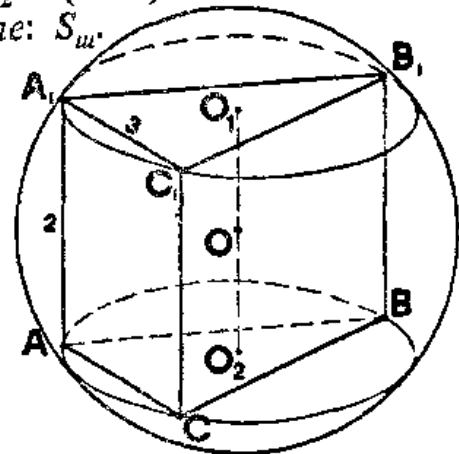
Найдите:  $3\alpha - 2\beta$ .



**Задача 460.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $O$  — центр описанного шара,  $A_1C_1 = 3$ ,  $AA_1 = 2$ ,  $O_1O_2 \perp (ABC)$ .

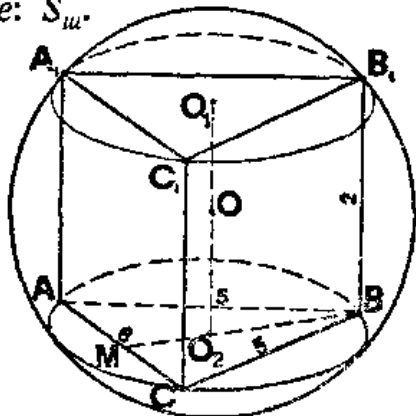
Найдите:  $S_{ш}$ .



**Задача 461.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — прямая треугольная призма,  $AB = BC = 5$ ,  $AC = 6$ ,  $BB_1 = 2$ ,  $O$  — центр описанного шара,  $O_1O_2 \perp (ABC)$ .

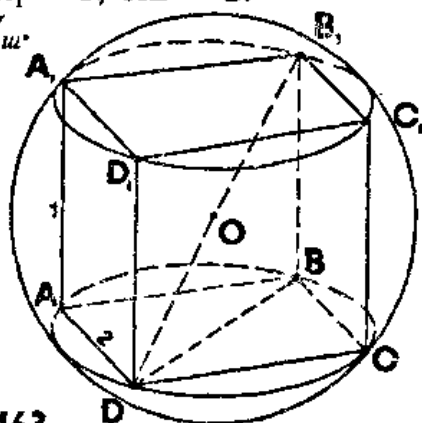
Найдите:  $S_{ш}$ .



**Задача 462.**

Дано:  $AC_1$  — правильная четырехугольная призма,  $O$  — центр описанного шара,  $AA_1 = 1$ ,  $AD = 2$ .

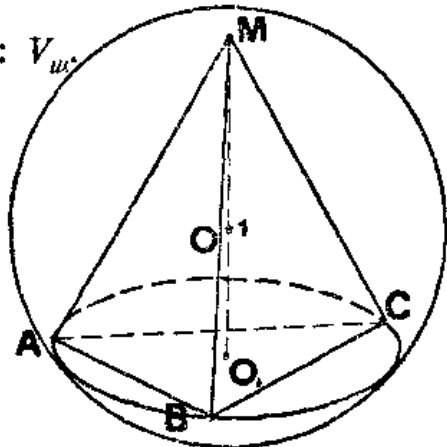
Найдите:  $V_{ш}$ .



**Задача 463.**

Дано:  $MAVC$  — правильная треугольная пирамида,  $MO_1 \perp (ABC)$ ,  $MC = 4$ ,  $MO_1 = 1$ ,  $O$  — центр описанного шара.

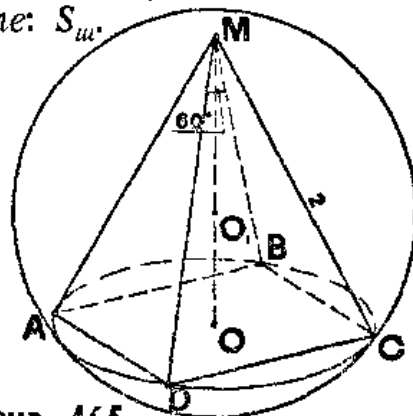
Найдите:  $V_{ш}$ .



**Задача 464.**

Дано:  $MAVCD$  — правильная четырехугольная пирамида,  $MO \perp (ABC)$ ,  $O_1$  — центр описанного шара,  $\angle DMB = 60^\circ$ ,  $MC = 2$ .

Найдите:  $S_{ш}$ .

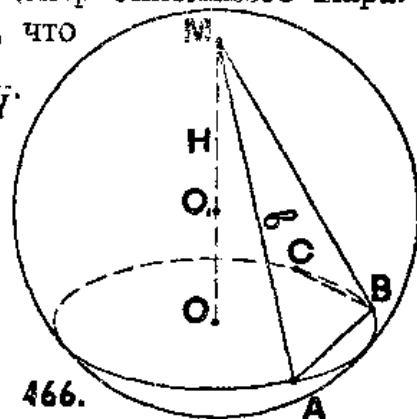


**Задача 465.**

Дано: правильная  $n$ -угольная пирамида,  $MO \perp (ABC)$ ,  $MA = b$ ,  $MO = H$ ,  $O_1$  — центр описанного шара.

Доказать, что

$$R = \frac{b^2}{2H}$$

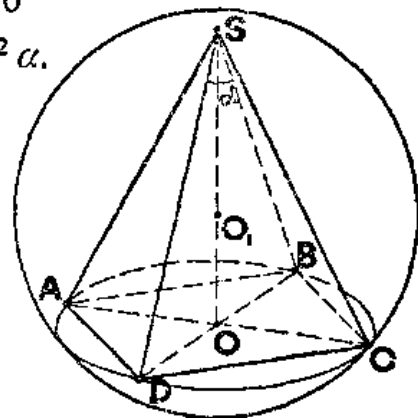


**Задача 466.**

Дано:  $SABCD$  — правильная четырехугольная пирамида,  $V$  — объем пирамиды,  $SO = h$  — высота пирамиды,  $O_1S = R$  — радиус описанного шара.

Доказать, что

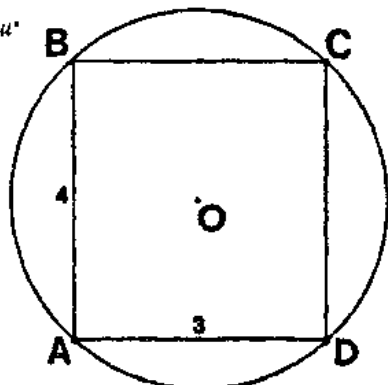
$$V = \frac{2}{3} R^2 h \sin^2 \alpha.$$



**Задача 467.**

Дано:  $ABCD$  — осевое сечение цилиндра,  $O$  — центр шара, описанного вокруг цилиндра,  $AD = 3$ ,  $CD = 4$ .

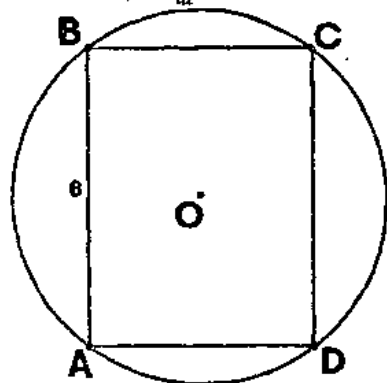
Найдите:  $S_{ш}$ .



**Задача 468.**

Дано:  $AMB$  — осевое сечение цилиндра,  $O$  — центр шара, описанного вокруг цилиндра,  $AB = 6$ ,  $R_{ш} = 5$ .

Найдите:  $V_{ц}$ .

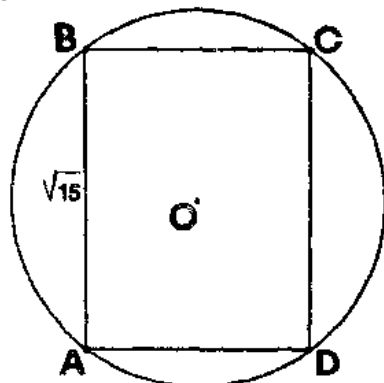


**Задача 469.**

Дано:  $ABCD$  — осевое сечение цилиндра,  $O$  — центр шара, описанного вокруг цилиндра,  $S_{ш} = 16\pi$ ,

$AB = \sqrt{15}$ .

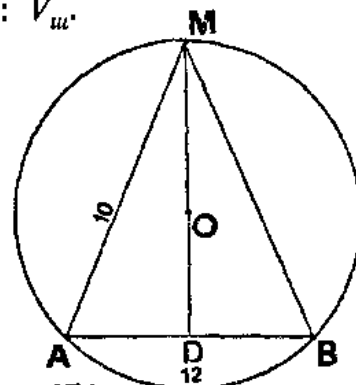
Найдите:  $S_{б.ц}$ .



**Задача 470.**

Дано:  $AMB$  — осевое сечение конуса,  $O$  — центр шара, описанного вокруг конуса,  $AM = 10$ ,  $AB = 12$ .

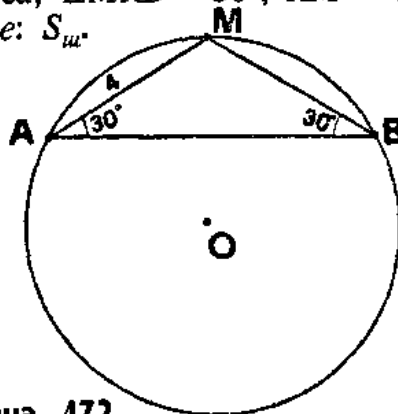
Найдите:  $V_{ш}$ .



**Задача 471.**

Дано:  $AMB$  — осевое сечение конуса,  $O$  — центр шара, описанного вокруг конуса,  $\angle MAB = 30^\circ$ ,  $AM = 4$ .

Найдите:  $S_{ш}$ .

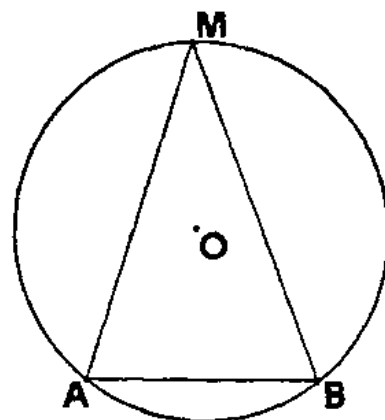


**Задача 472.**

Дано:  $AMB$  — осевое сечение конуса,  $O$  — центр шара, описанного вокруг конуса,  $l$  — образующая,  $H$  — высота конуса.

Докажите справедливость формулы:

$$R_{ш} = \frac{l^2}{2H}$$

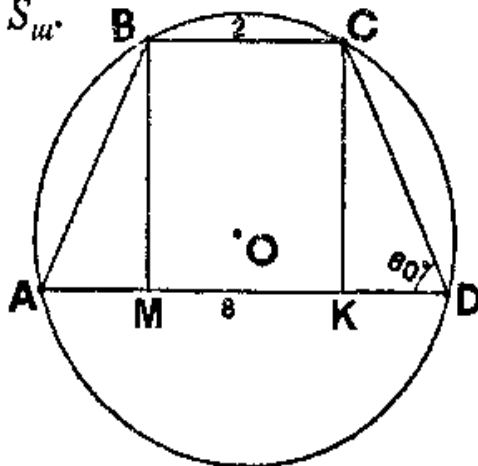




**Задача 473.**

Дано:  $ABCD$  — осевое сечение усеченного конуса,  $O$  — центр шара, описанного вокруг усеченного конуса,  $BC = 2$ ,  $AD = 8$ ,  $\angle CDA = 60^\circ$ .

Найдите:  $S_{ш}$ .

**Задача 474.**

Дано:  $ABCD$  — осевое сечение усеченного конуса,  $O$  — центр шара, описанного вокруг усеченного конуса,  $AC = 6$ ,  $\angle CDA = 30^\circ$ .

Найдите:  $V_{ш}$ .

