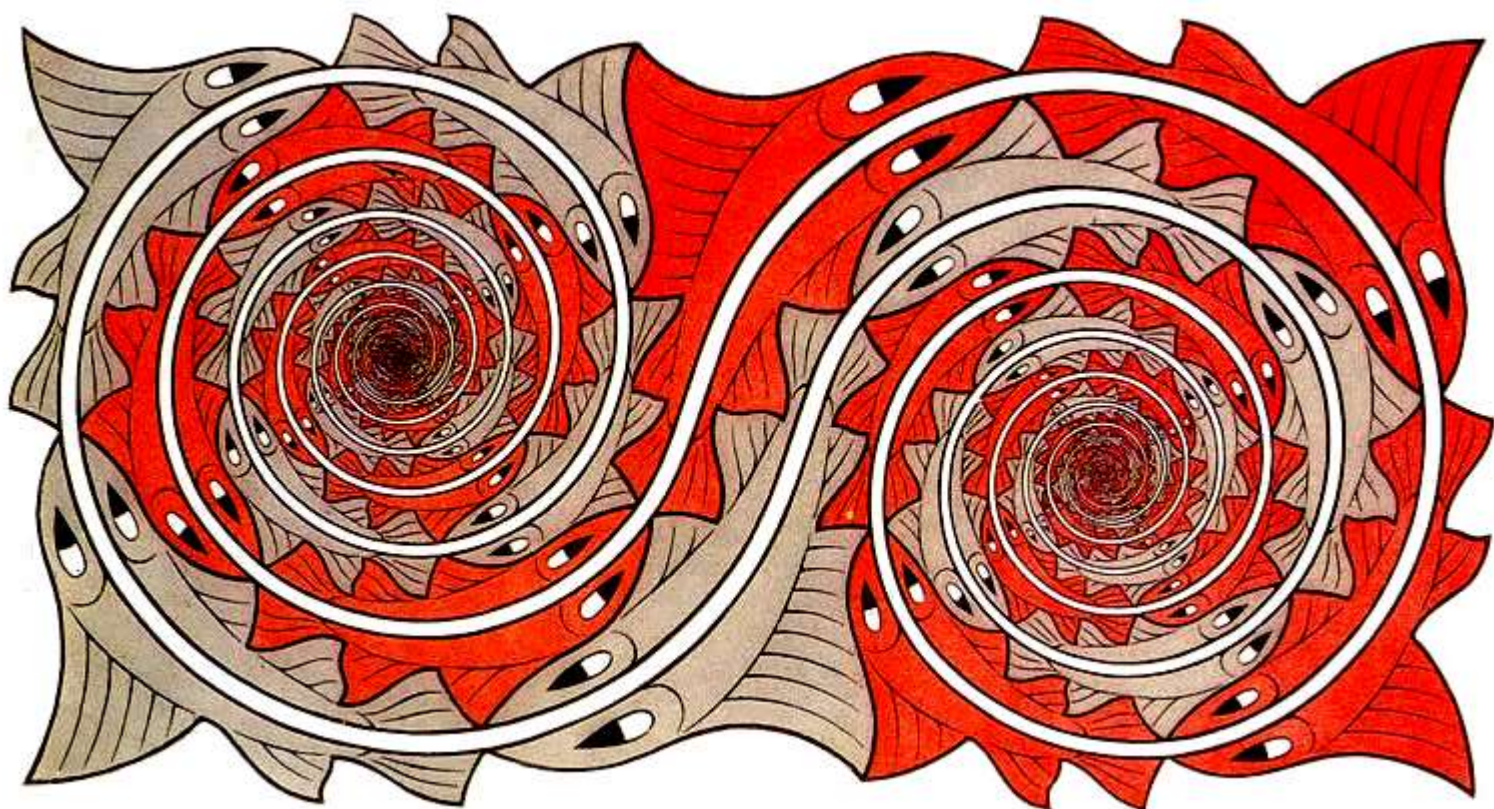
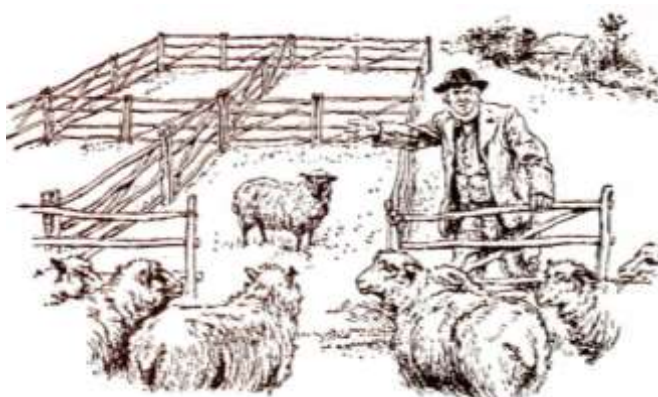


составитель Е.МАНОХА

занимательные
ГОЛОВОЛОМКИ **10**

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ D'AGOSTINI





▲ Можете ли вы разместить 15 овец в соответствии с условием?

1. Пятнадцать овечек

В одной энциклопедии, как мне рассказывали, была представлена любопытная задача: «Разместите 15 овец в четырех загонах так, чтобы в каждом загоне число овец было одинаковым». К задаче не приводилось ответа, поэтому я решил найти его самостоятельно. Попытавшись решить задачу с помощью яблок и кирпичей, я счел, что решить ее невозможно: результат умножения любого числа на четыре будет четным числом, а 15 — нечетное число. Из этого я сделал вывод: овцы должны обладать неким особым и малоизвестным свойством, и решил опросить фермеров. Первый фермер указал, что если мы расположим один загон внутри другого, подобно кольцам мишени, и поместим всех овец в самый маленький загон, то решим задачу. Я возразил: в этом случае все овцы окажутся в одном загоне, а не в четырех. Второй фермер сказал, что если поместить по четыре овцы в три загона и три — в четвертый (всего 15 овец) и у одной из овец в последнем загоне ночью родится ягненок, то утром число овец в каждом загоне будет одинаковым. Этот ответ также не удовлетворил меня.

Третий фермер сказал:

— На одном моем поле стоит четыре загона. Там же пасется небольшое стадо барашков. Если вы пройдете со мной, то я покажу вам, как решить задачу.

На иллюстрации изображен фермер, готовый рассказать мне решение. После его объяснений мне стало совершенно понятно, что же имел в виду автор энциклопедии. Как же решить эту

задачу? Сможете ли вы разместить 15 овец в соответствии с условием?

2. Колокольный звон

Один читатель в письме ко мне проявил большой интерес к колоколам и спросил меня, как получается «настоящий и правильный» колокольный звон. В своем письме он указал, что все возможные перестановки четырех колоколов должны прозвучать только один раз. Он также добавил, что ни один колокол нельзя перемещать с места на место больше одного раза, ни один колокол не может звучать первым или последним больше двух раз подряд. Кроме того, колокола должны располагаться так, чтобы от последнего расположения колоколов можно было перейти к первому при соблюдении всех остальных правил задачи.

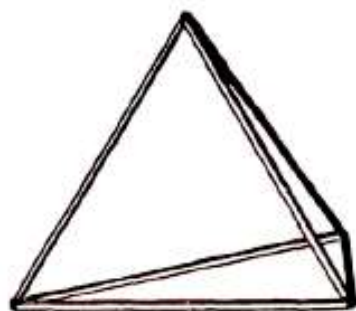
Ниже показано, как выполнить все эти невероятные условия для трех колоколов.

1	2	3
2	1	3
2	3	1
3	2	1
3	1	2
1	3	2

Каким будет решение этой задачи для четырех колоколов?

3. Построение тетраэдра

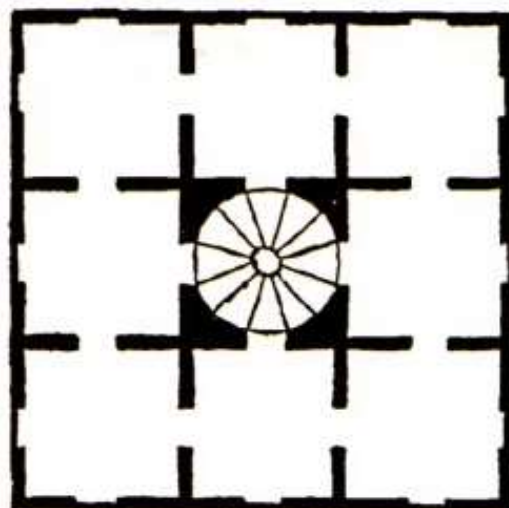
У меня есть тетраэдр, или треугольная пирамида, составленная из шести спиц, как показано на рисунке. Сможете ли вы верно указать, сколькими



способами можно соединить эти спицы так, чтобы получилась пирамида? Несколько моих друзей попытались решить эту задачу на одной из встреч. В качестве модели они использовали спички, но в итоге все они получили разные ответы. Как вы увидите, если мы уберем одну спицу и повернем ее так, чтобы один из ее концов занял место, которое раньше занимал другой, то получится новая пирамида. Если мы поменяем две спицы местами, также получится новая пирамида. Но помните, что каждая пирамида может опираться на любую из четырех граней и при этом она будет считаться неизменной. Сколькими способами можно построить пирамиду?

4. Задача о спальнях

В обители находится восемь больших спален на одном этаже, куда можно попасть по винтовой лестнице, расположенной в центре, как показано на схеме. Как-то в понедельник во время осмотра настоятель заметил, что южная сторона настолько полюбилась монахам, что на ней спало в шесть раз больше монахов, чем на каждой из оставшихся трех сторон. Он обратил внимание на эту разницу и попросил устранить ее. Во вторник настоятель обнаружил, что на южной стороне спало в пять раз больше монахов, чем на каждой из оставшихся трех. Он обратился с жалобой еще раз. В среду на южной стороне спало в четыре раза больше монахов, чем на остальных, в четверг — в три раза больше, в пятницу — в два раза. Вновь обратившись к монахам с просьбой, в субботу настоятель остался доволен: на каждой из четырех сторон спало одинаковое число монахов. Каково наименьшее число монахов в обители и как можно расположить их во все шесть ночей согласно условию задачи? Ни одна из комнат при этом не должна оказаться пустой.



Решения

1. Если мы внимательно прочитаем отрывок из энциклопедии, то увидим, что в нем не говорится, что все загоны изначально были пусты. Если читатель посмотрит на иллюстрацию, то увидит, что в одном из загонов уже стоит одна овца. Именно в этот момент смекалистый фермер сказал: «А теперь я пушу в загоны пятнадцать овец». Затем он перегнал трех овец в тот загон, где уже стояла одна овца, после чего загнал по четыре овцы в каждый из трех остальных загонов. «Вот и все, — сказал он. — Вы увидели, как я распределил пятнадцать овец по четырем загонам так, что число овец в каждом загоне оказалось одинаковым». Разумеется, мне пришлось признать его правоту, так как он совершенно верно решил поставленную задачу.

2. Колокола должны прозвонить в таком порядке:

1 2 3 4	3 1 4 2	4 2 1 3	3 4 2 1
2 1 4 3	1 3 2 4	2 4 3 1	4 3 1 2
2 4 1 3	3 1 2 4	2 3 4 1	4 1 3 2
4 2 3 1	1 3 4 2	3 2 1 4	1 4 2 3
4 3 2 1	1 4 3 2	2 3 1 4	1 2 4 3
3 4 1 2	4 1 2 3	3 2 4 1	2 1 3 4

Я также нашел решение этой задачи для пяти и шести колоколов. При заданных условиях эта задачу можно решить для любого числа колоколов.

3. Возьмите пирамиду и поставьте ее так, чтобы на стол опиралась всего одна спица. Теперь из точки опоры в разные стороны должны расходиться четыре спицы. Эти четыре спицы можно выбрать пятью разными способами, так как в точку опоры, где они будут соединяться, может не входить любая из пяти спиц. Однако четыре выбранные спицы можно расположить 24 разными способами. После того как мы выбрали спицы и определили их расположение, каждую из них можно будет перевернуть относительно остальных. Таким образом, получим еще 16 способов. Для любого расположения спиц шестую спицу можно разместить двумя разными способами. Перемножим эти результаты и получим $5 \times 24 \times 16 \times 2 = 3840$ — это и будет точное число способов, которыми можно построить пирамиду. Этот метод исключает малейшую вероятность ошибки. Далее я приведу основную причину ошибок, возникающих при решении этой задачи.

Если вы подсчитаете число сочетаний, рассмотрев верхнюю вершину пирамиды и треугольную грань, которой она опирается на стол, то получите лишь половину от общего числа способов, так как вы не учтете, что столько же пирамид можно построить на основе нижней треугольной грани, которой пирамида опирается на стол. В действительности пирамиды из этих двух групп будут зеркальными отражениями друг друга, следовательно, они не будут совпадать между собой (разве что в четырехмерном пространстве).

4. Монахов следует разместить так, как показано на схемах. Минимальное число монахов равно 32, а их расположение в три последних дня может отличаться от того, что представлено далее.

1	2	1
2		2
1	22	1

Понедельник

1	3	1
1		1
3	19	3

Вторник

1	4	1
1		1
4	16	4

Среда

1	5	1
2		2
4	13	4

Четверг

2	6	2
1		1
7	6	7

Пятница

4	4	4
4		4
4	4	4

Суббота



▲ Какими двумя ударами
можно пройти все поле, на-
брав наименьшее число очков?

1. Задача об игре в гольф

Сегодня весь мир играет в гольф, и даже лентяи, которые несколько недель назад заявляли, что находят куда больше удовольствия в том, чтобы по-лежать в гамаке в тени, подхватили вирус гольфа и вместе с остальными гоняют мяч от лунки к лунке. Я не великий гольфист, но я знаком с теннисом, который разработал математическую систему, позволяющую выигрывать всегда. Он говорил: «Нужно отработать всего два удара на разное расстояние: один основной, другой выводящий. Нужно всегда целиться в направлении лунки, и сочетание этих двух ударов неизменно позволит нам забить мяч в лунку».

На какое расстояние нужно послать мяч каждым из этих ударов, чтобы набрать минимально возможное число очков на поле для гольфа из девяти лунок, расстояние до которых равно 150, 300, 250, 325, 275, 350, 225, 400 и 425 ярдам?

При каждом основном и каждом выводящем ударе расстояние, которое пролетает мяч, неизменно. Любым из этих двух ударов можно отправить мяч дальше лунки, после чего нанести следующий удар в обратную сторону. Все удары наносятся по прямой линии, направленной в сторону лунки.

2. Дедушкина задача

Это одна из тех старинных задач, что передаются из поколения в поколение, и никто не осмеливается усомниться в правильности ответов на них. Тем не менее не так давно некий увлеченный бостонский юноша получил эту реликвию от дедушки и привел столь неожиданное решение, что пожилой джентльмен лишился дара речи.

Многих людей очень часто просят определить разность в весе между шестью дюжинами дюжин фунтов свинца и половиной дюжины дюжин фунтов золота, и все отвечают без промедления. «Фунт везде одинаковый» — говорят они. «Шесть дюжин дюжин будет 864, а половина дюжины дюжин — 72, поэтому разность будет равна 792 фунтам».

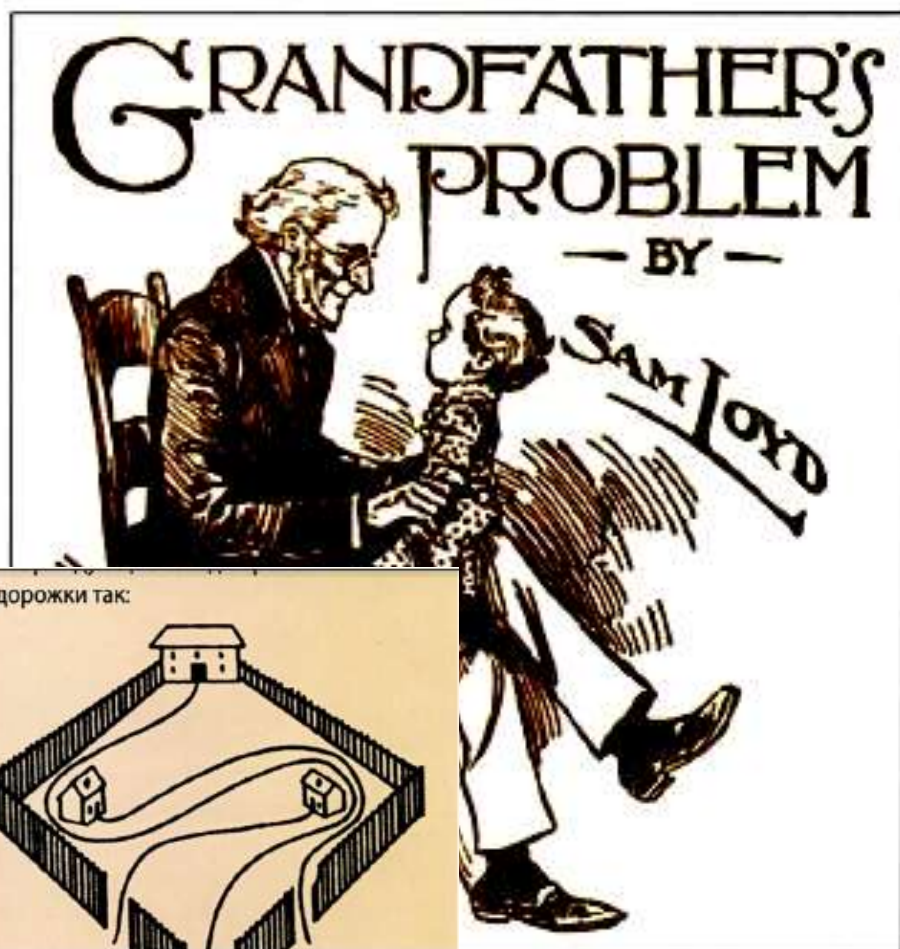
Тем не менее, если рассмотреть формулировку вопроса очень внимательно и достаточно подробно, то можно увидеть, что в действительности на этот вопрос никто не дал правильного ответа с 1614 года, когда он был впервые озвучен.

3. Ошибочные веса

Монеты Востока имеют разную форму и вес, чтобы торговцы могли обманывать путешественников. Восточная денежная система слишком сложна для наших математиков, поэтому для простоты мы будем использовать в описании привычные доллары и центы.

Верблюжью шерсть, которая используется для изготовления шалей и дорогих ковров, собирают простолюдины, а затем посредники продают ее торговцам в больших или малых количествах. Чтобы гарантировать беспристрастность, посредник никогда не покупает шерсть для себя; напротив, получив указание купить шерсть, он ищет того, кто продаст ее, и забирает себе два процента комиссионных. Тем не менее он настраивает весы так, чтобы обмануть покупателей и продавцов

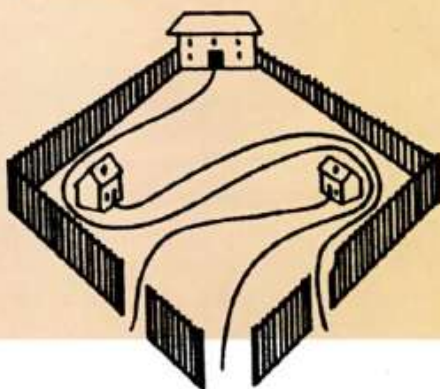
► Какова разница в весе между шестью дюжинами дюжины фунтов свинца и половиной дюжины дюжины фунтов



ларов, то очевидно, что эти две унции составляют $\frac{2}{15}$ от суммы, заплаченной при покупке и полученной при продаже 15 унций. Если $\frac{1}{15}$ равна 12,5 доллара, то $\frac{15}{15}$ будут равны 187,5 доллара. Если бы посредник не брал комиссионные за свои услуги, то именно столько он заплатил бы за товар.

Тем не менее за свои услуги он получил 2% от продавца, то есть 3,75 доллара, и 4,25 доллара от покупателя, что

дорожки так:



в свою пользу, особенно если клиент недостаточно опытен и верит посреднику на слово.

Я воспользуюсь случаем и расскажу читателям о прекрасной задаче, показывающей, насколько просты приемы, которыми пользуются посредники. Получив верблюжью шерсть, посредник положил ее на короткий рычаг весов, чтобы прибавить к каждому фунту одну унцию, а при продаже поменял чаши весов местами, чтобы вес шерсти «уменьшился» на одну унцию на каждый фунт. За счет этих манипуляций посредник выручил 25 долларов. (Напоминаем, что в одном фунте 16 унций).

Может показаться, что эта задача очень проста (и это в самом деле так) и приведенных данных достаточно для ее решения. Тем не менее только умелый счетовод сможет верно ответить на следующий вопрос: сколько заплатил посредник за товар?

4. Враждующие соседи

Эта редкая и простая задача, одна из первых моих задач, впервые была опубликована больше полувек назад. Слева воспроизведен рисунок, который я нарисовал, когда мне было девять лет.

Говорят, что трое соседей, которым принадлежит небольшой парк, изображенный на рисунке, повздорили. Владелец большого дома пожаловался, что его беспокоят соседские куры, и отгородил тропинку от своей двери к выходу, изображенному в нижней части рисунка. Затем хозяин дома справа огородил дорожку к выходу, расположенному слева, а сосед слева проложил дорожку к выходу справа.

Никакие две дорожки не пересекаются. Можете нарисовать, как соседи проложили дорожки по двору?



Решения

1. Поле для гольфа можно пройти за 26 ударов, если при основном ударе мяч будет улетать на 150 ярдов, а при выводящем — на 125 ярдов. Удары нужно наносить в следующей последовательности:

150 ярдов: 1 основной удар.

300 ярдов: 2 основных удара.

250 ярдов: 2 выводящих удара.

325 ярдов: 3 основных удара

и 1 выводящий в обратную сторону.

275 ярдов: 1 основной удар

и 1 выводящий.

350 ярдов: 4 выводящих удара

и 1 основной в обратную сторону.

225 ярдов: 3 выводящих удара

и 1 основной в обратную сторону.

400 ярдов: 1 основной

и 2 выводящих удара.

425 ярдов: 2 основных

и 1 выводящий удар.

2. Чтобы решить эту старую задачу, нужно учесть, что золото взвешивают в тройской системе, в которой фунт равен 12 унциям, а свинец — в системе эвердьюпойс (в ней фунт равен 16 унциям). Здесь фраза «фунт везде одинаковый» неверна.

Шесть дюжин дюжин фунтов свинца весят 864 фунта в системе эвердьюпойс, а 72 тройских фунта золота в этой системе будут весить всего 59 фунтов, 3 унции и 407,5 гранов. Так как 864 фунта можно представить как 863 фунта, 15 унций и 437,5 гранов, то если мы вычтем из этой величины 59 фунтов, 3 унции и 407,5 гранов, получим 804 фунта, 12 унций

и 30 гранов. Именно таким будет ответ, выраженный в системе эвердюпойс.

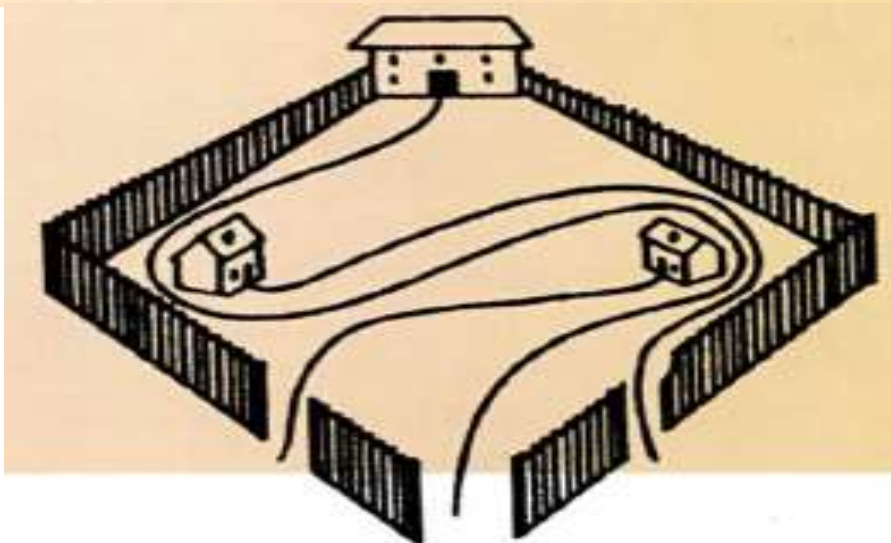
Как правило, люди не знают о том, что используются две разные системы весов. Некоторые считают, что фунт одинаков в обеих системах и в одной он делится на 16 унций, в другой — на 12. Тем не менее большинство уверены, что равными в обеих системах принимаются унции и фунт в системе эвердюпойс равен 16 унциям, тройский фунт — 12 унциям. Оба этих утверждения неверны. Соотношение между системами строится на том, что фунт в системе эвердюпойс равен 7000 гранов, а тройская унция составляет всего 5760 гранов.

3. Если посредник при взвешивании прибавил к каждому фунту одну унцию, то в «его» фунте было 17 унций. Когда он продавал шерсть, убавив по унции с каждого фунта, в «его» фунте было 15 унций. Таким образом, его выгода составила две унции с фунта. Если эти две унции были проданы по одной и той же цене и посредник получил выгоду в 25 долларов, то очевидно, что эти две унции составляют $\frac{2}{15}$ от суммы, заплаченной при покупке и полученной при продаже 15 унций. Если $\frac{1}{15}$ равна 12,5 доллара, то $\frac{15}{15}$ будут равны 187,5 доллара. Если бы посредник не брал комиссионные за свои услуги, то именно столько он заплатил бы за товар.

Тем не менее за свои услуги он получил 2% от продавца, то есть 3,75 доллара, и 4,25 доллара от покупателя, что

добавляет 8 долларов к тем 25 долларам, что он выгадал на этой сделке. Если бы посредник был честным, он заплатил бы за 17 унций в точности 199,21875 доллара. Его комиссионные при покупке и продаже составили бы 7,96875 доллара; таким образом, обманув продавца и покупателя, он заработал дополнительные 3 и 1/8 цента. Так как в задаче сказано, что он выручил на сделке ровно 25 долларов, нужно уменьшить сумму в 187,5 доллара так, чтобы выгода от покупки и продажи в сумме составила ровно 25 долларов. Так как 3 и 1/8 цента в точности равны $1/801$ от 25,03125 доллара, нужно вычесть из 187,5 доллара $1/801$ часть. Получим 187,27 доллара. Таким образом, посредник получит 25 долларов и 0,0006 цента. Если вы хотите узнать ответ с абсолютной точностью, скажу, что продавец заплатил посреднику 187,2659176029973125 доллара без комиссии в 2%, которая составила 3,745 доллара.

4. Враждующие соседи проложили дорожки так:





◀ Когда часы снова покажут точное время?

1. Сумасбродные цюрихские часы

Швейцарские туристы сразу же узнают изображенную на иллюстрации заброшенную церковь в окрестностях Цюриха и вспомнят жуткую историю ее заколдованных часов. Оставим в стороне всю мистику и тайны этой истории, которую туристы пересказывают во множестве версий, и упомянем лишь, что церковь была построена в середине XV столетия. Старейший житель тех мест, человек по имени Йоргенсен, основатель часовой фабрики (в его честь и был назван городок), пожертвовал церкви башенные часы. Часы были запущены в шесть утра на торжественной церемонии. По ним швейцарцы отмечали все, даже самые незначительные события. К несчастью, стрелки часов были установлены неверно. Минутная стрелка двигалась в 12 раз медленнее часовой, поэтому жители городка в шутку заметили, что часовая стрелка «двигалась с достоинством».

После того как люди объяснили причуды заколдованных часов старому и больному часовщику, тот захотел взглянуть на часы сам. Когда он пришел к церкви, по удивительному совпадению часы показывали точное время. Это настолько поразило старика, что тот умер от радости. Тем не менее капризы часов продолжались, и жители

деревни стали считать их заколдованными. Никто не осмеливался починить их, и постепенно часовой механизм заржавел. В память об этих часах осталась только любопытная задача, которую я предлагаю вам.

Если часы завели в шесть часов, как показано на иллюстрации, и часовая стрелка двигалась в 12 раз быстрее минутной, то в какое время часовая и минутная стрелка в первый раз показали точное время?

2. Зарплата стенографистки

Эта задача, посвященная одному эпизоду из повседневной жизни, будет интересна всякому, кто захочет решить ее. Как-то раз шеф, будучи в хорошем расположении духа, сказал стенографистке:

«Мари, я вижу, что ты никогда не просишь у меня лишний отпуск, и я решил повысить тебе зарплату на 100 долларов в год. Начиная с сегодняшнего дня, в течение следующего года я буду доплачивать тебе прибавку еженедельно, исходя из расчета 600 долларов в год, по прошествии этого года — из расчета 700 долларов в год, затем — 800 и так далее. Каждый год ты будешь получать прибавку в 100 долларов».

«У меня слабое сердце, — ответила обрадованная юная девушка, — поэтому мне бы хотелось, чтобы повышение было не столь резким. Пусть, как вы сказали, с сегодняшнего дня мое жалованье составляет 600 долларов в год, но по прошествии шести месяцев вы повысите его на 25 долларов в год, а затем будете повышать его на 25 долларов в год каждые шесть месяцев, если, конечно, вы будете довольны моей работой».

Шеф улыбнулся и согласился с предложением стенографистки, однако блеск в ее глазах заставил некоторых юношей в конторе усомниться, правильно ли поступил шеф, приняв предложенные условия. Сможете ли вы ответить на этот вопрос?

3. Угадайте возраст матери

Головоломки о возрасте весьма интересны, и молодые люди, интересующиеся математикой, всегда уделяют им внимание. Как правило, подобные задачи крайне просты, однако в этой задаче исходных данных так мало, а ее формулировка настолько оригинальна, что она наверняка покажется вам неожиданной.

Один из членов семейства, изображенного на рисунке, отмечал день рождения. Юный Томми заинтересовался, сколько лет его родителям, и отец ответил на его вопросы так: «Томми, нам троим в сумме 70 лет. Так как я в шесть раз старше, чем ты сейчас, то можно сказать, что когда я буду в два раза старше тебя, то сумма наших возрастов будет в два раза больше, чем сейчас. Посмотрим, сможешь ли ты сказать, сколько лет твоей матери».

Томми, который блестяще обращался с числами, быстро решил задачу, но у него было одно преимущество: он знал свой возраст и мог довольно точно угадать возраст своих родителей. Нашим читателям, тем не менее, известно лишь соотношение возрастов отца и сына. Тем удивительнее вопрос задачи: «Сколько лет матери?».



▼ *Сколько лет матери?*

Решения

1. Сумасбродные часы вновь покажут точное время в 7 часов, 5 минут, 27 и $\frac{3}{11}$ секунды.

Предположим, что у заколдованных часов на самом деле четыре стрелки: две из них движутся правильно, другие две — нет. Стрелки, установленные неверно, покажут точное время только тогда, когда их положение совпадет со стрелками, установленными правильно: иными словами, когда положение часовых и минутных стрелок будет одинаковым. Так как две стрелки установлены неверно, можно считать, что две стрелки, указывающие 12 часов ровно, — это часовая и минутная стрелки. Попробуем ответить на вопрос: когда совпадут эти стрелки? Именно в этом и заключается вопрос исходной задачи. Ответом к ней будет 5 минут 27 и $\frac{3}{11}$ секунды по прошествии 1 часа. Однако в этом случае мы определим

только положение минутной стрелки заколдованных часов.

Теперь вновь обратим внимание на пару часовых стрелок, показывающих 6 часов, и увидим, что складывается аналогичная ситуация. Так как одна из стрелок движется подобно минутной, обе стрелки совпадут на том же расстоянии после 6 часов, что и другие две стрелки — после 12.

2. Юная стенографистка выигрывает 12,5 доллара в первый год, после чего будет только терять в жалованьи. Некоторые любители задач совершают ошибку, прибавляя суммы, на которые будет увеличиваться жалованье стенографистки, к ее годовому жалованью каждые шесть месяцев, не понимая, что всякий раз ее жалованье будет увеличиваться по сравнению с базовым на 25 долларов в год, что означает прибавку лишь в 12,5 доллара каждые шесть месяцев. Разумеется, благодаря прибавке к жалованию в размере 100 долларов в год стенографистка заработает 600 плюс 700 плюс 800 плюс 900 плюс 1000 долларов. В своем варианте стенографистка потеряет 432,5 доллара.

Базовое годовое жалование

Первое полугодие	\$300,00	\$600
Второе полугодие	\$312,50	\$625
Третье полугодие	\$325,00	\$650
Четвертое полугодие	\$337,50	\$675
Пятое полугодие	\$350,00	\$700
Шестое полугодие	\$362,50	\$725
Седьмое полугодие	\$375,00	\$750
Восьмое полугодие	\$387,50	\$775
Девятое полугодие	\$400,00	\$800
Десятое полугодие	\$412,50	\$825

3. Возраст матери — 29 лет и 2 месяца. Возраст Томми — 5 лет 10 месяцев, его отцу 35 лет ровно.

Лучшее от Генри Э. Дьюдени Задачи с лоскутами



1. Два креста из одного

Разделите греческий крест на пять частей и составьте из них два греческих креста одного размера. Эта головоломка имеет очень красивое решение.

2. Крест и треугольник

Разделите греческий крест на шесть частей и составьте из них равносторонний треугольник. Эта головоломка сложна, и найти ее решение практически невозможно, если вам неизвестен способ, позволяющий превратить равносторонний треугольник в квадрат.

3. Сложенный крест

Вырежьте греческий крест из бумаги и сложите его так, чтобы всего одним разрезом ножниц его можно было бы разделить на четыре части, образующие квадрат.

4. Одеяла

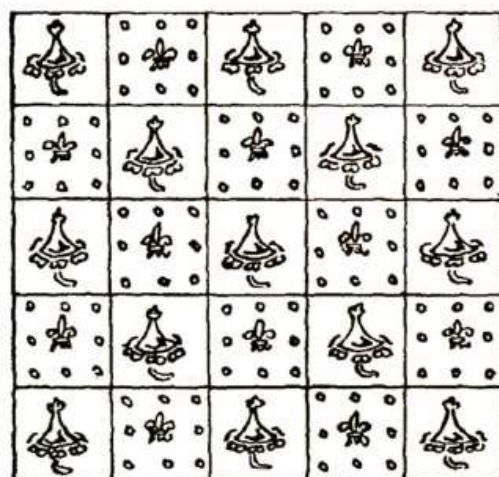
На рисунке изображен квадратный отрез ткани. Некая дама захотела разрезать его на четыре части так, чтобы из двух кусков получилось одеяло в форме идеального квадрата, а из двух оставшихся — еще одно квадратное одеяло. Как решить задачу? Разумеется, ткань можно разрезать только вдоль линий, делящих ее на 25 маленьких квадратов, при этом узор не должен нарушаться. Эта головоломка имеет всего одно решение. Сможете найти его?

5. Квадратные отрезки ткани

Как-то раз, будучи в гостях у одной дамы, я взял со стола два прекрасных квадратных отрезка расшитой золотом ткани. Оба отрезка имели одинаковый



▲ Греческий крест состоит из пяти квадратов равного размера.



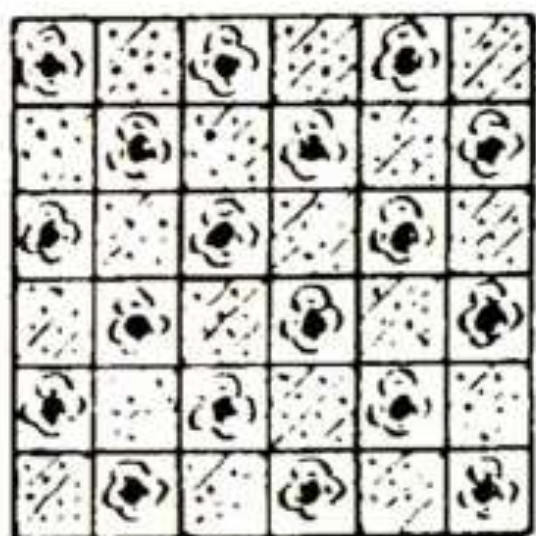
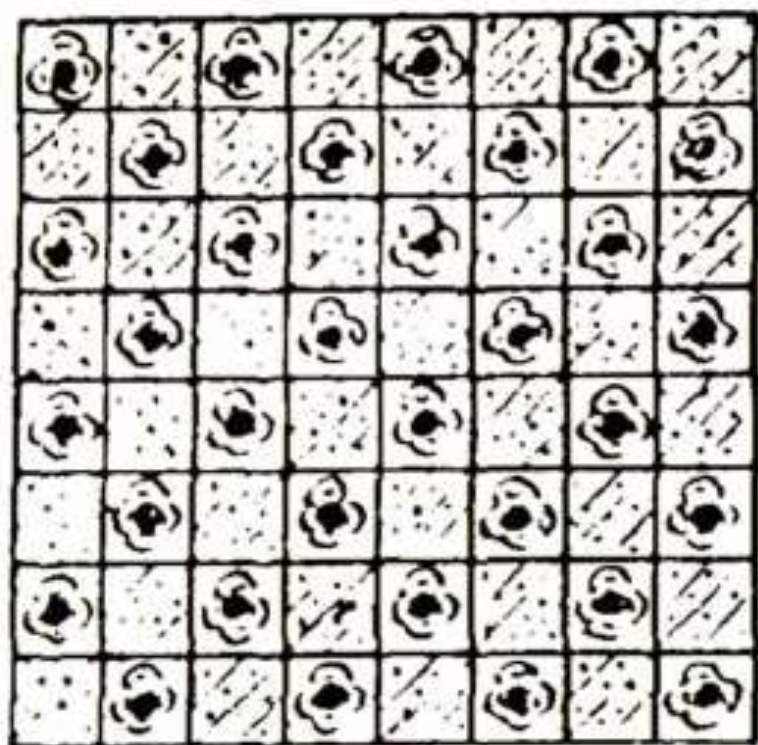
▲ Греческий крест состоит из пяти квадратов равного размера.

узор — рисунок тонкой работы мастеров Востока, напоминавший шахматную доску.

— Разве они не прекрасны? — спросила меня подруга. — Их мне привезла кузина, которая недавно вернулась из Индии. Теперь мне нужна твоя помощь. Как видишь, я решила сшить их вместе, чтобы получилась квадратная шаль. Как это сделать так, чтобы отходов было как можно меньше? Разумеется, разрезать ткань можно только вдоль линий, которые делят ее на маленькие квадраты.

Я разрезал два квадратных отреза ткани на четыре части, из которых затем составил один большой квадрат так, чтобы не нарушить узор. Когда я закончил работу, то заметил, что обе части имели одинаковую площадь, то есть содержали одинако-

вое число квадратов. Можете показать, как нужно разрезать ткань в соответствии с этими условиями?



Решения

1. Один крест нужно вырезать полностью (на рис. 1 он обозначен буквой А). Части, обозначенные буквами В, С, D и Е, образуют второй крест, как показано на рис. 2. Этот крест будет иметь в точности тот же размер, что и первый. Предлагаем читателю определить оптимальное направление разрезов самостоятельно.

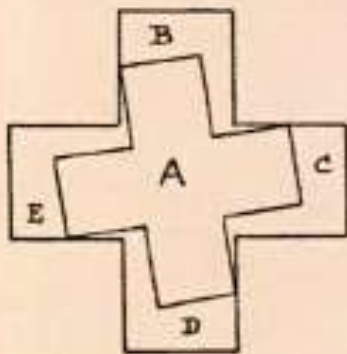


Рис. 1

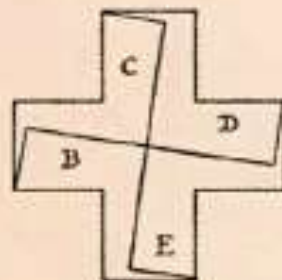
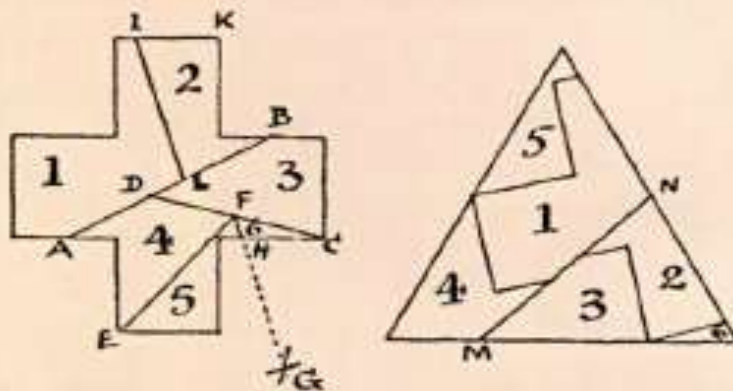


Рис. 2

Задам вам один сложный вопрос: как составить три греческих креста из одного так, чтобы число фрагментов было наименьшим? Эту задачу можно решить, разрезав исходный крест всего на 13 частей. Я уверен, что многие из моих читателей, сведущие в геометрии, с радостью примутся за решение этой задачи, которое я не буду приводить здесь и оставлю загадку без ответа.

2. Линия АВ на рисунке обозначает сторону квадрата той же площади, что и крест. В одном из прошлых выпусков я показал, как построить квадрат и равносторонний треугольник одинаковой площади. Таким

образом, я не буду останавливаться на том, какие размеры должен иметь треугольник, по площади равный исходному кресту. Будем считать эту задачу рассмотренной. Возникает вопрос: как разрезать одну из этих фигур на части так, чтобы из них можно было составить другую?



Сначала проведем линию АВ, где А и В — середины боковых сторон. Далее проведем линии DC и EF. Их длина в два раза меньше, чем длина стороны треугольника. Теперь проведем дуги одного радиуса с центрами в точках Е и F. Эти дуги пересекутся в точке G. Затем проведем отрезок FG. Наконец, построим отрезок

IK, равный HC, и LB, равный AD, проведем линию IL, параллельную FG, и тем самым определим форму шести частей. Из этих частей можно составить равносторонний треугольник, как показано на следующем рисунке. Другой вариант — сначала построить линию MN в нашем треугольнике, затем отметить середину стороны треугольника, в которой сходятся части под номерами 4 и 5 в вершине креста E, и повернуть треугольник вокруг этой точки так, чтобы линия MN была параллельна АВ. Затем можно нарисовать часть 5, скопировав ее форму с креста, а после этого — все остальные части. Я видел

треугольник, как показано на следующем рисунке. Другой вариант — сначала построить линию MN в нашем треугольнике, затем отметить середину стороны треугольника, в которой сходятся части под номерами 4 и 5 в вершине креста E , и повернуть треугольник вокруг этой точки так, чтобы линия MN была параллельна AB . Затем можно нарисовать часть 5, скопировав ее форму с креста, а после этого — все остальные части. Я видел множество попыток решения, в которых предполагается, что треугольник имеет ту же высоту, что и крест. Это не так: крест всегда будет выше, чем треугольник той же площади.

3. Сначала согните крест вдоль линии AB , отмеченной пунктиром на рис. 1. Полученная фигура изображена на рис. 2.

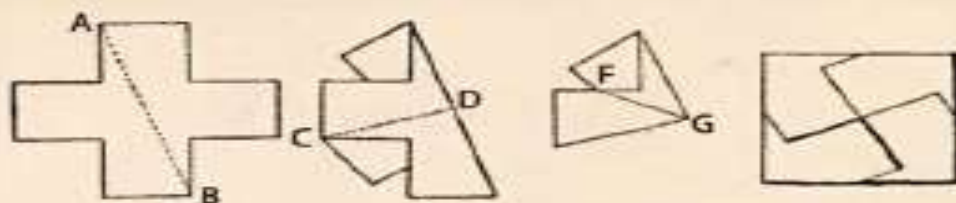


Рис. 1

Рис. 2

Рис. 3

Рис. 4

Далее согните лист вдоль пунктирной линии CD (где D — центр креста) и получите фигуру, изображенную на рис. 3. Теперь возьмите в руки ножницы и разрежьте лист вдоль линии GF . В результате лист будет разделен на четыре части одинаковой формы и размера. Из них можно составить квадрат, как показано на рис. 4.

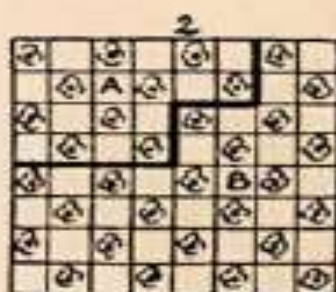
4. Два отреза ткани, обозначенные буквой A , образуют идеальный квадрат; два других отреза, обозначенные буквой

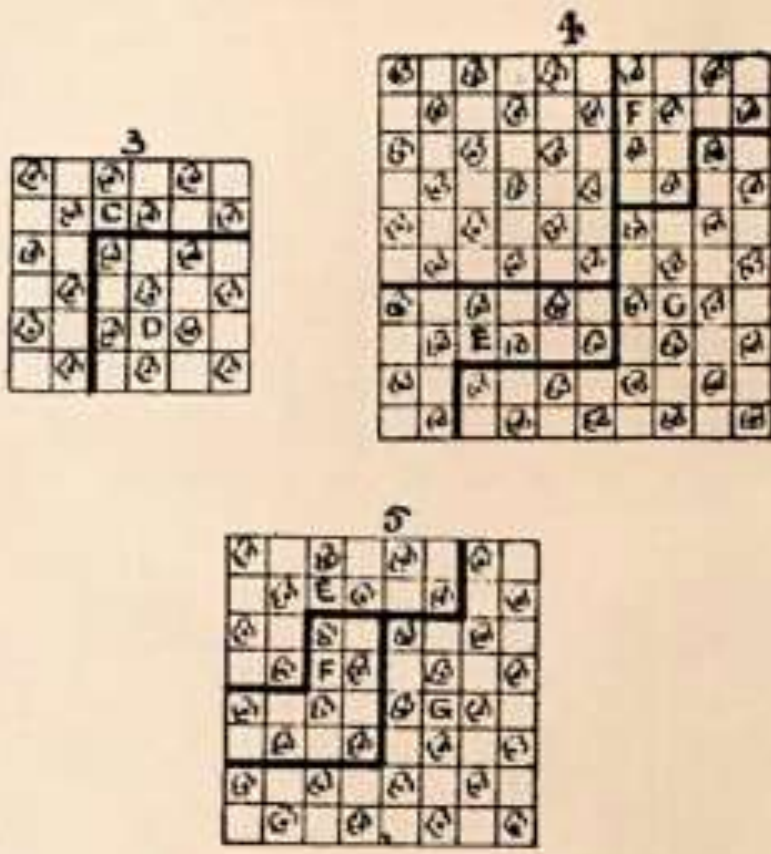


В, — второй квадрат (см. предыдущий рисунок).

5. Насколько мне известно на данный момент, эта задача имеет всего одно решение, которое полностью удовлетворяет условию. Ткань нужно разрезать так, как показано на рисунке 1. На рисунках 2 и 3 показано, как следует разрезать два исходных квадрата. Вы видите, что части А и С состоят из 20 «клеток», следовательно, их площадь одинакова.

На рисунке 4 (из частей неправильной формы, изображенных на этом рисунке, можно составить второй квадрат, изображенный на рис. 5) представлено решение задачи, в котором, однако, нарушается одно условие: «Я разрезал два квадратных отреза ткани желаемым образом». В этом случае меньший квадрат остается нетронутым. Несмотря на это, я предлагаю этот рисунок читателю как иллюстрацию особенностей задачи.





В задачах такого типа повернуть любую из частей на четверть оборота нельзя, так как в этом случае нарушится узор. Тем не менее, как в случае F на рисунке 4, можно повернуть асимметричную часть на пол-оборота, то есть расположить ее «вверх ногами». Возможность поворота на четверть оборота или пол-оборота в этих задачах зависит от узора на ткани, используемого материала и формы исходного отреза.

Лучшее от Сэма Лойда **О сыре и узлах**



1. Задача о сыре

Идею хорошей головоломки может подсказать что угодно, показавшееся нам новым или интересным, но для грамотного развития темы может потребоваться немало времени и сил. Я часто задаюсь вопросом: «Если какая-то задача заинтересовала меня в обычном виде, когда она не представляла никаких трудностей, то как можно скрыть ее базовый принцип, усложнить ее и придать ей форму настоящей головоломки?». Задачу следует представить так, чтобы объяснить ее суть и в то же время скрыть ее истинную сложность, наделив ее «легкой и детской» простотой, по словам Брета Харти. Внимание читателя может отвлечь даже название задачи. Много веков назад один философ написал: «*Argis est celare artem*», тем самым давая любителям головоломок понять, что истинное искусство заключается в умении скрывать искусство. Именно в этом — основная разница между современными и древними головоломками.

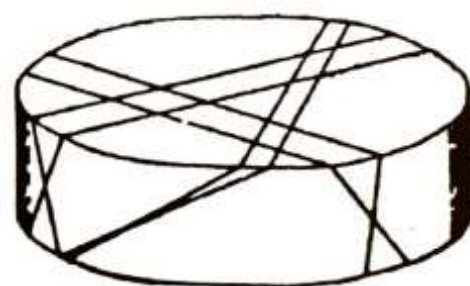
Как-то раз я оказался в воинской части, где денщик нарезал сыр на порции, и удивился тому, как хитроумно он справлялся с задачей. Чем больше я размышлял над этим эпизодом, тем больше понимал, что это счастливое совпадение можно представить в виде головоломки. Я похвалил денщика в разговоре с интендантом, на что тот ответил: «О, это еще что! Вы бы видели, как он нарезает пироги!».



▲ На сколько частей солдат
разделил кусок сыра шестью
прямыми разрезами?

В задаче о разрезании пирога рассматривается плоская поверхность, таким образом, в ее решении используются квадратные корни, или вторые степени, как сказали бы математики. В задаче о нарезке сыра мы выходим за пределы поверхности, и здесь не обойтись без кубических уравнений, также известных как уравнения третьей степени, поскольку в задаче требуется учесть длину, ширину и высоту куска сыра.

Можете ли вы назвать наибольшее количество частей, на которые можно разделить кусок сыра шестью прямолинейными разрезами?



2. Интересный план жилищного займа

Случайная, но интересная задача, взятая из повседневной жизни, часто оказывается поучительной. Далее я представляю задачу, основанную на привычном действии, которую поймет любой, даже тот, кто совершенно не знает математики. В действительности эту задачу предложил человек, который был настолько несведущ в арифметике, что не мог сосчитать даже простых процентов. Он так боялся быть обманутым, что отказывался использовать любой метод за исключением того, о котором мы сейчас расскажем.

По всей видимости, он хотел приобрести недвижимость, но располагал лишь частью нужной суммы и опасался чисел, ипотеки и процентов. Поэтому он сказал, что не совершит покупку, если этого не позволит некий «план жилищного займа». Он мог заплатить наличными 1000 долларов и внести еще пять платежей по 1000 долларов по прошествии 12 месяцев каждый. Эти платежи должны были покрыть стоимость жилья с учетом процентов на дату каждого платежа.

Сделка была заключена на этих условиях. Учитывая, что стоимость денег для продавца составила 5% годовых, определите реальную стоимость недвижимости.

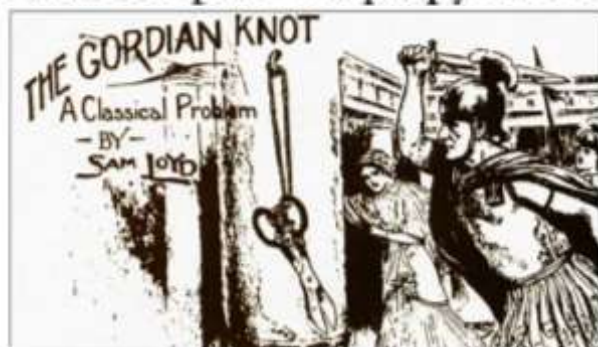
3. Гордиев узел

Разумеется, сегодня, по прошествии стольких лет, уже нельзя исправить величайшую несправедливость, жертвой которой стал бедный Гордий. Тем не менее мы как истинные любители головоломок можем осудить Александра Македонского, который, участвуя в турнире по решению головоломок, провозгласил себя судьей и присвоил себе приз, предложив абсурдное решение. Тем самым он создал опасный прецедент, став примером для многих своих последователей.

Нам часто встречаются юные Александры, которые любят решать головоломки по своим правилам и заполучать призы пиратскими способами.

Гордий был простым крестьянином, который пас овец и выращивал виноград и благодаря острому уму стал царем Фригии. Говорят, что когда он взошел на трон, то связал свои старые инструменты узлом, вошедшим в историю под названием «гордиев узел», который нельзя было развязать. Оракулы провозгласили, что тот, кому удастся развязать этот узел, станет императором.

По легенде, Александр Великий безуспешно пытался развязать несколько узлов, после чего пришел в ярость, обнажил меч и разрубил веревку, воскликнув: «Так здравый смысл велит достигать желаемого». Удивительно, что те, кому известна эта история и ее печальный финал, поддерживают Александра Македонского, когда преодолевают какую-либо трудность и с некоторой гордостью говорят: «Я разрубил гордиев узел!».



Все историки и писатели, касавшиеся этой темы, сходились на том, что головоломка была честной. Она была описана столь точно и подробно, что не раз предпринимались попытки нарисовать ее. Некоторые последователи Гордия изобрели интересные и сложные узлы, и я задумался: будут ли они довольны результатом, если кто-то развяжет эти узлы методом Александра Македонского? Критика подобного решения, по крайней мере, из тех, что помню я, содержится в нескольких разумных и, должно быть, очень древних строчках: «Нетерпеливые господа, головоломку не решают, подсмотрев ответ; когда Гордий, царь-крестьянин Фригии, связал свои инструменты известным узлом, Александру поспешному не удалось развязать его, разрубив пополам».

Когда я работал над этой головоломкой, то основывался прежде всего на энциклопедических данных, однако уделил особое внимание одному описанию. Авторы всех энциклопедий сходились в одном: веревка была завязана так, что ее концов не было видно, а инструменты оказались привязаны к столбу в храме. Я придерживаюсь версии Латимера, который считает, что инструменты могли быть связаны по отдельности, и подчеркну особо, что в числе инструментов он упомянул садовые ножницы.

Возьмите кусок обыкновенной веревки длиной примерно в один ярд и свяжите ее концы. Возьмите обычные ножницы и поместите веревку так, как показано на рисунке, но не зацепляйте ее за крюк, а наденьте на шею удобно сидящей девушке на манер ожерелья. Если вам удастся развязать узел и достать ножницы, юная леди, несомненно, поможет вам заполучить корону Азии.

Решения

1. Кусок сыра был разделен первым разрезом на 2 части, вторым — на 4, третьим — на 8, четвертым — на 15, пятым — на 26, шестым — на 42.

Это максимально возможное число частей, на которые можно разрезать кусок сыра без дырок прямолинейными разрезами. Из этой последовательности нетрудно вывести следующее кубическое уравнение, выразив тем самым фундаментальную зависимость между максимальным числом частей и числом разрезов n :

$$\frac{n^3 + 5n}{2} + 1 = \text{число частей.}$$

2. Далее изложен простой метод, позволяющий найти ответ. Многие предпочтут использовать другой способ. Будем

решать задачу с конца и рассмотрим последний платеж. Найдем ответ на вопрос: «От какой суммы денег последний платеж составляет 105 %?». Если вы разделите 1000 долларов на 1,05, то увидите, что последний платеж составит 952,3809 доллара плюс 5 %.

Вернемся к предыдущему платежу и определим сумму, от которой 1952,3809 доллара составляют 105 %. Вновь разделив на 1,05, получим

Вновь разделив на 1,05, получим 1859,4103. Добавим к этой сумме еще один платеж в 1000 долларов и получим 2859,4103 доллара. Разделив эту величину на 1,05, получим 2723,2479.

Прибавим к этой сумме еще 1000 долларов, получим 3723,2479 доллара. При последующем делении получим 4329,4764. Именно для этой цифры нужно рассчитать проценты после первого платежа в 1000 долларов. Таким образом, реальная стоимость недвижимости составляет 5329,4764 доллара, так как эта сумма плюс 5 % в точности равна шести платежам по 1000 долларов, внесенным согласно договоренности.

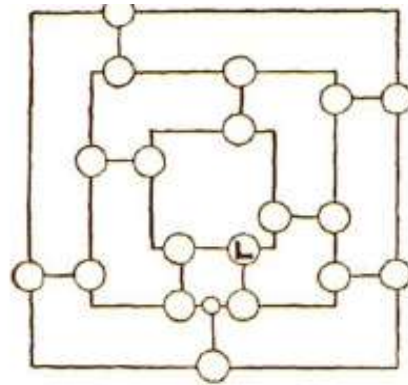
3. Чтобы развязать узел и достать ножницы, нужно провести петлю под двойной веревкой. Сначала нужно продеть веревку через левое кольцо, затем через правое, потом через левое, далее опять через правое. Теперь проведите петлю над ножницами. Вытягивая веревку, вы завяжете на ней узел, а ножницы окажутся свободными.

Лучшее от Генри Э. Дьюдени Новые задачи



1. Поездка на автомобиле

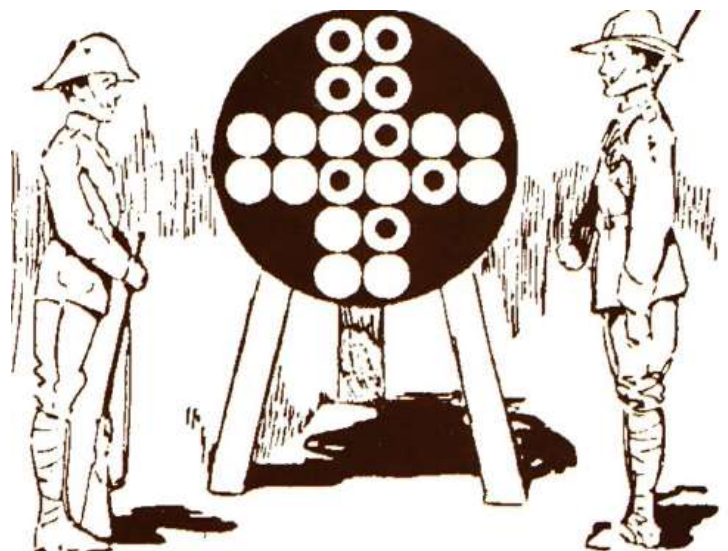
На представленной схеме кругами обозначены города, линиями — автомобильные дороги в хорошем состоянии. Сколькими способами автомобилист может, выехав из Лондона (на схеме он обозначен буквой L), объехать все города ровно один раз и вернуться в Лондон? Два маршрута, один из которых является полностью обратным другому, считаются одинаковыми.



2. Мишень в форме креста

На иллюстрации изображена любопытная мишень, созданная эксцентричным стрелком. По его задумке, для победы нужно поразить четыре круга четырьмя выстрелами так, чтобы пулевые отверстия образовали квадрат. Как видно на мишени, две попытки оказались успешными. Первый стрелок поразил четыре круга в верхней части креста так, что отверстия в мишени образовали квадрат. Второй стрелок попытался поразить

▼ Сколькими способами можно образовать квадрат на мишени четырьмя выстрелами?



четыре круга в нижней части мишени, но второй выстрел (слева) пришелся слишком высоко. В результате ему пришлось поразить мишени не так, как он хотел вначале. Таким образом, вне зависимости от того, какой круг будет поражен первым выстрелом, второй круг укажет, куда нужно будет стрелять, чтобы пулевые отверстия образовали квадрат. Цель задачи — определить, сколькими способами можно образовать квадрат на мишени четырьмя выстрелами.

4. Честный молочник

Честный молочник, чтобы приготовить молоко для покупателя, взял бидон В, в который было налито молоко, и бидон А, в котором находилась вода. Молочник перелил достаточно воды из бидона А в бидон В так, чтобы объем содержимого бидона В удвоился. Затем он перелил содержимое бидона В в бидон А так, что объем содержимого бидона А вновь удвоился. Наконец, он перелил содержимое бидона А в бидон В так, что объем содержимого обоих бидонов сравнялся. Затем он отправил бидон А в Лондон. Задача заключается в том, чтобы определить соотношение воды и молока в бидоне, предназначенном для лондонцев. Содержал ли бидон воду и молоко в одинаковой пропорции, или воды в нем было в два раза больше, чем молока, или соотношение было каким-то иным? Это интересный вопрос, так как в задаче не говорится, сколько воды и молока было в бидонах вначале.

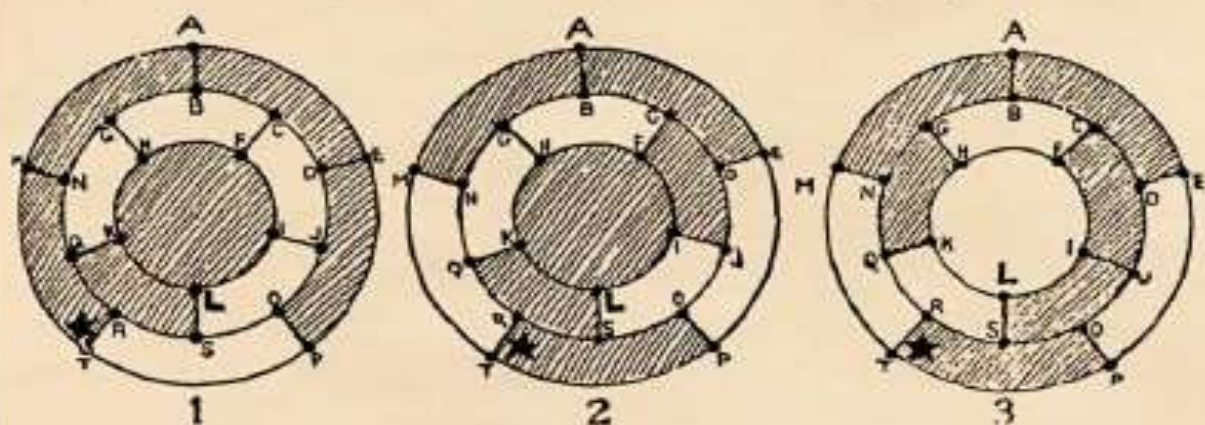
5. Винная бочка

Напоследок я предлагаю вам одну любопытную задачку. У некоего человека была винная бочка объемом в десять галлонов, полная вина, и кувшин. Как-то раз он наполнил кувшин вином из бочки и вылил в бочку кувшин воды. Затем, когда

вино и вода как следует перемешались, он снова наполнил кувшин вином из бочки и вновь долил в бочку кувшин воды. После этого он обнаружил, что вино и вода находились в бочке в равной пропорции. Сможете ли вы на основе этих данных определить объем кувшина?

Решения

1. Прежде всего я попрошу читателя сравнить исходную схему с круговыми диаграммами, изображенными на рисунках 1, 2 и 3.



Если мы какое-то время не будем обращать внимание на закрашенные области (их предназначение я объясню позднее), то увидим, что в каждом случае круговая диаграмма есть всего лишь упрощенная исходная схема. Иными словами, в обоих случаях дороги из города А ведут в В, Е и М, дороги из L (Лондона) ведут в I, К и S и так далее. Круговые симметричные диаграммы лучше подходят для нашего объяснения, чем механическое решение, при этом на круговой диаграмме все условия задачи полностью сохранены. Если бы в задаче учитывались расстояния между городами, то новые диаграммы потребовалось бы дополнить числами, указывающими расстояния. Возможно, полученные диаграммы оказались бы непрактичными.

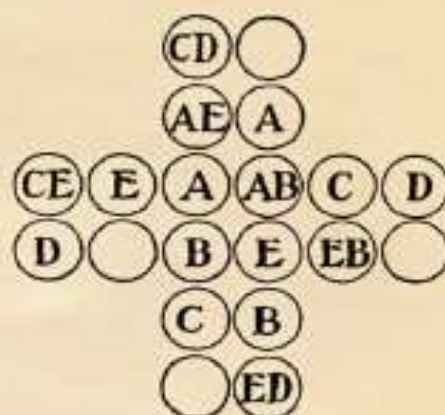
Теперь нарисуйте три круговые диаграммы на листе бумаги, возьмите в руки ножницы и вырежьте закрашенные области на диаграммах. Можно показать, что каждый маршрут, если изобразить его красным карандашом, либо пройдет по краю диаграммы, либо будет отражением маршрута, проходящего по краю диаграммы. Обратите внимание на рис. 1. На этой диаграмме звездочкой помечен город Т. Таким образом (если следовать вдоль края диаграммы), мы получим один из возможных круговых маршрутов, начинающихся в Лондоне: L, S, R, T, M, A, E, P, O, J, D, C, B, G, N, Q, K, H, F, I, L. Если мы перейдем на другую сторону, получим маршрут L, I, F, H, K, Q и т. д., однако эти обратные маршруты считаются различными. После того как вы провели первый маршрут, поверните диаграмму так, чтобы звездочка указывала город М, и вы получите второй маршрут.

Когда звездочка будет указывать город А, вы получите третий маршрут, Е — четвертый, Р — пятый. Так вращением диаграммы вы получили пять разных маршрутов. Очевидно, что если теперь мы возьмем в руки лист бумаги и перевернем его другой стороной вверх, то полным поворотом диаграммы получим пять новых маршрутов.

Таким образом, вы видите, что с помощью диаграммы, изображенной на рис. 1, можно незамедлительно провести 10 маршрутов без каких-либо трудностей. Если вы используете диаграммы, изображенные на рис. 2 и 3, то получите еще по 10 маршрутов. Эти 30 маршрутов являются единственно возможными. Я не буду приводить доказательство того, что три указанные диаграммы содержат все возможные случаи, и предлагаю читателям найти это доказательство самостоятельно. Если вы случайно обнаружите новый маршрут, то, несомненно, увидите, что он попадает в одну из трех групп.

2. Можно выбрать 21 квадрат.

Из них 9 будут иметь тот же размер, что и квадрат, указанный на диаграмме буквами А, четыре — размер, указанный буквами В, четыре — размер, указанный буквами С, два — размер, указанный буквами D и два — размер, указанный



верхней отдельно стоящей буквой А, верхней отдельно стоящей буквой Е, нижней отдельно стоящей буквой С и буквами ЕВ.

Интересно, что ни один из 21 квадрата нельзя составить, не использовав как минимум один из шести кругов, обозначенных буквой Е.

3. В русском алфавите 33 буквы, для каждой из них можно составить три разные пары. Кроме того, каждую из этих пар можно перевернуть, поменяв местами первую и последнюю буквы. Таким образом, общее число пар будет равно 1056. Кроме того, первая и последняя буква могут совпадать, что верхней отдельно стоящей буквой А, верхней отдельно стоящей буквой Е, нижней отдельно стоящей буквой С и буквами ЕВ.

Интересно, что ни один из 21 квадрата нельзя составить, не использовав как минимум один из шести кругов, обозначенных буквой Е.

4. Вне зависимости от исходного объема воды и молока их соотношение в бидоне, отправленном в Лондон, всегда будет равно 3 частям воды к 1 части молока. Сделаем несколько наблюдений. Изначально воды должно быть больше, чем молока, так как в противном случае в бидоне А не хватило бы воды, чтобы объем его содержимого удвоился при втором переливании. Воды не должно быть в три раза больше, чем молока, в противном случае в бидоне В будет недостаточно жидкости для второго переливания. Третье переливание не повлияет на содержимое А, так как соотношение воды и молока в этом случае должно быть тем же, что и при втором переливании. Чтобы избежать ошибок, мы не рассматриваем случай, в котором объем воды и молока изначально был одинаковым. Несмотря на то, что удвоенное «ничего» будет по-прежнему «ничем», выполнить третье переливание в этом случае не удастся.

5. Вместимость кувшина составляет чуть меньше 3 галлонов; если точнее, 2,93 галлона.

Лучшее от Сэма Лойда

Китайские и голландские задачи



▲ Каков лучший ход и сколько квадратиков удастся замкнуть этим ходом?

1. Задача о маленьких квадратах

Сейчас я расскажу вам об известной игре родом с Востока, очень похожей на знаменитую игру «Та-Те-Ти». Одна из китайенок написала на доске 16 букв в четыре строки, как показано на рисунке, затем провела прямую между буквами А и В, после чего ее соперница соединила буквы Е и А. Если теперь первая девушка соединит Е и F, то вторая проведет линию между В и F, образуется квадратик, и вторая девушка получит право еще на один ход. Однако соперницы действовали столь умело, что ни одной из них не удалось замкнуть квадратик, хотя каждая сделала по шесть ходов. Игра достигла критического момента, в котором одна из девушек обязательно победит, так как у нее нет другого выхода. Право хода имеет сидящая девушка. Если она соединит буквы М

и N, ее соперница замкнет сразу четыре квадрата одним ходом и получит право еще на один ход, на котором она соединит H и L и замкнет все оставшиеся квадратики.

Какой ход вы порекомендуете совершить девушке и сколько квадратов она выиграет по сравнению с наилучшим из возможных ходов второй девушки?

Напомним, что, если одному из игроков удастся замкнуть квадратик, он получает право еще на один ход.

Предположим, что один из игроков соединил D и H. Затем второй игрок соединил H и L, и вне зависимости от того, какой ход сделает первый игрок, второй выиграет девять квадратов.

Эта игра требует немалой сноровки, в чем вы убедитесь сами, сыграв несколько партий.

2. Голландские жены

В нашей стране до сих пор сохранились некоторые старинные голландские обычаи, в частности обмен скотом, домашней птицей и продуктами в самых разных количествах: яйца торгуются по 20 штук, прочие продукты — десятками, пригоршнями, кучками или другими малыми мерами веса. Например, сахар отвешивается по три с половиной фунта и так далее.

Одна любопытная древняя задача, опубликованная пару веков назад в сборнике анекдотов старого Манхэттена, показывает, сколь сложным способом голландские колонисты вели торговлю.

В этом сборнике можно прочесть такие строки: «Меня пришли повидать трое голландских друзей, которые только что сыграли свадьбу и посему привели с собой жен. Моих друзей звали Хендрик, Клаас и Корнелиус, их жен — Геертринг, Катрун и Анна, но я позабыл, кто на ком был же-

нат. Они сказали мне, что ходили на рынок, дабы купить свиней, и каждый из них купил столько свиней, сколько шиллингов заплатил за каждую. Хендрик купил на 23 свиньи больше, чем Катрун, а Клаас — на 11 больше, чем Геертринг. Они также сказали, что каждый мужчина заплатил на три гиней (63 шиллинга) больше, чем его супруга. Я хочу узнать, возможно ли по этому описанию сказать, как звали супругу каждого из моих друзей».

Эту любопытную задачу легко решить, если применить несколько хитроумных экспериментальных методов.

3. Задача смышленного Алекса

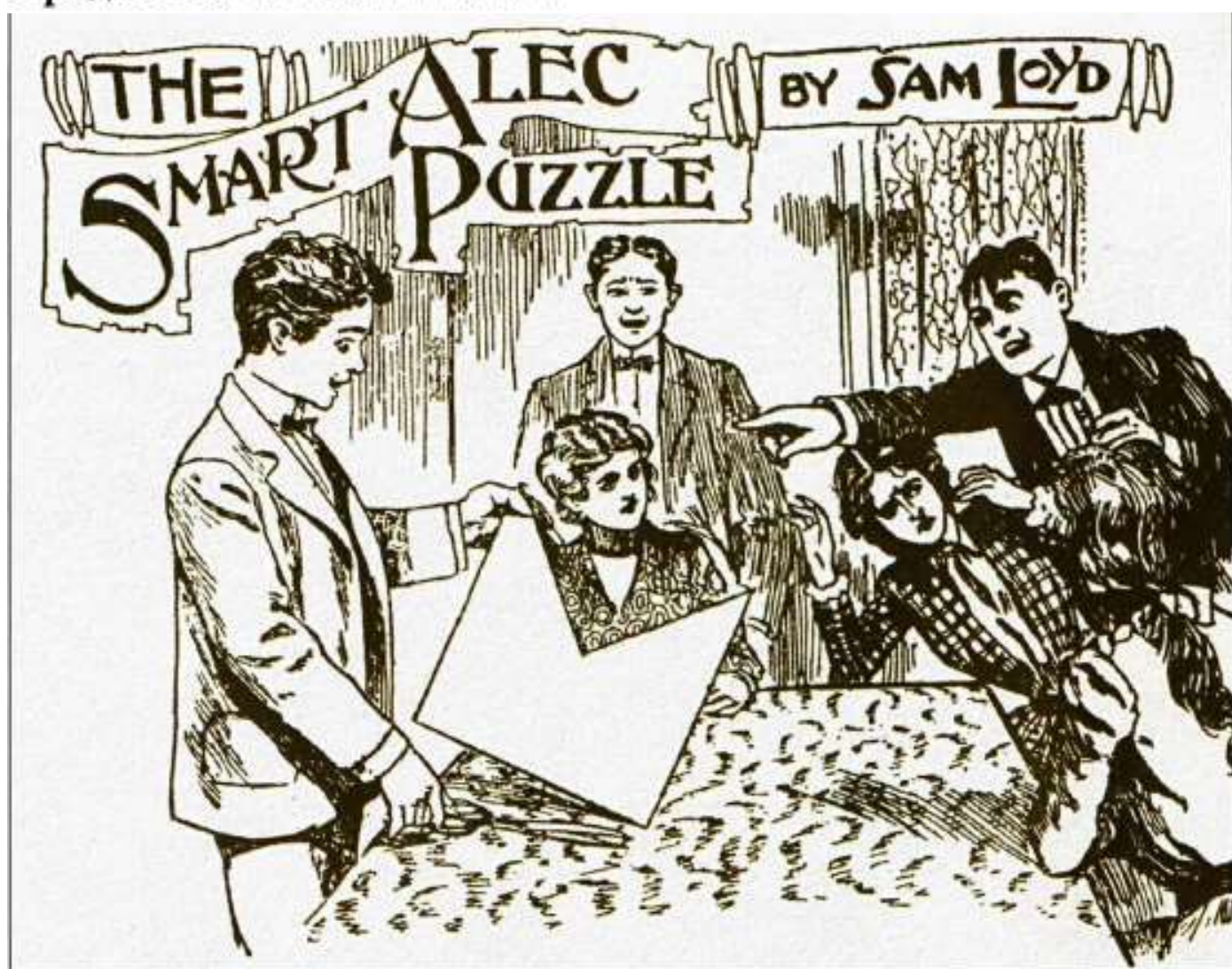
Любой, кто задавал какую-нибудь задачу группе друзей, знаком с Алексом и его манерой доказывать, что он знает все о задаче, еще до того, как услышит объяснение. Если задача ему знакома, он сразу же говорит ответ, не давая остальным возможности подумать. Если же задача ему незнакома, он принимается доказывать, что она похожа на другую, известную ему и, разумеется, более сложную задачу. Как правило, его объяснения заставляют вспомнить о персидской пословице: «Тот, кто не знает, и не знает об этом, всем докучает». Заставить Алекса признать свое поражение — подлинное удовольствие. Именно это произошло в случае, о котором я сейчас расскажу.

Гарри собирался продемонстрировать своим юным друзьям увлекательную головоломку, когда

его прервал Алекс, который счел, что это знаменитая старинная головоломка, знакомая всем любителям занимательных задач под названием «Задача Митры». Эта головоломка известна широкой публике вот уже почти 500 лет. В ней нужно разрезать лист бумаги на четыре части одинаковой формы и размера.

В ответ на хвастливое заявление Алекса, который попытался объяснить решение, Гарри быстро воскликнул:

«Превосходно! Задача заключается в том, чтобы разрезать лист бумаги на минимально возможное число частей, из которых можно сложить квадрат. Я сам позабыл ответ, однако мой друг Алекс с радостью напомнит его».



Решения

1. Эта головоломка содержит множество удивительных вариантов и предоставляет широчайший простор для тонких расчетов. Первый игрок должен замкнуть 7 квадратиков, проведя линию, соединяющую G и H. Если затем второй игрок соединит J и K, первый сможет замкнуть 2 квадратика, соединив K и O, а затем P и L, после чего сделает ожидаемый ход, соединив L и H, вместо того чтобы замкнуть еще 2 квадратика. Тогда другой игрок замкнет 2 квадрата, соединив G и K, после чего обязан будет совершить еще один ход, который даст первому игроку возможность замкнуть 5 квадратиков. Если затем первый игрок соединит G и H, второй игрок соединит D–H, B–F, E–F, после чего совершит ожидаемый ход M–N, то гарантированно замкнет еще 4 квадратика. Этот интересный прием, при котором игрок отказывается от возможности сразу же замкнуть 2 квадратика, чтобы чуть позже замкнуть еще больше квадратиков, — самая интересная часть игры.

(Эта игра, которая знакома американским школьникам под названием «Точки и квадраты», возможно, самая простая и популярная из всех топологических игр. В нее можно играть на прямоугольных досках разных размеров. Проана-

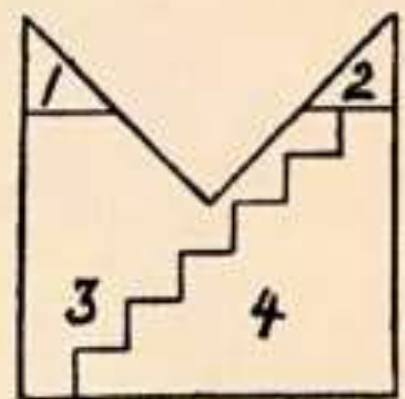
лизировать все возможные варианты на квадратной доске размером 3×3 нетрудно, однако доска 4×4 , которую рассматривает Лойд, уже достаточно сложна. Нам неизвестны какие-либо публикации, где бы описывалась выигрышная стратегия для первого или второго игрока.

Так как число квадратов нечетно, игра не может завершиться ничьей. В 1951 году Ричард Хейнс, проживавший по адресу 20-я улица, 1215, Талса, штат Оклахома, создал интересную трехмерную версию этой игры под названием «Кьюбиклы». Чтобы получить специальный блокнот с листами, размеченными для игры в «Кьюбиклы», отправьте доллар господину Хейнсу по указанному адресу.

В эту игру также можно играть на поле из треугольных или шестиугольных ячеек.)

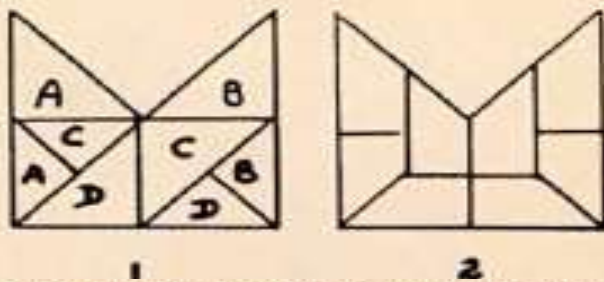
2. Геерtring купила 1 поросенка за 1 шиллинг, а ее муж, которым был не кто иной, как Корнелиус, купил 8 свиней по 8 шиллингов за каждую. Катрун купила 9 свиней по 9 шиллингов каждая, следовательно, ее муж Клаас купил 12 свиней по 12 шиллингов каждая. Анна купила 31 большую свинью по 31 шиллингу каждая, а ее почтенный супруг Хендрик купил 32 свињи по 32 шиллинга каждая.

3. Чтобы разрезать лист на минимально возможное число частей согласно условиям задачи, сначала нужно отрезать треугольнички 1 и 2 и поместить их в центре. Затем нужно разрезать лист зигзагообразно, как показано на рисунке, после



чего сместить часть под номером 4 вниз, и вы получите квадрат из 4 частей.

(По иронии, в этой задаче, которую Лойд предложил, чтобы пристыдить «смышленного Алекса», который думает, что все знает, сам старый мастер допустил грубую ошибку. Как тщательно объясняет Генри Дьюдени в задаче № 150 своих «Математических головоломок и развлечений», метод Лойда верен только для прямоугольников с определенным соотношением сторон. В этом случае отношение длин сторон треугольника равно 3 к 4, поэтому разрезать лист так, чтобы составить квадрат, не получится. Дьюдени представил исправленное решение, в котором лист бумаги нужно разрезать на 5 частей. Решение, в котором лист бумаги нужно разрезать на 4 части, так никогда и не было найдено.



Даже старую «Задачу Митры», упоминаемую Лойдом, в которой нужно разрезать лист на четыре части равной формы и размера, можно решить при одном условии: элементы, обозначенные одинаковыми буквами (см. рис. 1), соединяются углами, поэтому их можно считать единым целым! Лойд также опубликовал более корректное решение, в котором лист делится на восемь частей. Это решение представлено на рис. 2.