Е. М. РАБИНОВИЧ

ГЕОМЕТРИЯ 7 - 9

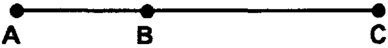
Задачи и упражнения на готовых чертежах

Рекомендовано Министерством образования Украины

«ГИМНАЗИЯ»
Харьков
1998

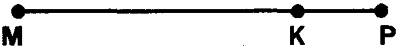
Таблица 7.1. **Измерение отрезков**

1



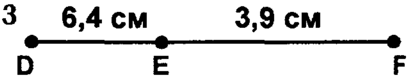
Дано: $AB = 6$ см, $BC = 9$ см.
Найти: AC.

2



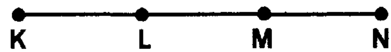
Дано: $MP = 12$ см, $KP = 3$ см.
Найти: MK.

3



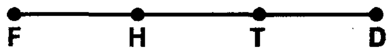
Дано: $DF = 9{,}3$ см.
Найти ошибку.

4



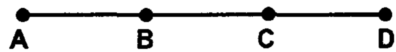
Дано: $KM = 9$ см, $LN = 8$ см, $KN = 12$ см.
Найти: LM.

5



Дано: $FT = 11$ см, $HD = 9$ см, $HT = 5$ см.
Найти: FD.

6

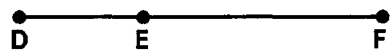


1) Дано: $AB = CD$.
Доказать: $AC = BD$.
2) Дано: $AC = BD$.
Доказать: $AB = CD$.

7

Дано: $KP - PE = 3$ см, $KE = 21$ см.
Найти: KP и PE.

8

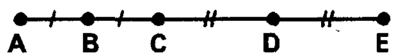


Дано: $DF = 24$ см, $FE = 3DE$.
Найти: DE и FE.

9

Дано: $AB = 28$ см, $AC : CB = 4 : 3$.
Найти: AC и CB.

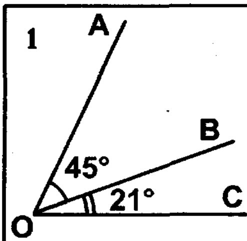
10



Дано: $AB = BC$, $CD = DE$.
Найти: 1) BD, если $AE = 20$ см,
2) AE, если $BD = 12$ см.

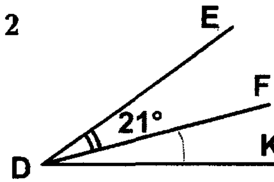
Таблица 7.2. **Измерение углов**

1



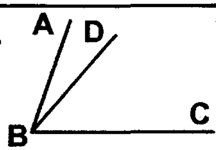
Найти: $\angle AOC$.

2



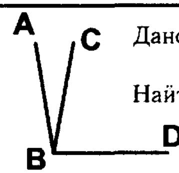
Дано: $\angle EDK = 36°$.
Найти: $\angle FDK$

3



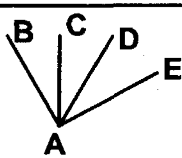
Дано: $\angle ABC = 72°$,
$\angle DBC - \angle ABD = 26°$.
Найти: $\angle ABD$ и $\angle DBC$.

4



Дано: $\angle ABD = 100°$,
$\angle CBD = 4\angle ABC$.
Найти: $\angle ABC$ и $\angle CBD$.

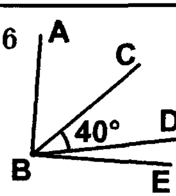
5



1) Дано:
$\angle BAC = \angle DAE$.
Доказать:
$\angle BAD = \angle CAE$

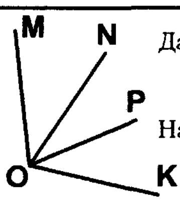
2) Дано: $\angle BAD = \angle CAE$.
Доказать: $\angle BAC = \angle DAE$

6



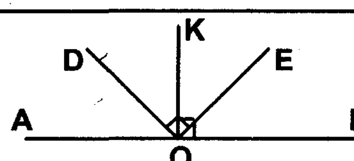
Дано: $\angle ABD = 85°$,
$\angle CBE = 45°$.
Найти: $\angle ABE$.

7



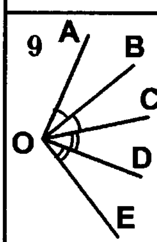
Дано: $\angle MOK = 110°$,
$\angle MOP = 73°$,
$\angle NOP = 64°$.
Найти: $\angle NOK$.

8



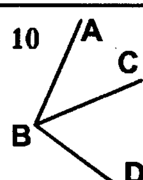
Дано: $KO \perp AB$, $DO \perp OE$.
Доказать: $\angle AOD = \angle KOE$,
$\angle DOK = \angle EOB$.

9



1) Дано: $\angle AOE = 96°$.
Найти: $\angle BOD$.
2) Дано: $\angle BOD = 42°$.
Найти: $\angle AOE$.

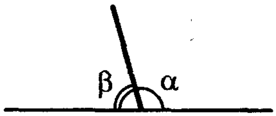
10



Дано: $\angle ABD = 105°$,
$\angle ABC : \angle CBD = 3 : 4$.
Найти: $\angle ABC$, $\angle CBD$.

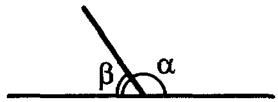
Таблица 7.3. **Смежные углы**

1



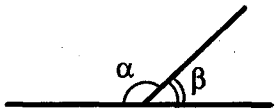
Дано: $\alpha - \beta = 30°$.
Найти: α, β.

2



Дано: $\alpha = 90° + \beta$.
Найти: α, β.

3

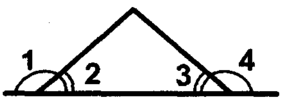


Дано: $\alpha = 3\beta$.
Найти: α, β.

4

Дано: $\alpha : \beta = 1 : 5$.
Найти: α, β.

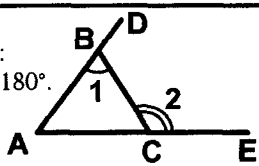
5



Дано: $\angle 1 = \angle 4$.
Доказать: $\angle 2 = \angle 3$.

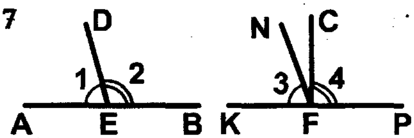
6

Дано:
$\angle 1 + \angle 2 = 180°$.



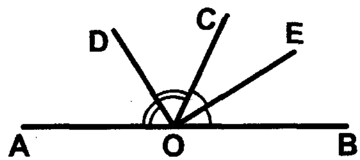
Доказать: 1) $\angle ABC = \angle ACB$;
2) $\angle DBC = \angle BCE$.

7



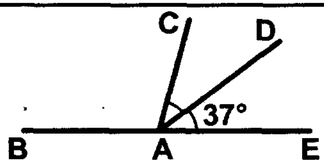
Дано: $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$.
Найти ошибку.

8



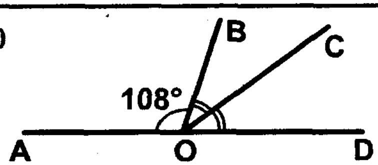
Найти: $\angle DOE$

9



Найти: $\angle BAC$.

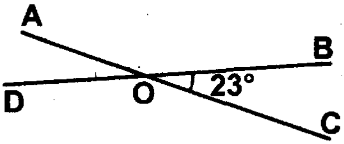
10



Найти: $\angle BOC$.

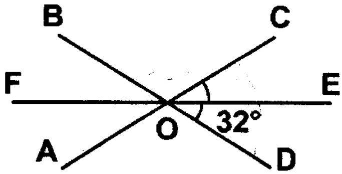
Таблица 7.4. Смежные и вертикальные углы

1



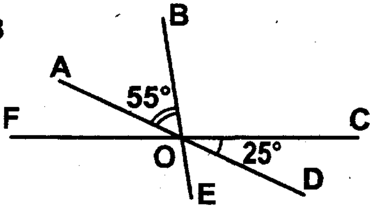
Найти: $\angle AOB$, $\angle AOD$, $\angle COD$.

2



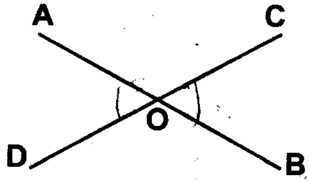
Найти: $\angle BOC$.

3



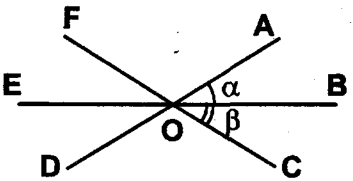
Найти: $\angle FOE$.

4



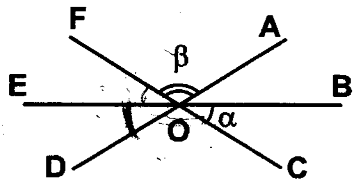
Дано: $\angle AOD + \angle AOC + \angle COB = 210°$.
Найти: $\angle AOD$ и $\angle DOB$.

5



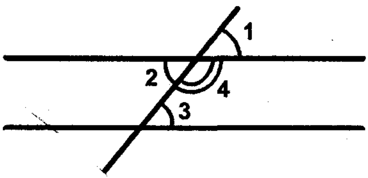
Найти: $\angle AOF$.

6



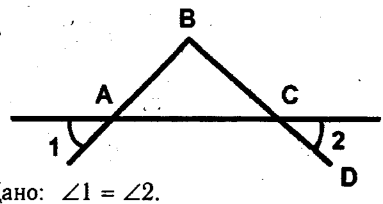
Найти: $\angle EOD$.

7



Дано: $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: 1) $\angle 1 = \angle 3$;
2) $\angle 3 + \angle 4 = 180°$.

8

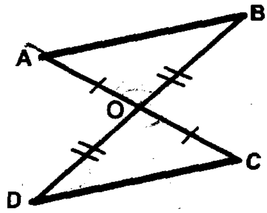


Дано: $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $\angle BAC + \angle ACD = 180°$.

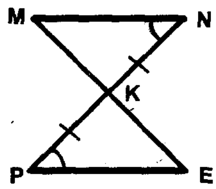
Таблица 7.5. **Признаки равенства треугольников**

Найти пары равных треугольников и доказать их равенство:

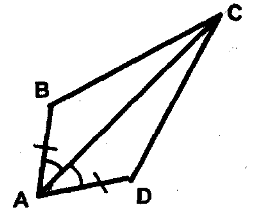
1



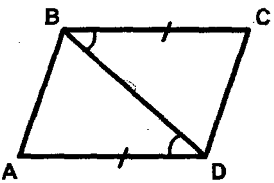
2



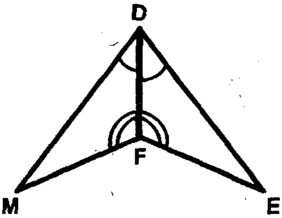
3



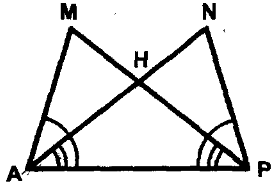
4



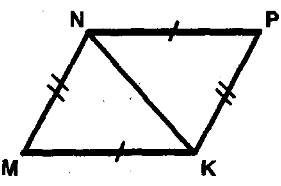
5



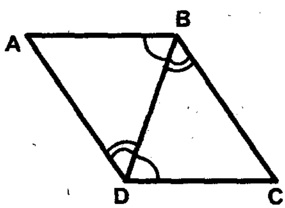
6



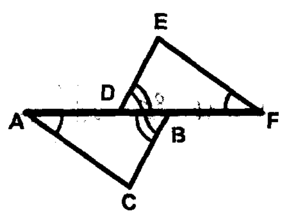
7



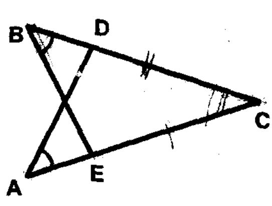
8



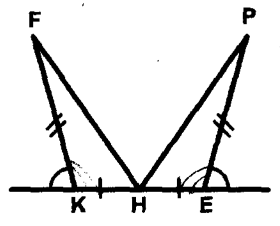
9 Дано: $AD = BF$.



10 Дано: $AC = BC$.



11



12

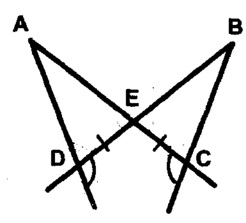


Таблица 7.6. **Равнобедренный треугольник**

Доказать: ΔABC — равнобедренный.

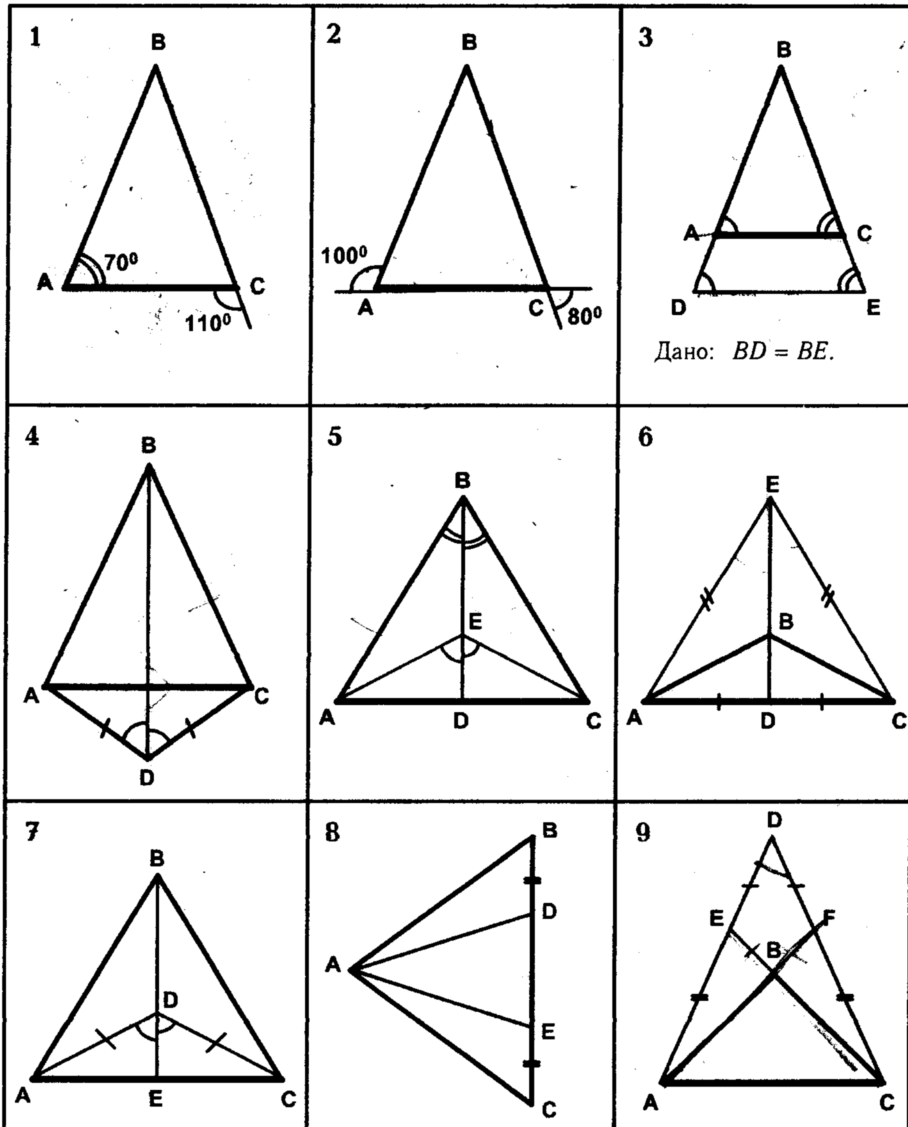
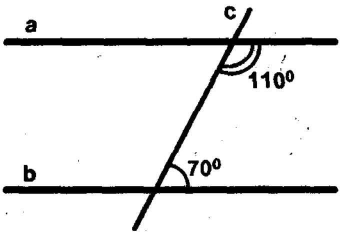


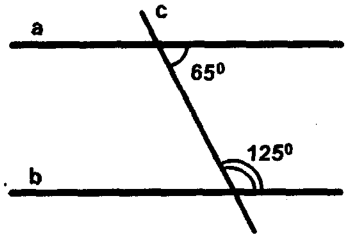
Таблица 7.7. **Признаки параллельности прямых**

Параллельны ли прямые a и b?

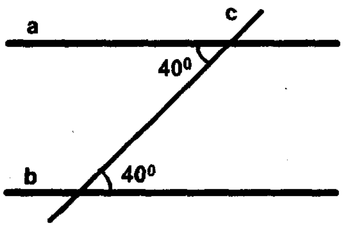
1



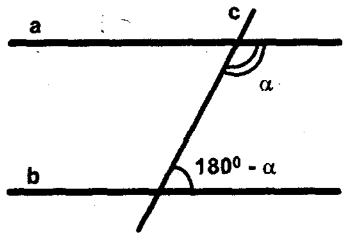
2



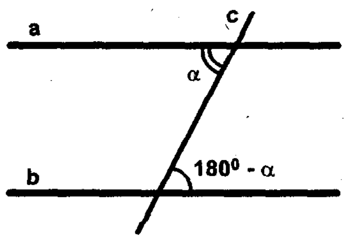
3



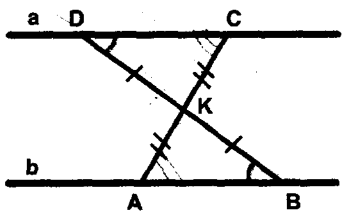
4



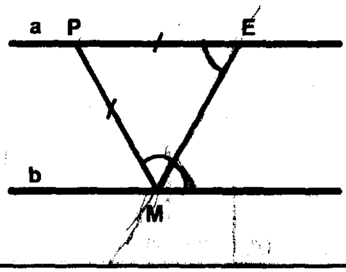
5



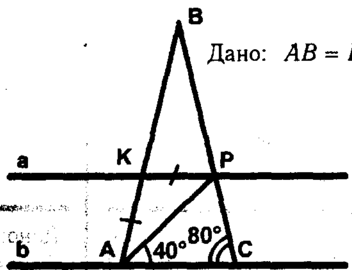
6



7



8

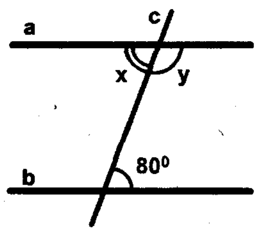


Дано: $AB = BC$.

Таблица 7.8. **Признаки параллельности прямых**

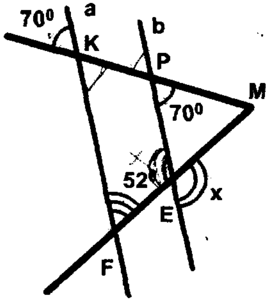
В задачах 1-6 найти x и y.

1

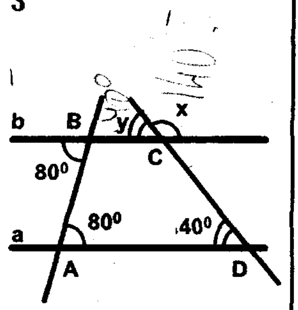


Дано: $a \parallel b$.

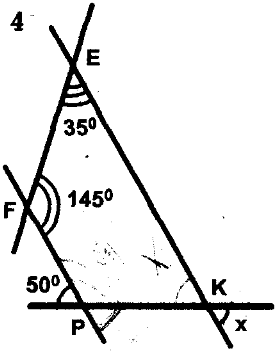
2



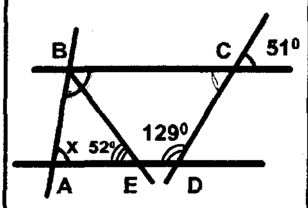
3



4

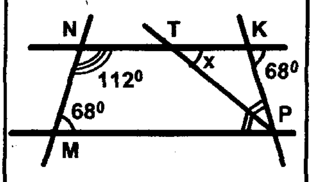


5

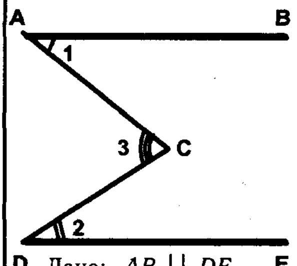


Дано: $\angle ABE = \angle CBE$.

6

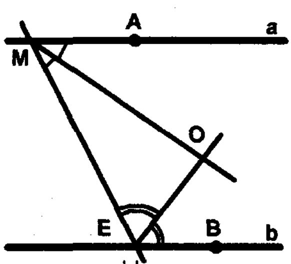


7



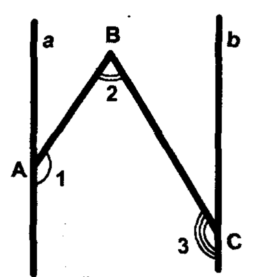
Дано: $AB \parallel DE$.
Доказать: $\angle 1+\angle 2=\angle 3$.

8



Дано: $a \parallel b$.
Доказать: $\angle MOE = 90°$.

9



Дано: $a \parallel b$.
Доказать: $\angle 1+\angle 2+\angle 3=360°$.

Таблица 7.9. **Сумма углов треугольника**

Найти неизвестные углы ΔABC.

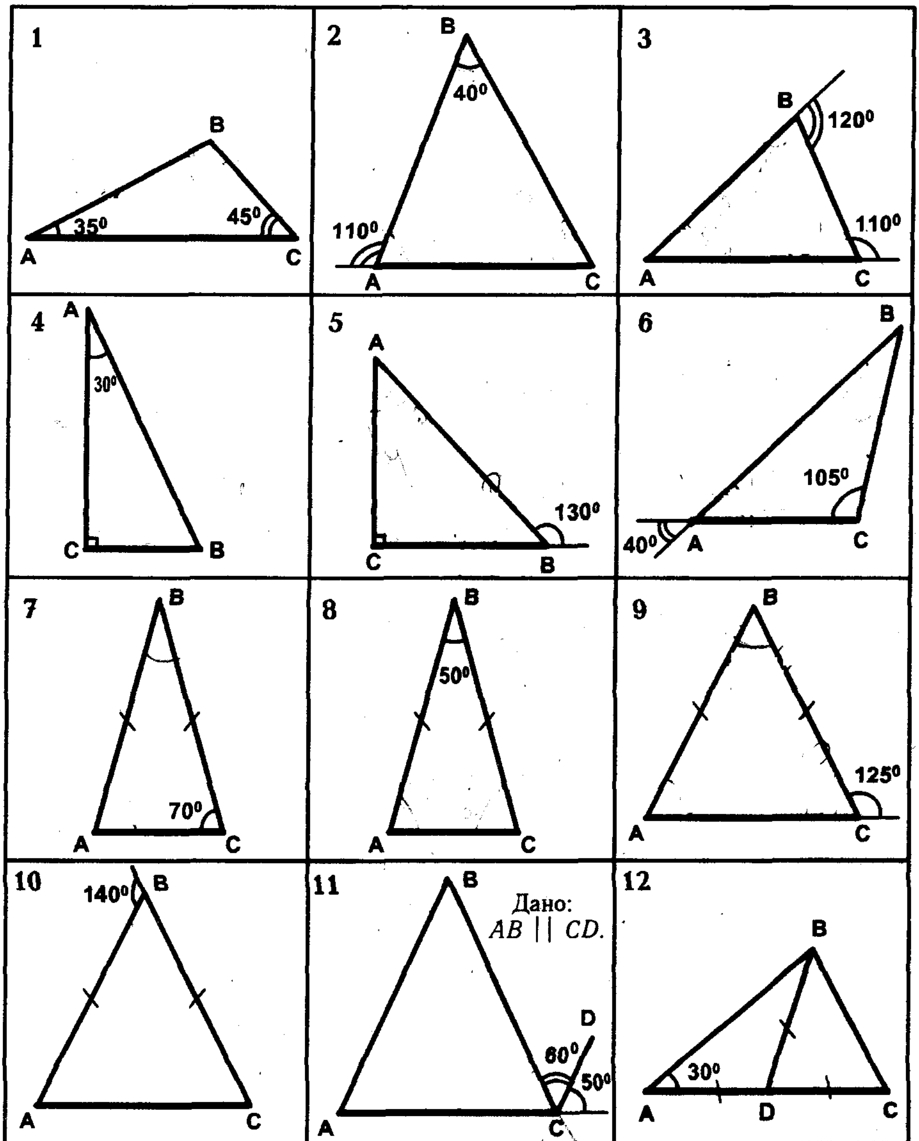


Таблица 7.10. **Сумма углов треугольника**

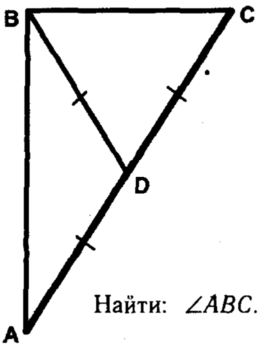
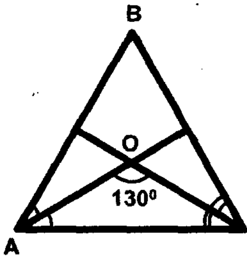
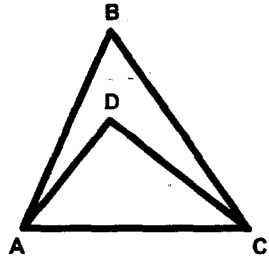
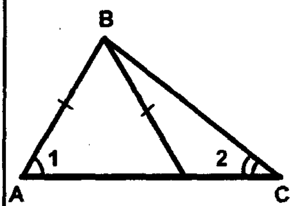
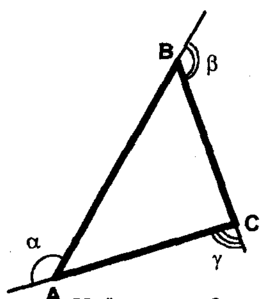
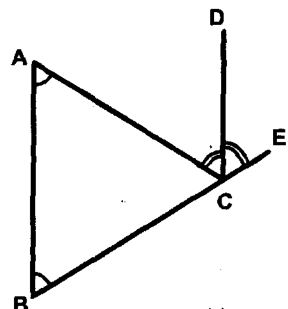
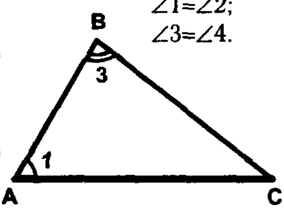
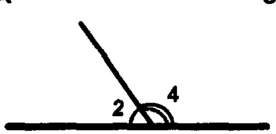
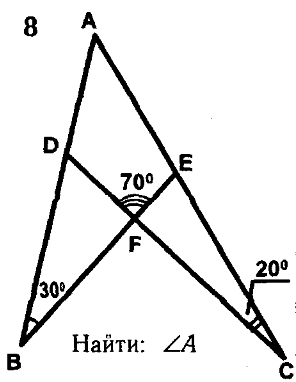
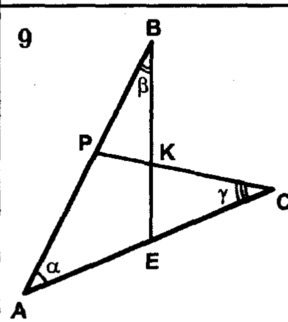
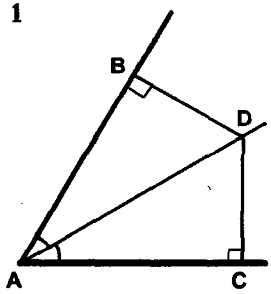
1  Найти: $\angle ABC$.	**2**  Найти: $\angle ABC$.	**3**  Доказать: $\angle ABC < \angle ADC$.
4  Доказать: $\angle 1 > \angle 2$.	**5**  Найти: $\alpha + \beta + \gamma$.	**6**  Доказать: $AB \parallel CD$.
7 Найти ошибку: $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$.  	**8**  Найти: $\angle A$	**9**  Найти: $\angle EKC$.

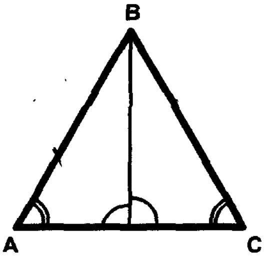
Таблица 7.11. **Прямоугольный треугольник**

Найти равные треугольники (задачи 1-3).

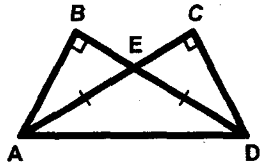
1



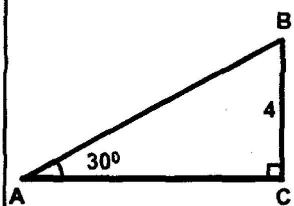
2



3



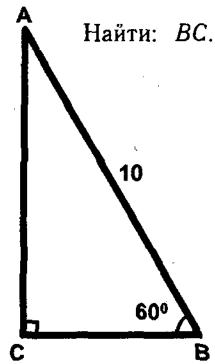
4



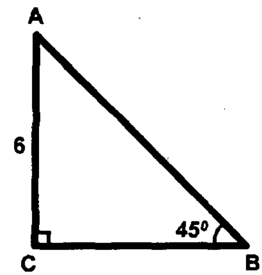
Найти: *AB*.

5

Найти: *BC*.

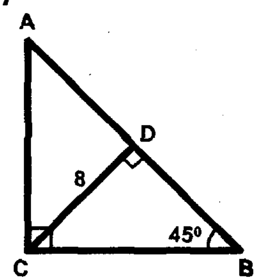


6



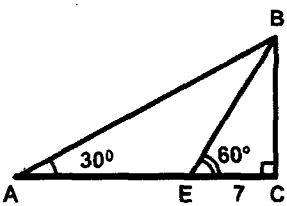
Найти: *BC*.

7



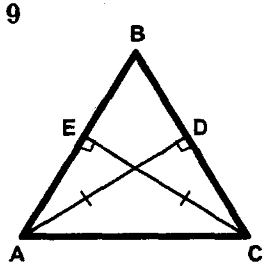
Найти: *AB*.

8



Найти: *AE*.

9

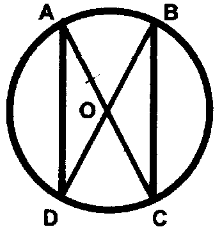


Дано: $AB = BC$.
Доказать: $AD = CE$.

Таблица 7.12. **Окружность**

O — центр окружности.

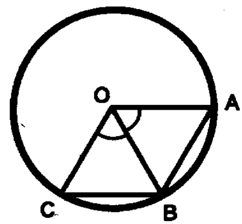
1



Дано: $AD \parallel BC$

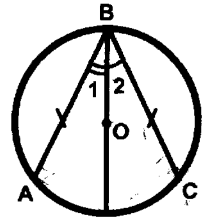
Доказать: $AD=BC$.

2



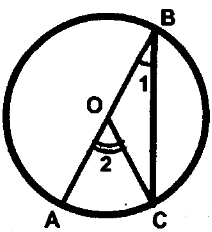
Доказать: $AB=BC$.

3



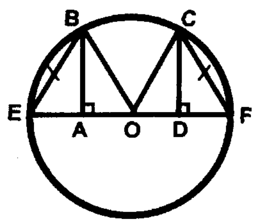
Доказать: $\angle 1=\angle 2$.

4



Доказать: $\angle 2=2\angle 1$.

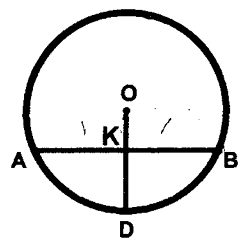
5



Доказать: $CD = BA$.

6 1) Дано: $AB \perp OD$.

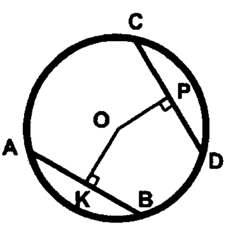
Доказать: $AK = KB$.



2) Дано: $AK = KB$.

Доказать: $AB \perp OD$.

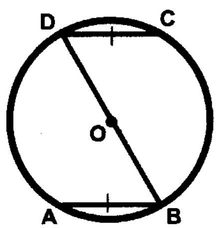
7



Дано: $AB=CD$.

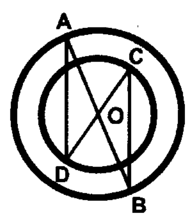
Доказать: $OK = OP$.

8



Доказать: $AB \parallel CD$.

9

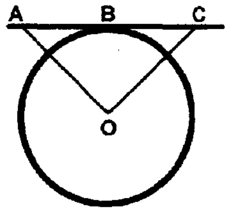


Доказать: $AD = BC$.

Таблица 7.13. **Окружность и касательная**

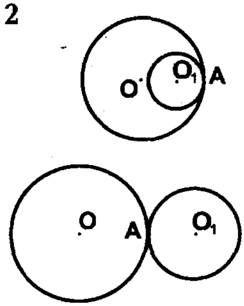
O и O_1 — центры окружностей.

1



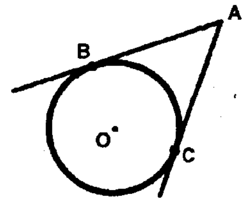
1) Дано: $AB = BC$.
Доказать: $OA = OC$.
2) Дано: $OA = OC$.
Доказать: $AB = BC$.

2



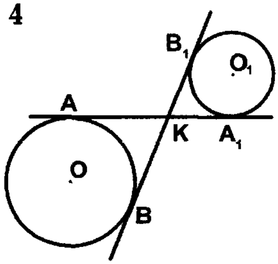
Доказать: A лежит на прямой OO_1.

3



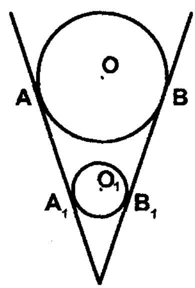
Доказать: $AB = AC$.

4



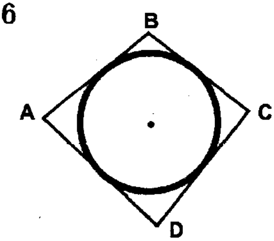
Доказать: 1) $AA_1 = BB_1$;
2) $K \in OO_1$.

5



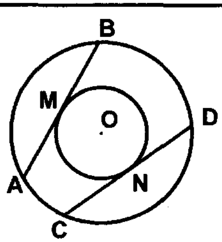
Доказать: 1) $AA_1 = BB_1$;
2) $C \in OO_1$.

6



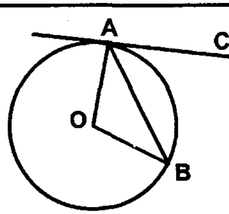
Доказать:
$AB + CD = BC + AD$.

7



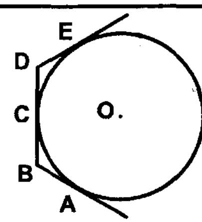
Доказать: $AB = CD$.

8



Доказать:
$\angle AOB = 2\angle CAB$.

9

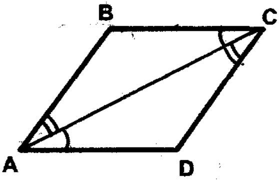


1) Дано: $\angle ABC = \angle CDE$.
Доказать:
$AB = BC = CD = DE$.
2) Дано:
$AB = BC = CD = DE$.
Доказать:
$\angle ABC = \angle CDE$.

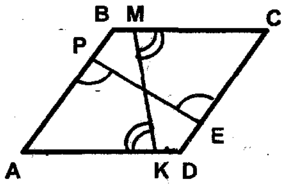
Таблица 8.1. **Определение и признаки параллелограмма**

Доказать, что $ABCD$ — параллелограмм.

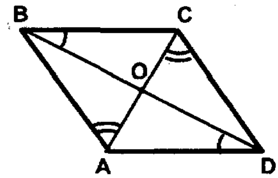
1



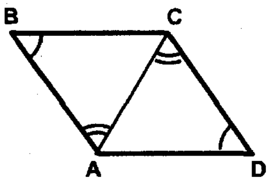
2



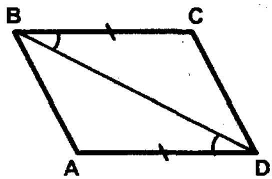
3



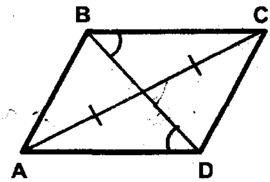
4



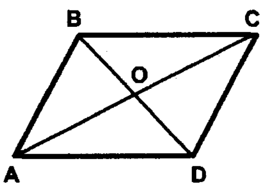
5



6

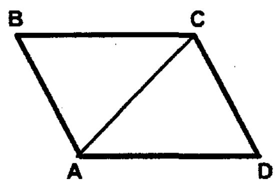


7



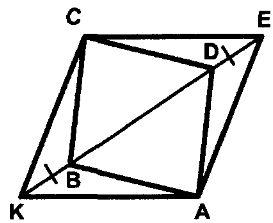
Дано: $\Delta AOB = \Delta COD$.

8



Дано: $\Delta ABC = \Delta CDA$.

9



Дано: $AKCE$ — параллелограмм.

Таблица 8.2. **Определение и признаки параллелограмма**

Доказать, что $ABCD$ — параллелограмм.

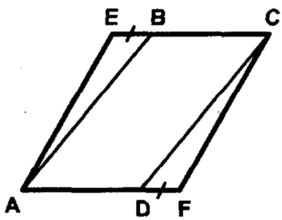
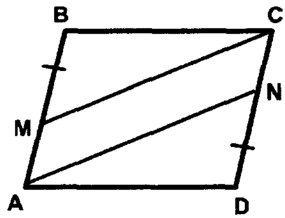
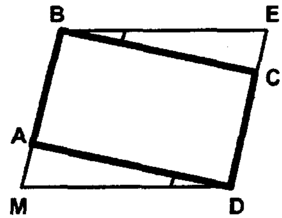
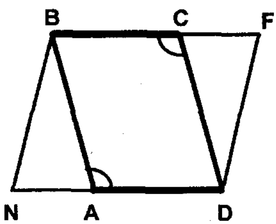
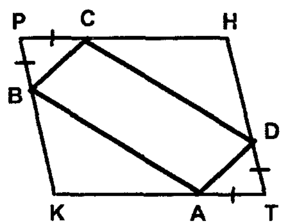
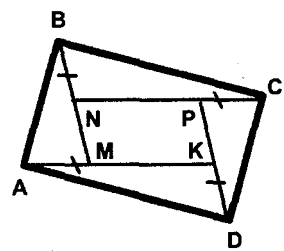
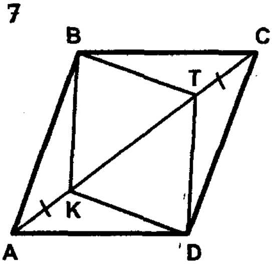
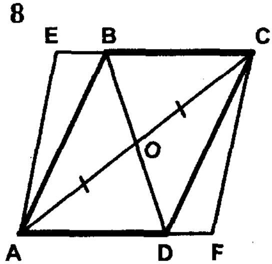
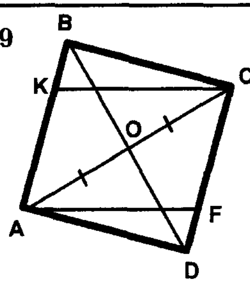
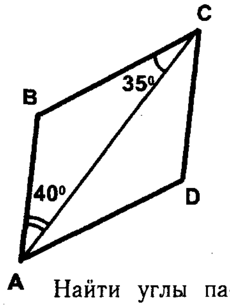
1  Дано: $AECF$ — параллелограмм.	**2**  Дано: $AMCN$ — параллелограмм.	**3**  Дано: $MBED$ — параллелограмм.
4  Дано: $NBFD$ — параллелограмм.	**5**  Дано: $KPHT$ — параллелограмм.	**6**  Дано: $MNPK$ — параллелограмм.
7  Дано: $KBTD$ — параллелограмм.	**8**  Дано: $AECF$ — параллелограмм.	**9**  Дано: $AKCF$ — параллелограмм.

Таблица 8.3. **Свойства параллелограмма**

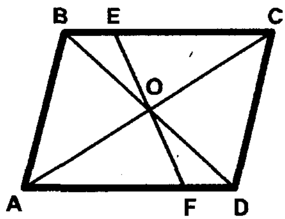
ABCD — параллелограмм.

1



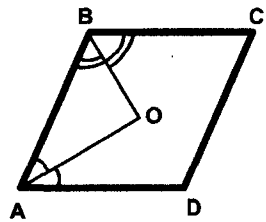
Найти углы параллелограмма *ABCD*.

2



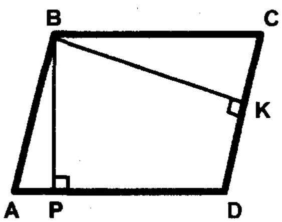
Доказать: $OE = OF$.

3



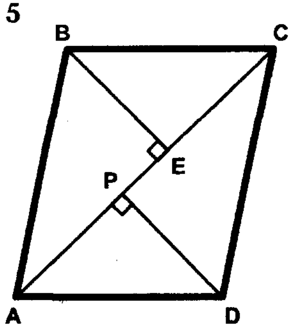
Доказать: $\angle AOB = 90°$.

4



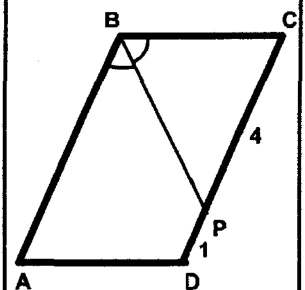
Доказать:
$\angle PBK = \angle BCD$

5



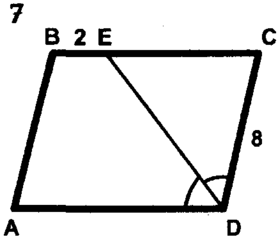
Доказать: $AP = CE$.

6



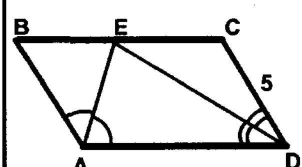
Найти: P_{ABCD}.

7



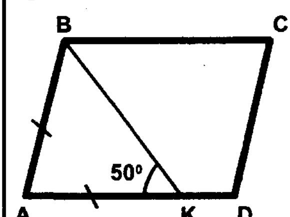
Найти: P_{ABCD}.

8



Найти: P_{ABCD}.

9



Найти углы параллелограмма *ABCD*

Таблица 8.4. **Свойства параллелограмма**

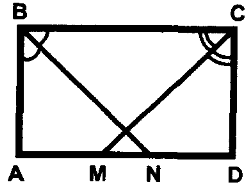
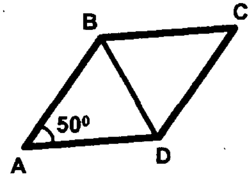
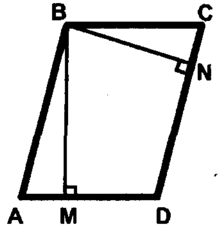
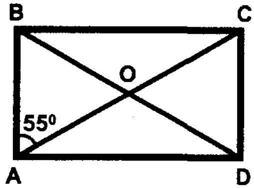
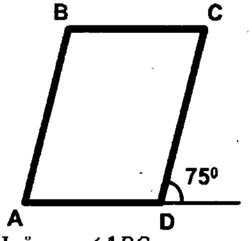
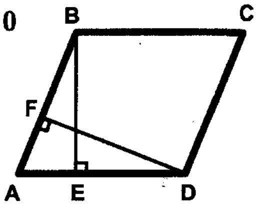
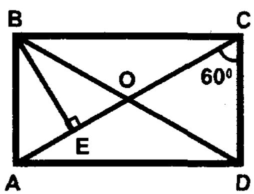
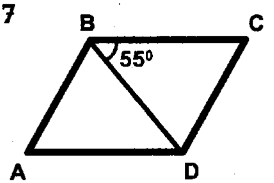
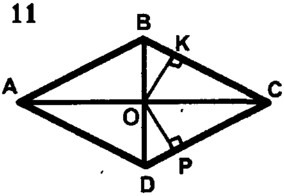
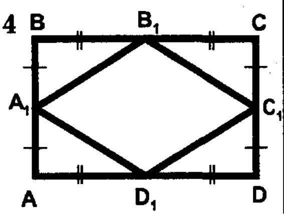
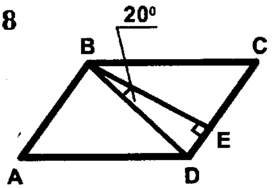
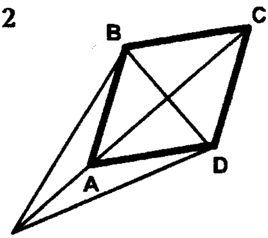
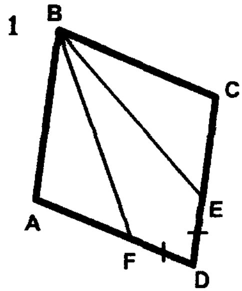
ABCD — прямоугольник	ABCD — ромб	
1  Доказать: $BN = CM$.	5  Найти: $\angle BDC$.	9  Доказать: $BM = BN$.
2  Найти: $\angle COD$; $\angle ACB$.	6  Найти: $\angle ABC$.	10  Доказать: $BE = DF$.
3  Дано: $OE = 4$. Найти: AC.	7  Найти: $\angle BAD$.	11  Доказать: $OK = OP$.
4  Доказать: $A_1B_1C_1D_1$ — ромб.	8  Найти: $\angle BAD$.	12  K Доказать: $KB = KD$.

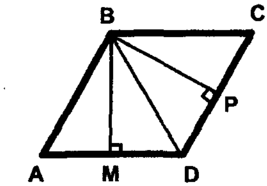
Таблица 8.5. **Свойства параллелограмма**

1



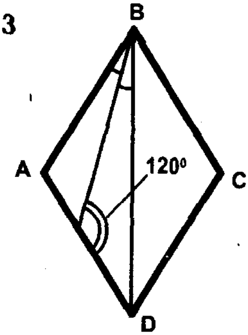
Дано: $ABCD$ — ромб.
Доказать: $\angle ABF = \angle CBE$.

2



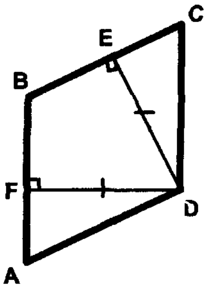
Дано: $ABCD$ — ромб.
Доказать: $\angle MBD = \angle DBP$.

3



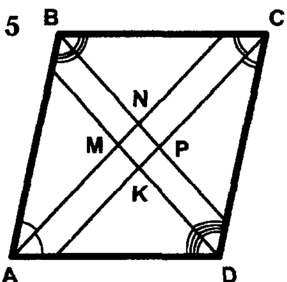
Дано: $ABCD$ — ромб.
Найти углы $ABCD$.

4



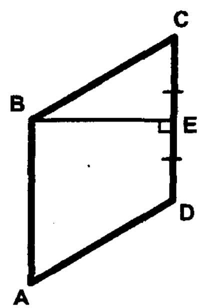
Дано: $ABCD$ — параллелограмм.
Доказать: $ABCD$ — ромб.

5



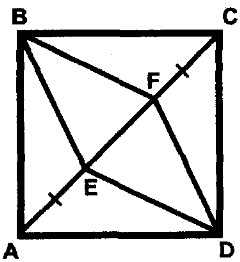
Дано: $ABCD$ — параллелограмм.
Доказать: $MNPK$ — прямоугольник.

6



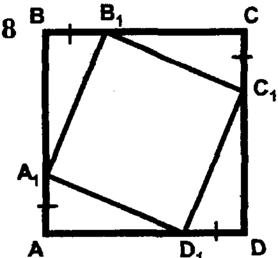
Дано: $ABCD$ — ромб.
Найти: $\angle BAD$.

7



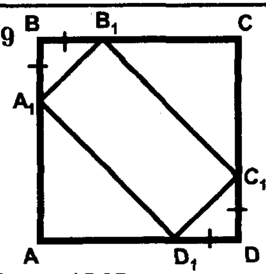
Дано: $ABCD$ — квадрат.
Доказать: $BFDE$ — ромб.

8



Дано: $ABCD$ — квадрат.
Доказать: $A_1B_1C_1D_1$ — квадрат.

9



Дано: $ABCD$ — квадрат.
Доказать: $A_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник.

Таблица 8.6. **Трапеция**

ABCD — трапеция.

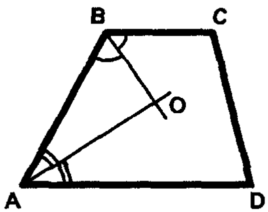
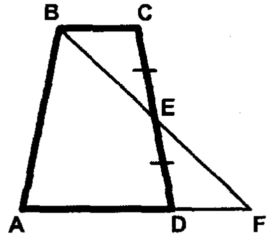
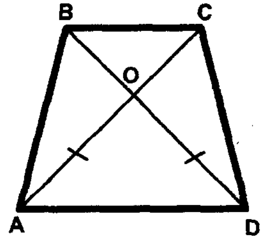
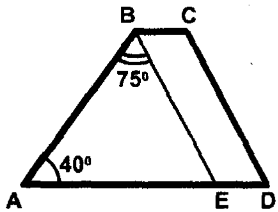
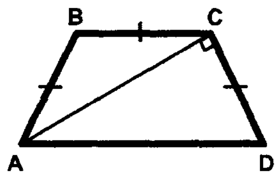
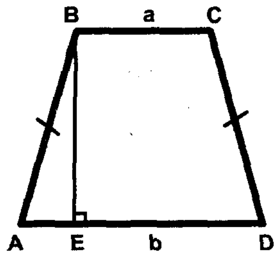
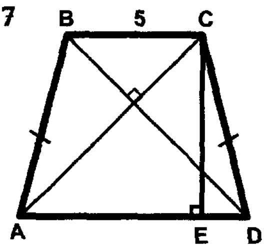
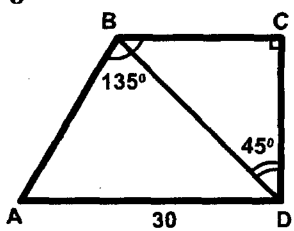
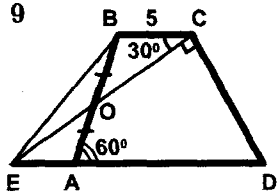
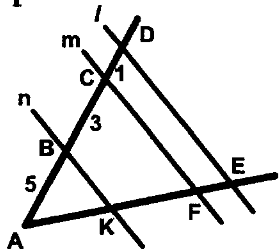
1  Доказать: $\angle AOB = 90°$.	**2**  Доказать: $BC = DF$.	**3**  Доказать: $AB = CD$.
4  Дано: $BE \parallel CD$. Найти углы трапеции.	**5**  Найти углы трапеции.	**6**  Дано: $AB = CD$. Найти AE и ED.
7  Дано: $AD = 15$. Найти: CE.	**8**  Найти: BC.	**9**  Дано: $AD = 15$. Найти: периметр трапеции.

Таблица 8.7. **Теорема Фалеса**

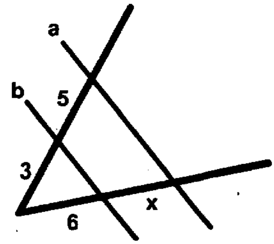
Теорема о пропорциональных отрезках.

1



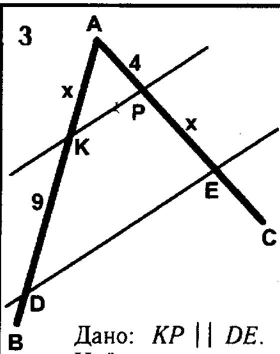
Дано: $l \parallel m \parallel n$.
Найти: $AK : KF : FE$.

2



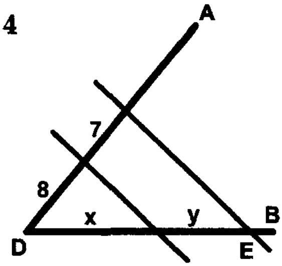
Дано: $a \parallel b$.
Найти: x.

3



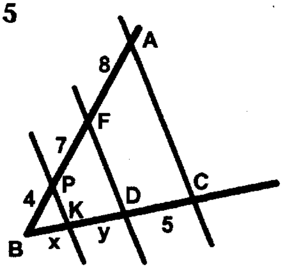
Дано: $KP \parallel DE$.
Найти: x.

4



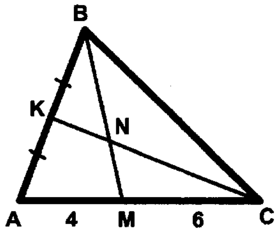
Дано: $DE = 30$.
Найти: x и y.

5



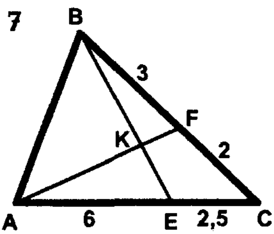
Дано: $AC \parallel FD \parallel PK$.
Найти: x и y.

6



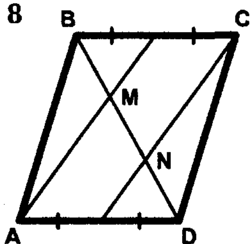
Найти: $KN : NC$.

7



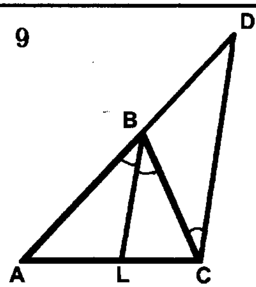
Найти: $AK : KF$.

8



Дано: $ABCD$ — параллелограмм.
Доказать: $BM=MN=ND$.

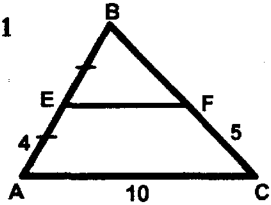
9



Доказать: $\frac{AB}{BC} = \frac{AL}{LC}$.

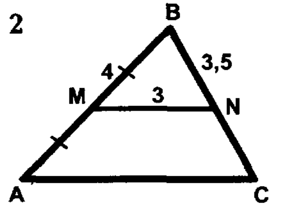
Таблица 8.8. **Средняя линия треугольника и трапеции**

1



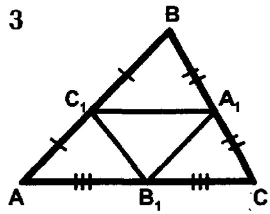
Дано: $EF \parallel AC$.
Найти: P_{BEF}.

2



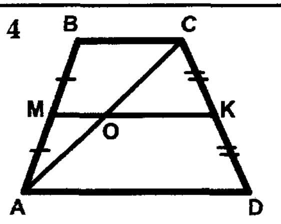
Дано: $MN \parallel AC$.
Найти: P_{ABC}.

3



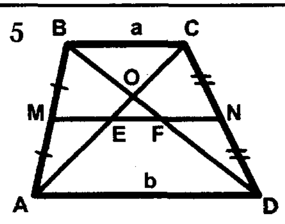
Дано: $P_{ABC} = 40$.
Найти: $P_{A_1B_1C_1}$.

4



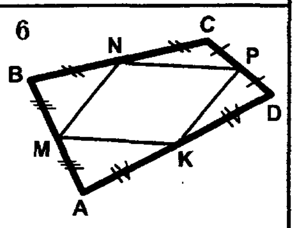
Дано: $ABCD$ — трапеция.
Доказать: $AO = OC$.

5



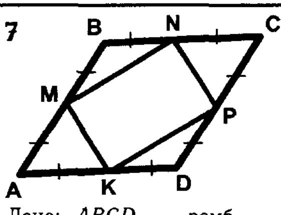
Дано: $ABCD$ — трапеция.
Найти: EF, ME, FN.

6



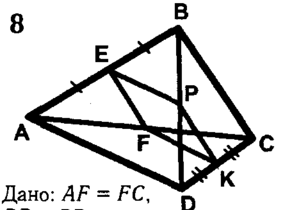
Доказать: $MNPK$ — параллелограмм.

7



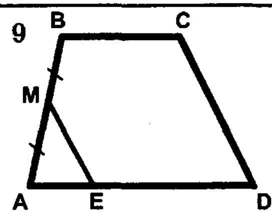
Дано: $ABCD$ — ромб.
Доказать: $MNPK$ — прямоугольник.

8



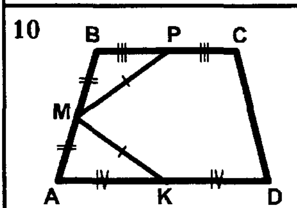
Дано: $AF = FC$,
$BP = PD$.
Доказать: $EFKP$ — параллелограмм.

9



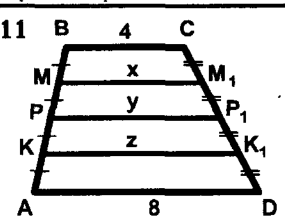
Дано: $ABCD$ — трапеция; $ME \parallel CD$.
Доказать: $ME = CD/2$.

10



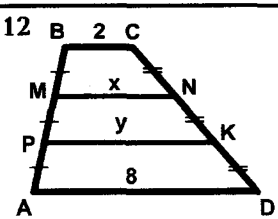
Дано: $ABCD$ — трапеция.
Доказать: $AB = CD$.

11



Дано: $ABCD$ — трапеция.
Найти: x, y, z.

12



Дано: $ABCD$ — трапеция.
Найти: x, y.

Таблица 8.9. **Неравенство треугольника**

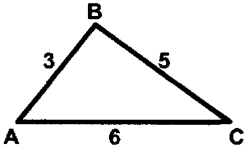
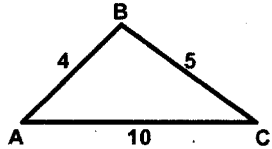
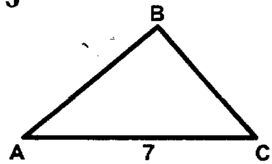
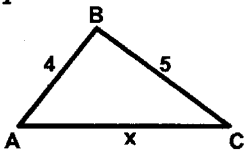
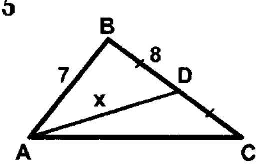
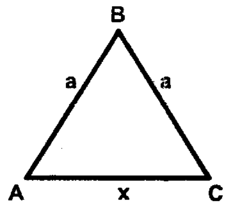
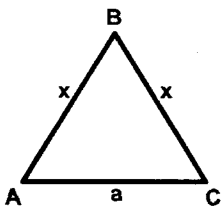
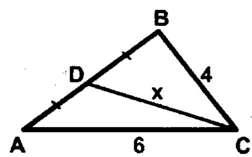
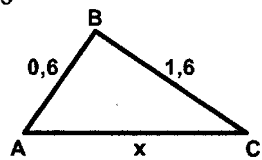
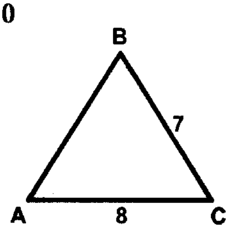
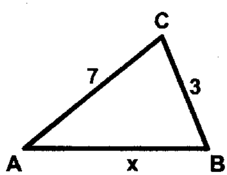
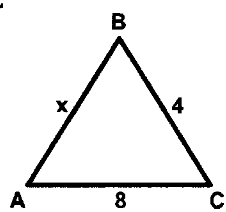
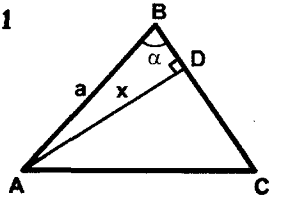
<table>
<tr><td colspan="3">Существует ли треугольник ABC?</td></tr>
<tr>
<td>1
</td>
<td>2
</td>
<td>3

Дано: $AB - BC = 10$</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">В каких пределах меняется x?</td></tr>
<tr>
<td>4
</td>
<td>5
</td>
<td>6
</td>
</tr>
<tr>
<td>7
</td>
<td>8
</td>
<td>9

Дано: $x \in N$</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">Дано: ΔABC — равнобедренный. Найти AB.</td></tr>
<tr>
<td>10
</td>
<td>11
</td>
<td>12
</td>
</tr>
</table>

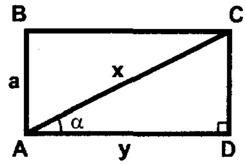
Таблица 8.10. **Решение прямоугольных треугольников**

Найти x и y.

1

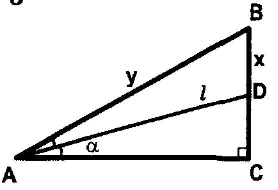


2

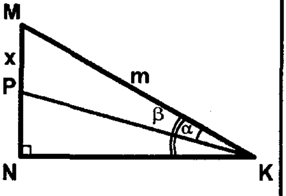


Дано: $ABCD$ — прямоугольник.

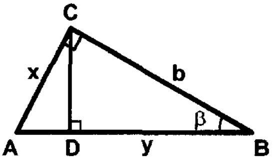
3



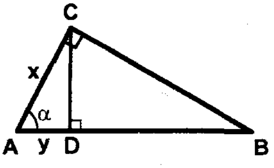
4



5

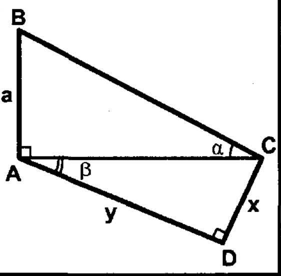


6

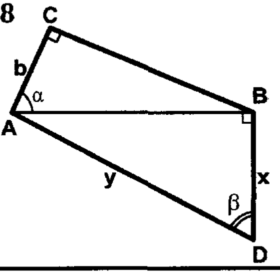


Дано: $AB = m$.

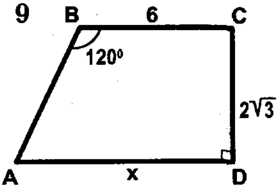
7



8

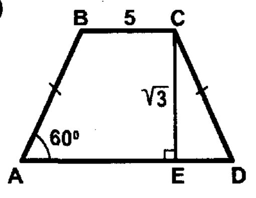


9



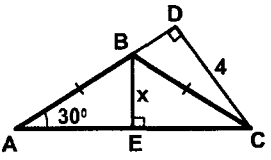
Дано: $ABCD$ — трапеция.

10

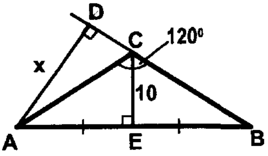


Дано: $ABCD$ — трапеция. $AD = x$.

11



12



Дано: $BD = y$.

Таблица 8.11. **Теорема Пифагора. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике**

Найти x и y.

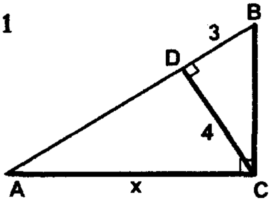
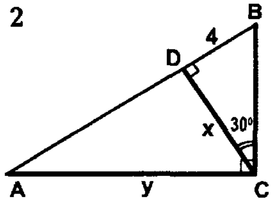
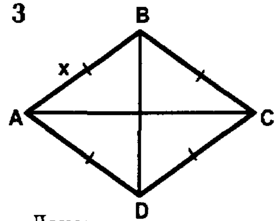
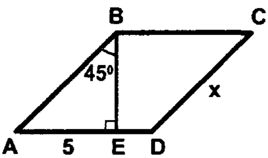
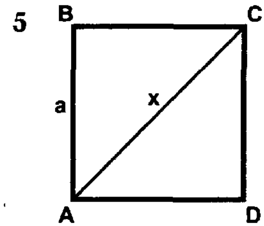
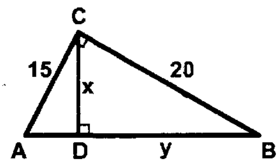
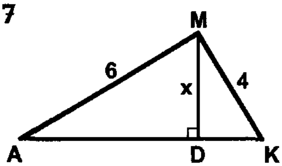
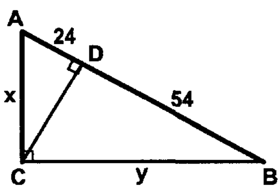
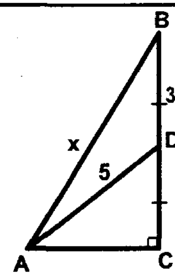
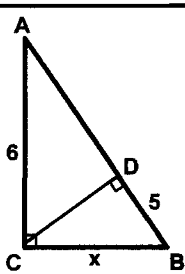
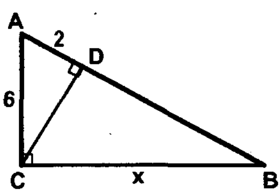
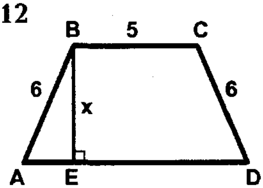
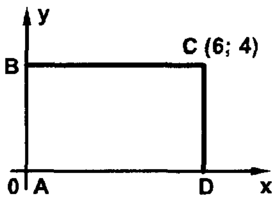
1  Дано: $AB = 13$. Найти ошибку.	2 	3  Дано: $AC = 8$, $BD = 6$.
4  Дано: $ABCD$ — параллелограмм.	5  Дано: ABCD — квадрат.	6 
7  Дано: $AK = 8$.	8  Дано: $AB = y$.	9 
10 	11 	12  Дано: $ABCD$ — трапеция; $AD = 9$.

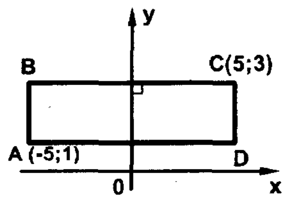
Таблица 8.12. **Декартовы координаты на плоскости**

Определить координаты вершин прямоугольника

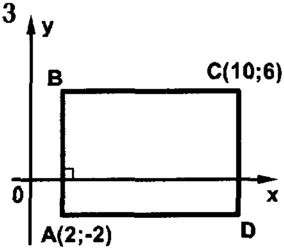
1



2

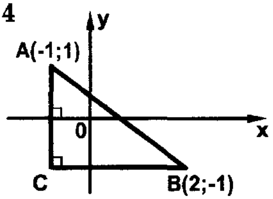


3

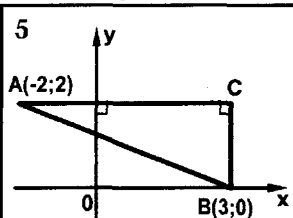


Найти координаты точки *C*:

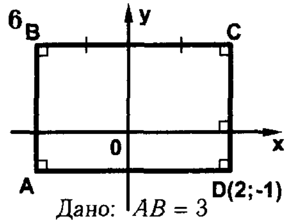
4



5

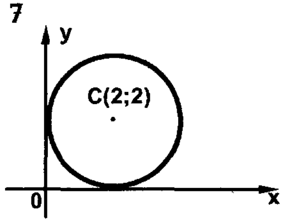


6

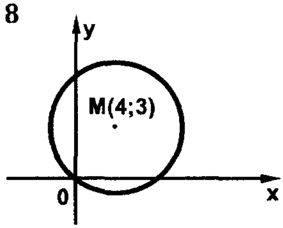


Записать уравнение окружности:

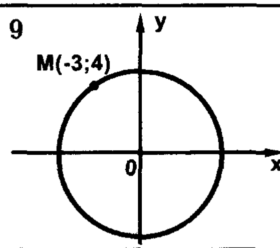
7



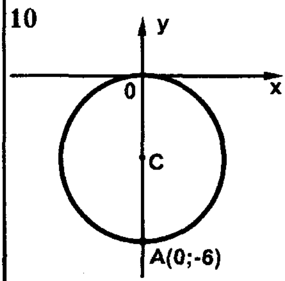
8



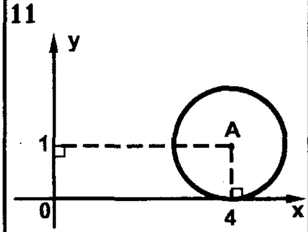
9



10



11



12

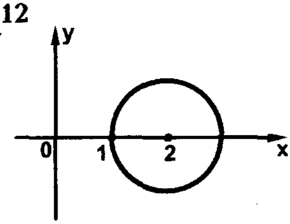
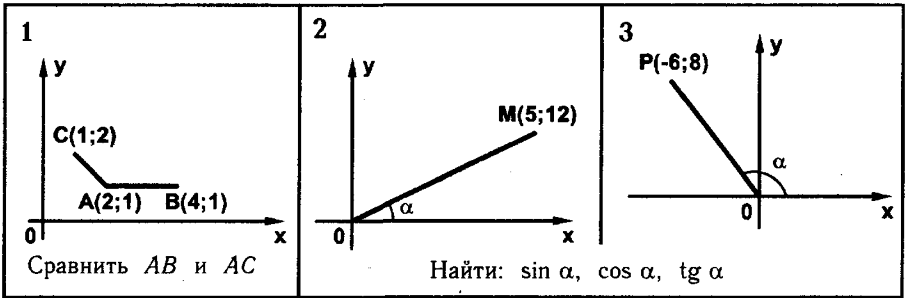
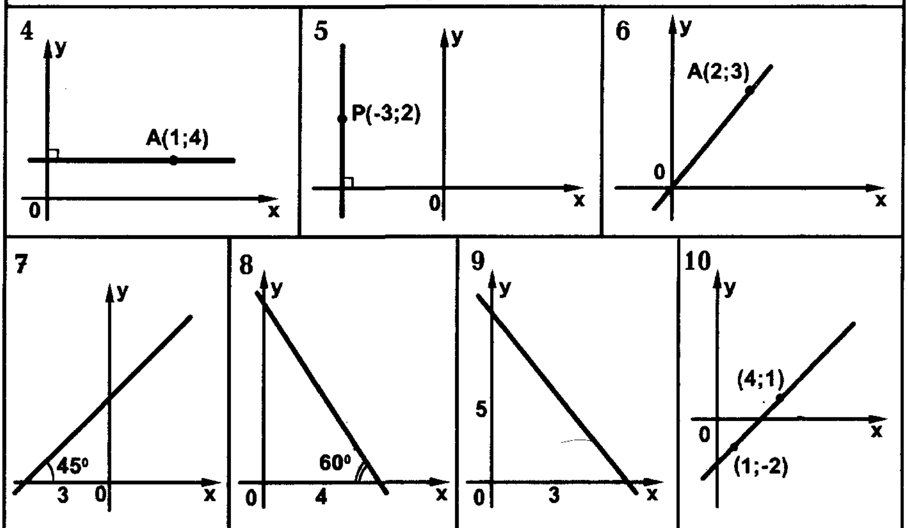


Таблица 8.13. **Декартовы координаты на плоскости**



Составить уравнение прямой:



Найти ошибку:

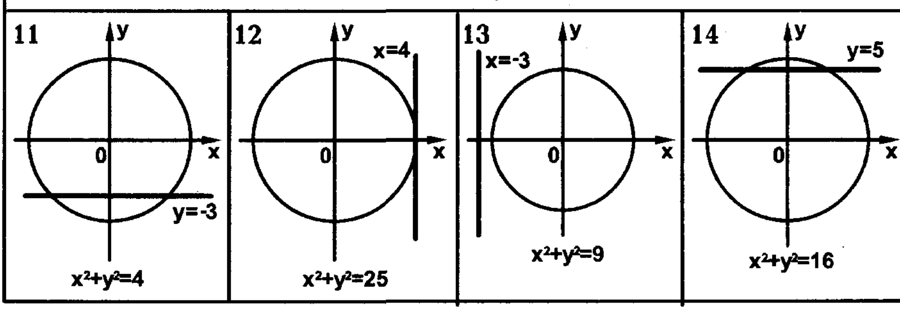
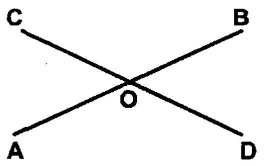


Таблица 8.14. **Симметрия относительно точки**

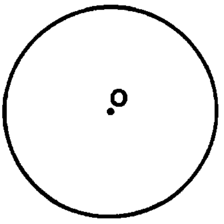
Доказать, что точка O — центр симметрии:

1

2

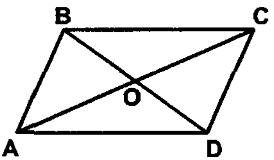


3



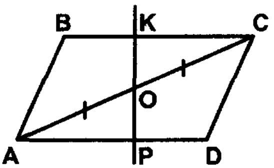
ABCD — параллелограмм

4



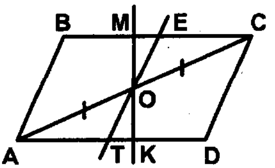
Доказать: O — центр симметрии

5



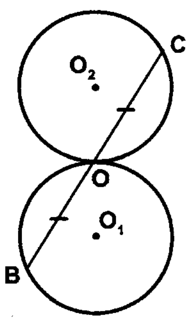
Доказать: $OK = OP$

6



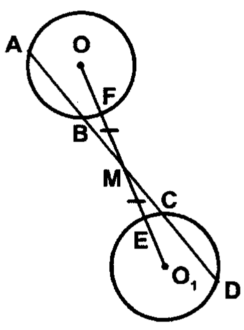
Доказать: $ME = TK$

7



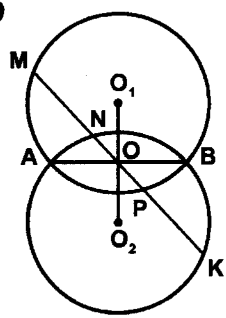
Доказать: O — центр симметрии

8



Дано: $OF = O_1E$.
Доказать: $AB = CD$.

9

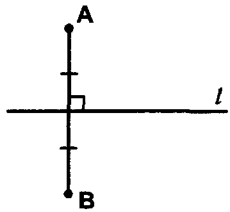


Дано: $O_1O = O_2O$.
Доказать: $MN = KP$.

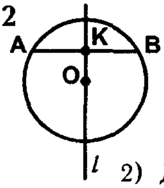
Таблица 8.15. **Симметрия относительно прямой**

Доказать, что точки A и B симметричны относительно прямой l:

1

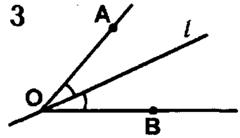


2



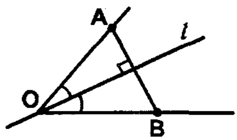
1) Дано: $AK = KB$.
2) Дано: $\angle AKO = 90°$.

3

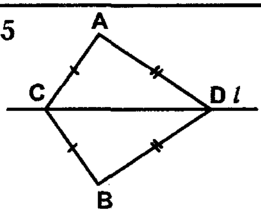


Дано: $OA = OB$.

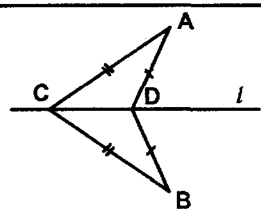
4



5

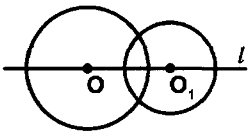


6

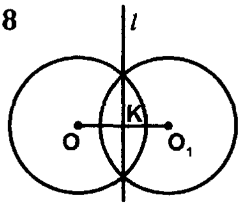


Доказать, что прямая l — ось симметрии:

7

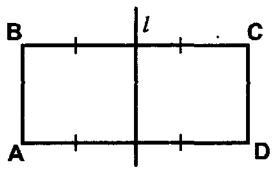


8



Дано: $OK = KO_1$.

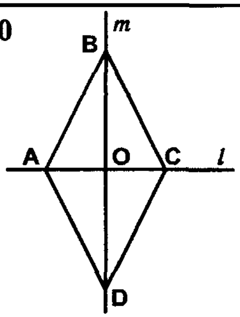
9



Дано: $ABCD$ — прямоугольник.

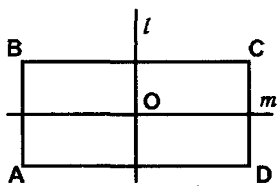
Прямые l и m — оси симметрии:

10



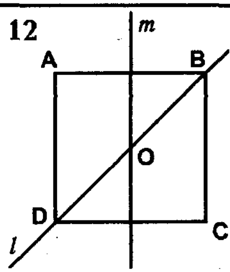
Доказать: $ABCD$ — ромб.

11



Доказать: $ABCD$ — прямоугольник.

12



Доказать: $ABCD$ — квадрат.

Таблица 8.16. **Векторы на плоскости**

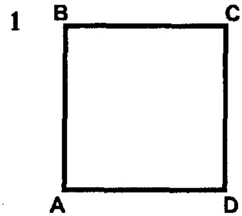
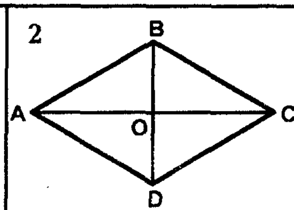
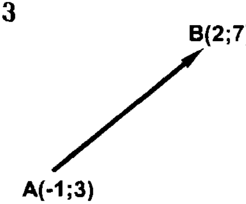
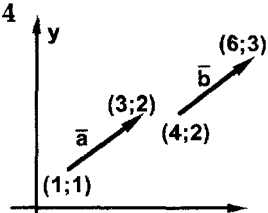
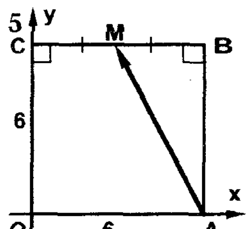
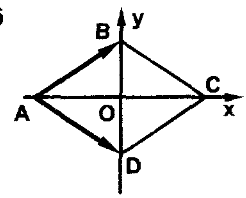
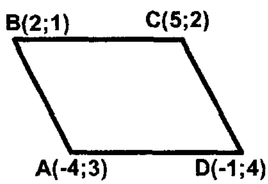
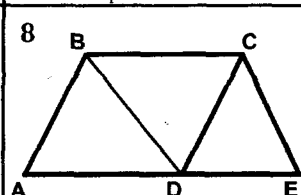
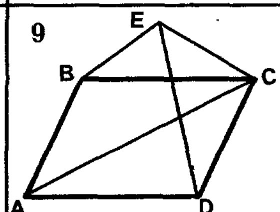
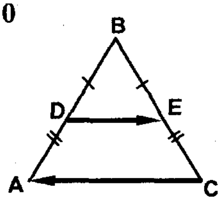
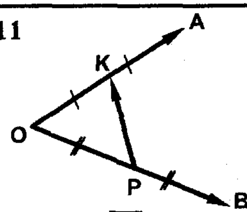
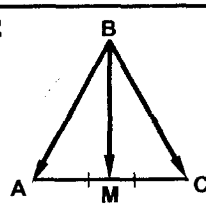
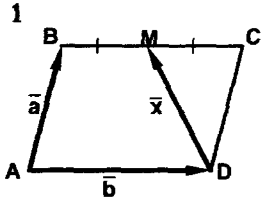
1  Дано: $ABCD$ — квадрат. Указать равные векторы.	2  Дано: $ABCD$ — ромб. Указать равные векторы.	3  Найти: $\lvert\overline{AB}\rvert$.
4  Равны ли векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$?	5  Найти координаты вектора $\overline{AM}$.	6  Дано: $ABCD$ — ромб, $AC = 16$; $BD = 10$. Найти координаты векторов $\overline{AB}$ и $\overline{AD}$.
7  Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.	8  Дано: ABCD — параллелограмм. Доказать: $\overline{EC}+\overline{CB}+\overline{BD}=\overline{EC}+\overline{BA}$.	9  Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Доказать: $\overline{BE}+\overline{ED}+\overline{DC}=\overline{CD}+\overline{AC}$.
10  Выразить $\overline{DE}$ через $\overline{CA}$.	11  Выразить $\overline{PK}$ через $\overline{OA}$ и $\overline{OB}$.	12  Доказать: $\overline{BM}=\frac{1}{2}(\overline{BA}+\overline{BC})$.

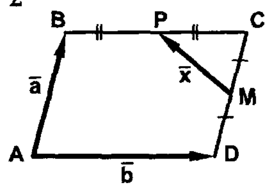
Таблица 8.17. **Векторы на плоскости**

Выразить вектор x через векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ ($ABCD$ — параллелограмм)

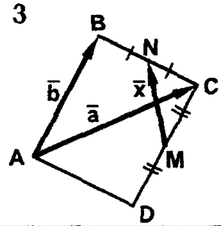
1



2

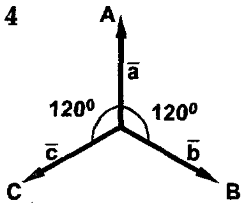


3



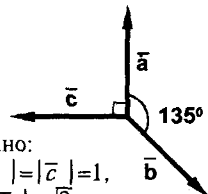
Доказать: $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=0$.

4



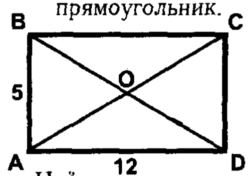
Дано: $|\bar{a}|=|\bar{b}|=|\bar{c}|$.

5



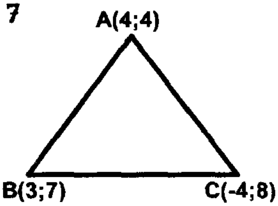
Дано:
$|\bar{a}|=|\bar{c}|=1$,
$|\bar{b}|=\sqrt{2}$.

6 Дано: ABCD — прямоугольник.



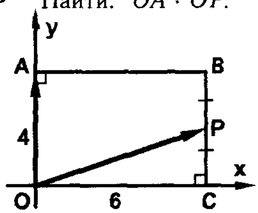
Найти:
$|\overline{AB}+\overline{AD}-\overline{DC}-\overline{OD}|$.

7

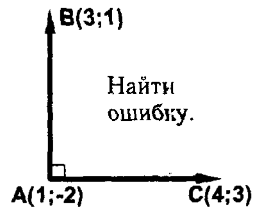


Найти: $\cos\angle B$.

8 Найти: $\overline{OA}\cdot\overline{OP}$.

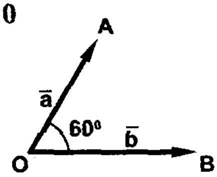


9



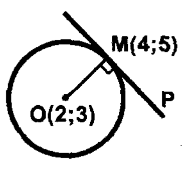
Найти ошибку.

10



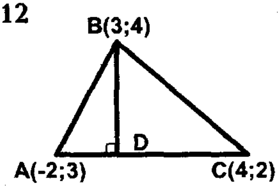
$|\bar{a}|=2$, $|\bar{b}|=3$.
Найти: $|\bar{a}+\bar{b}|$, $|\bar{a}-\bar{b}|$.

11



Записать уравнение прямой MP, касательной к окружности.

12

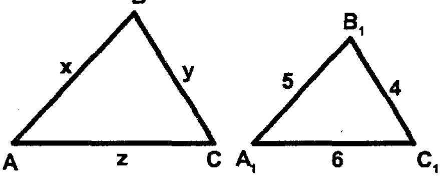


Записать уравнение высоты BD.

Таблица 9.1. **Подобные треугольники**

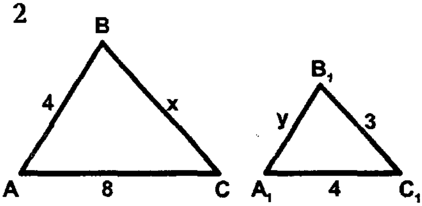
Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. Найти x, y, z:

1

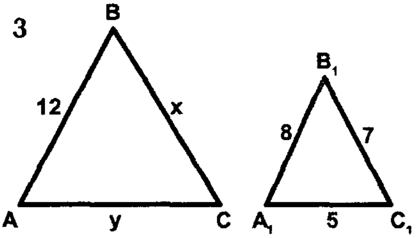


Дано: $\frac{BC}{B_1C_1} = 3$.

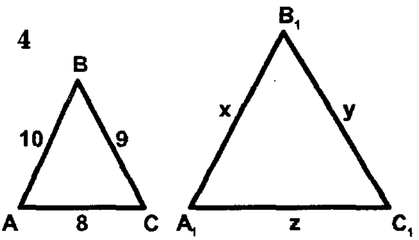
2



3

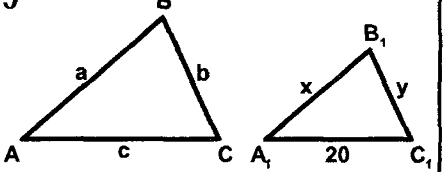


4



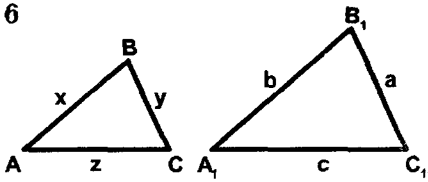
Дано: $P_{A_1B_1C_1} = 54$.

5



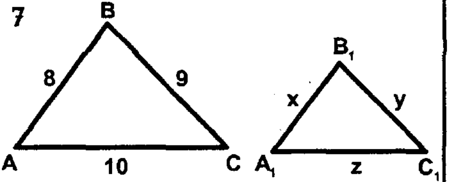
Дано: $a : b : c = 4 : 3 : 5$.

6



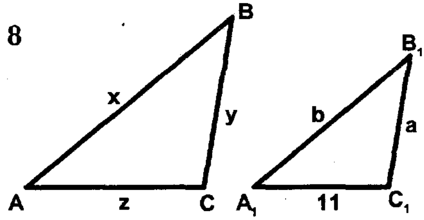
Дано: $a : b : c = 5 : 6 : 7$. $P_{ABC} = 108$.

7



Дано: $P_{A_1B_1C_1} = 9$.

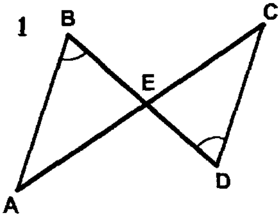
8

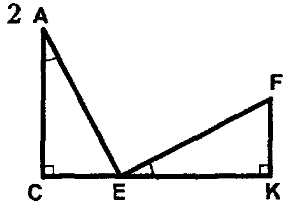


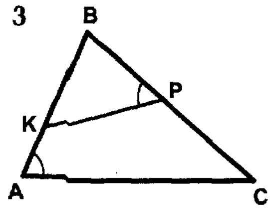
$P_{ABC} = 39$, $P_{A_1B_1C_1} = 26$, $a : b = 2 : 3$.

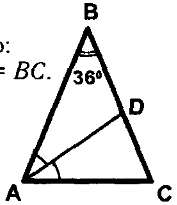
Таблица 9.2. **Первый признак подобия треугольников**

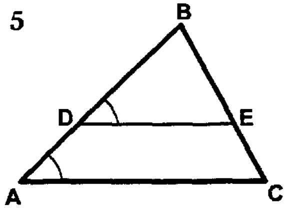
Указать подобные треугольники, доказать их подобие.

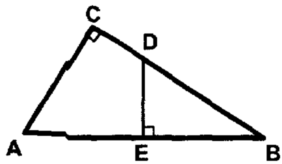
1


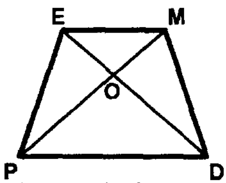
2


3


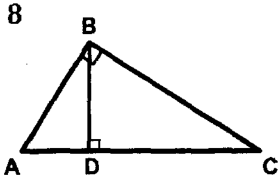
4
Дано:
$AB = BC$.


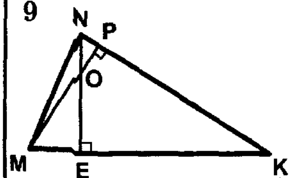
5


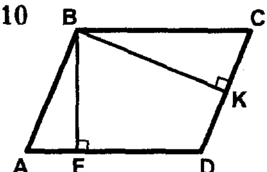
6


7


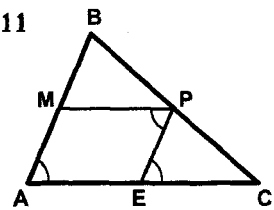
Дано: $ABCD$ — трапеция.

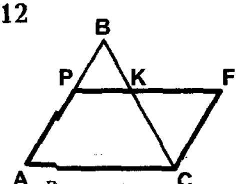
8


9


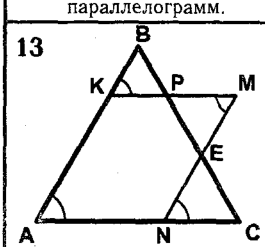
10


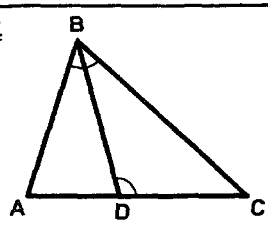
Дано: $ABCD$ — параллелограмм.

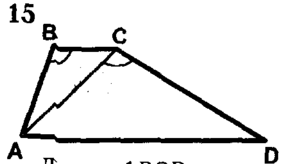
11


12


Дано: $APFC$ — параллелограмм.

13


14


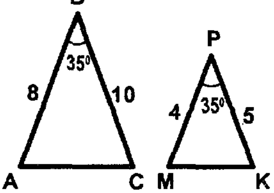
15


Дано: $ABCD$ — трапеция.

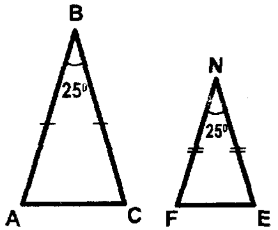
Таблица 9.3. **Второй и третий признаки подобия треугольников**

Указать подобные треугольники, доказать их подобие.

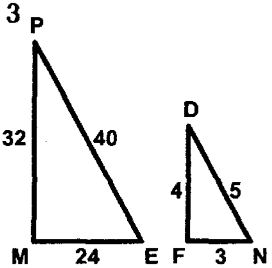
1



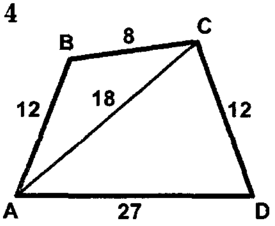
2



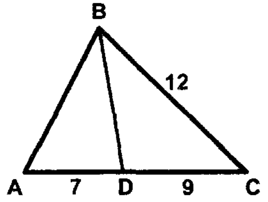
3



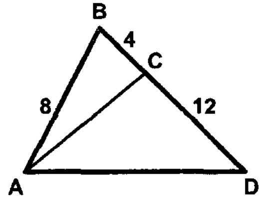
4



5

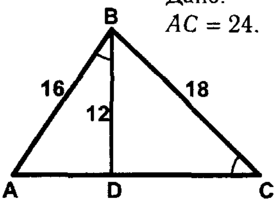


6

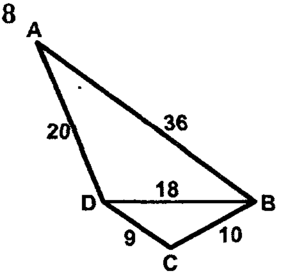


7

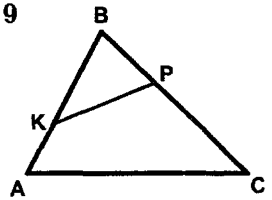
Дано:
$AC = 24.$



8



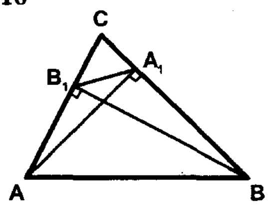
9



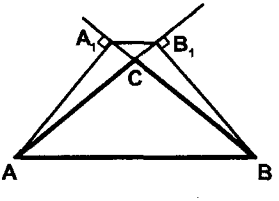
Дано:
$AB \cdot BK = CB \cdot BP.$

Доказать, что $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C$ и найти коэффициенты подобия:

10



11



12

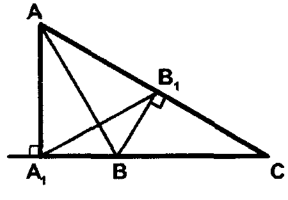


Таблица 9.4. **Вписанные углы**

Найти x, y (O — центр окружности).

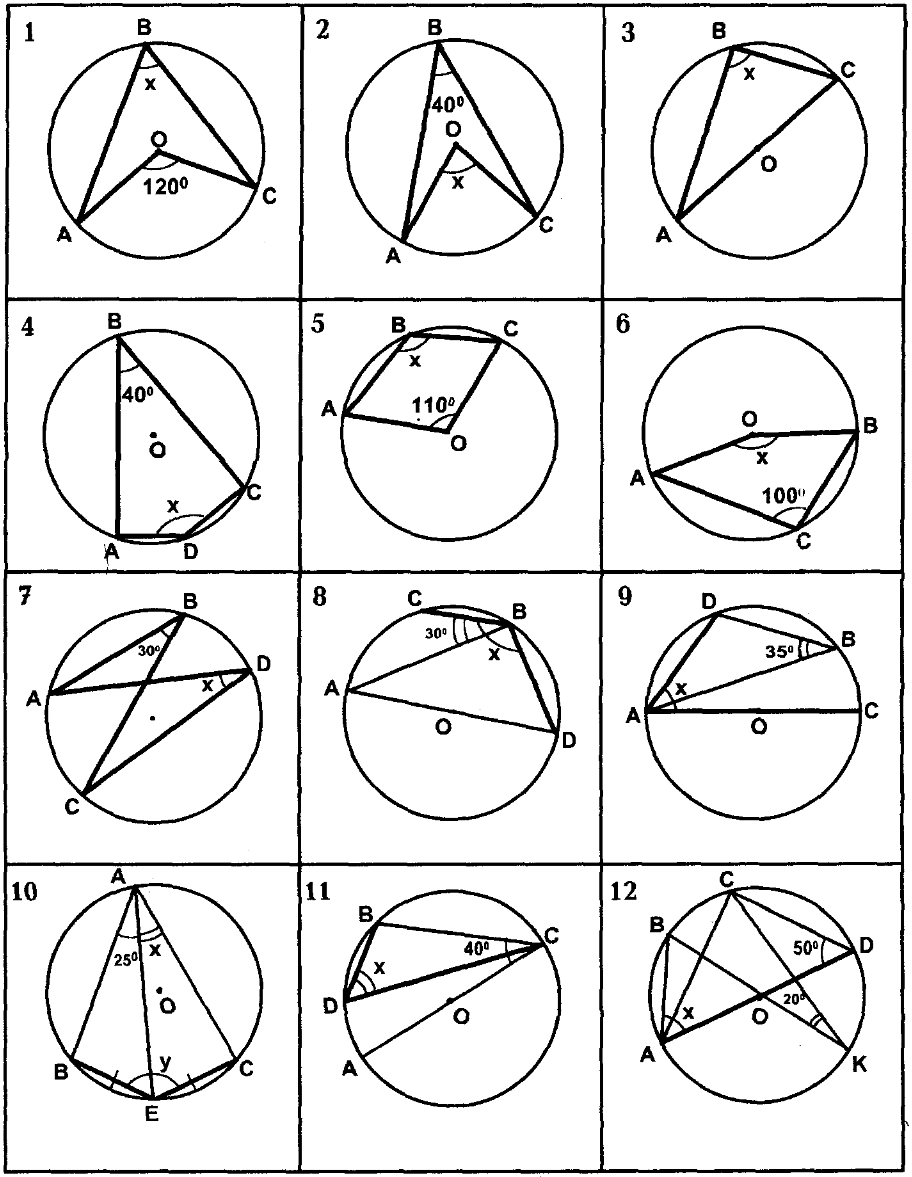
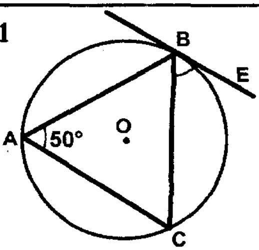


Таблица 9.5. **Вписанные углы. Угол между касательной и хордой**

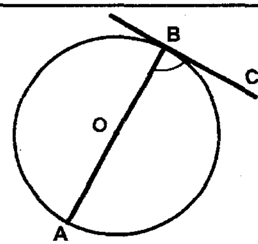
О — центр окружности, B — точка касания

1



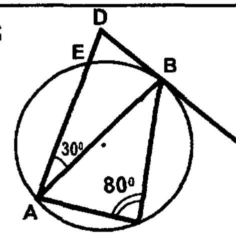
Найти: $\angle CBE$

2



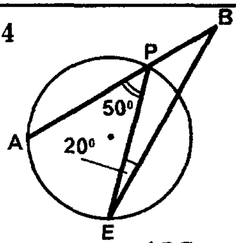
Найти: $\angle ABC$

3



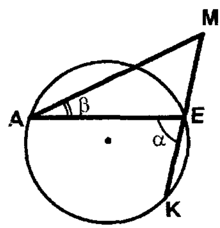
Найти: $\angle ADB$

4



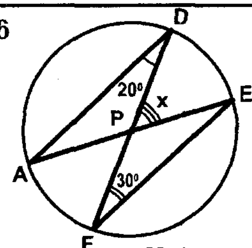
Найти: $\angle ABE$

5



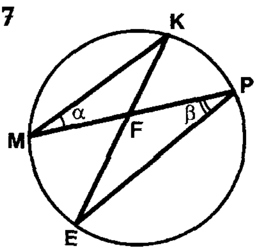
Найти: $\angle AMK$

6



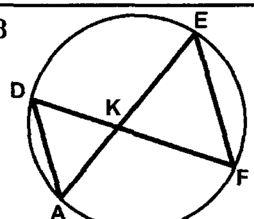
Найти: x

7



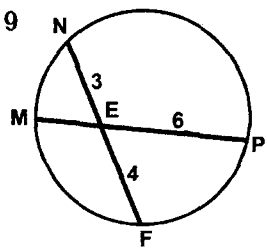
Найти: $\angle KFP$

8



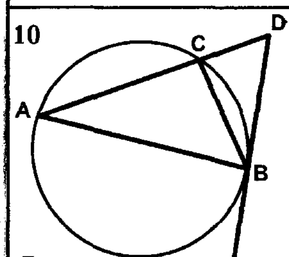
Доказать: $\Delta ADK \backsim \Delta FEK$,
$AK \cdot KE = DK \cdot KF$

9



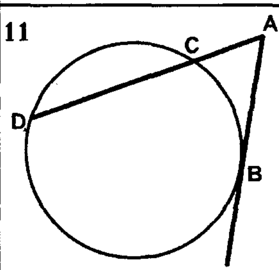
Найти: ME

10



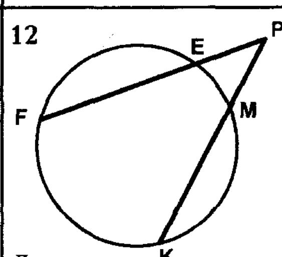
Доказать:
$\Delta ABD \backsim \Delta BCD$

11



Доказать: $AB^2 = AD \cdot AC$

12

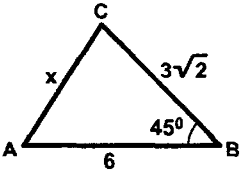


Доказать:
$PE \cdot PF = PM \cdot PK$

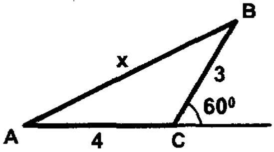
Таблица 9.6. **Решение треугольников**

Найти x:

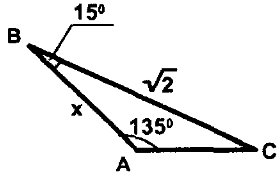
1



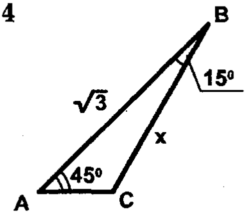
2



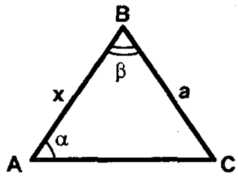
3



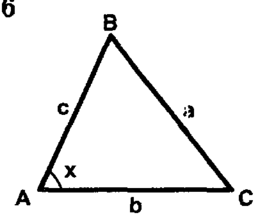
4



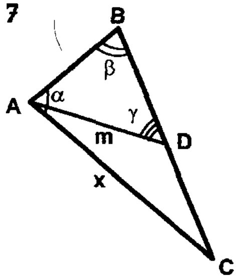
5



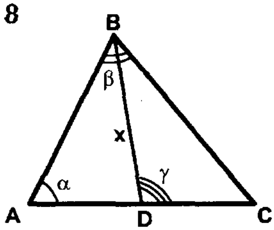
6



7

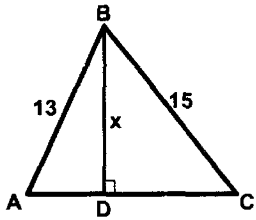


8



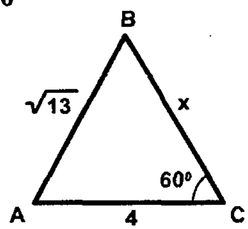
Дано: $AC = b$

9

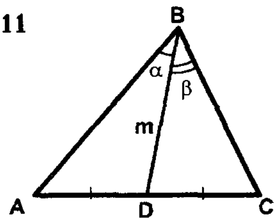


Дано: $AC = 14$

10



11



Найти: AC

12

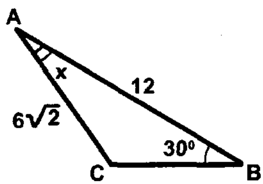


Таблица 9.7. **Решение треугольников**

Найти x и y:

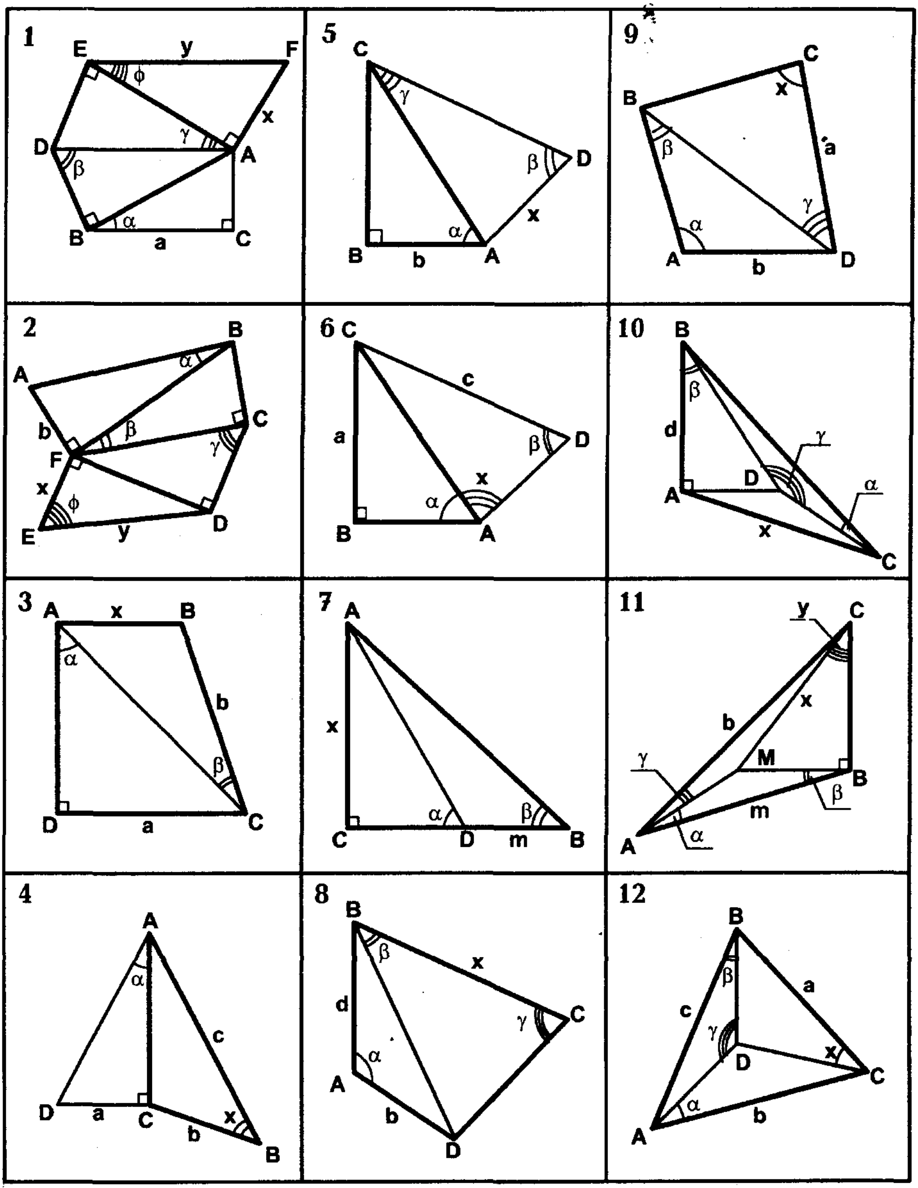


Таблица 9.8. **Правильные многоугольники**

a — сторона многоугольника, R (r) — радиус описанной (вписанной) окружности, O — центр многоугольника

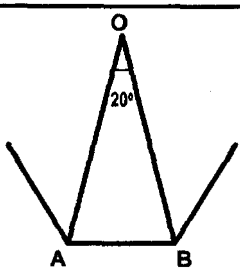
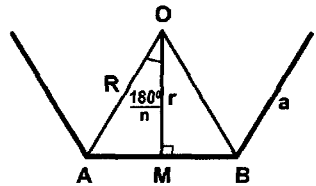
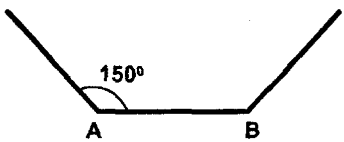
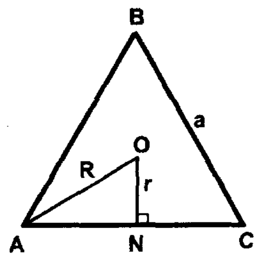
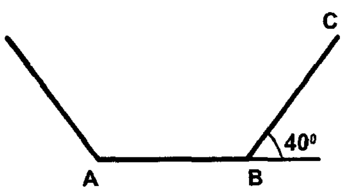
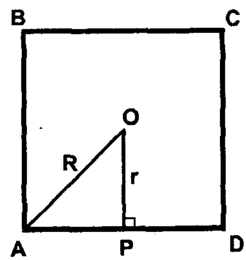
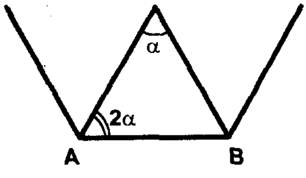
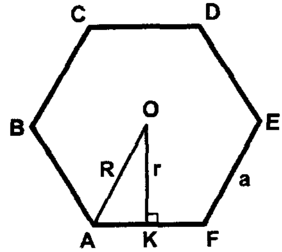
Найти количество сторон многоугольника	Зная один из элементов (a, R или r), найти два других
1 	5 
2 	6 
3 	7 
4 	8 

Таблица 9.9. **Площадь треугольника**

O — центр окружности. Найти площадь ΔABC.

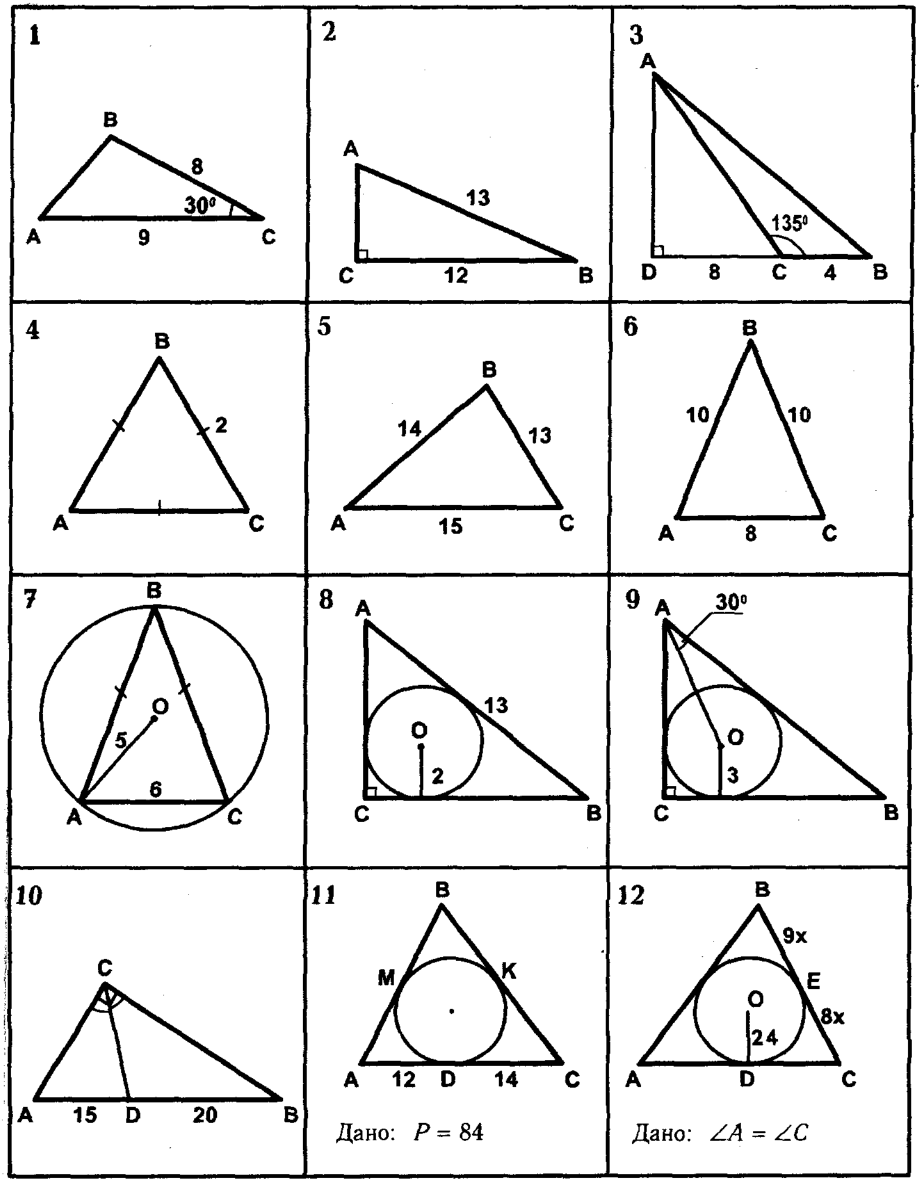


Таблица 9.10. **Площадь четырехугольника**

Найти площадь $ABCD$:

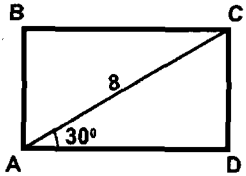
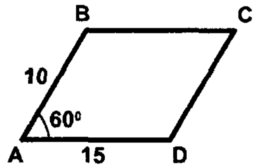
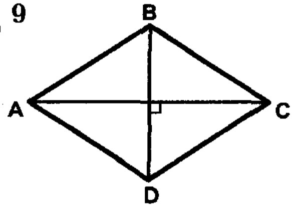
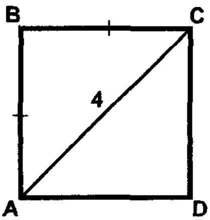
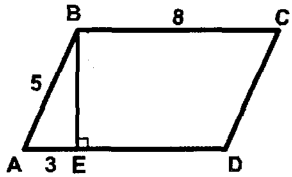
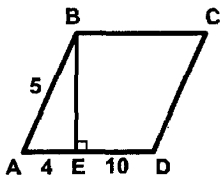
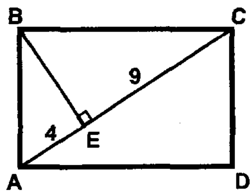
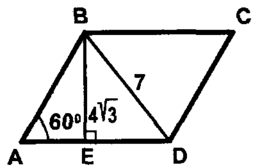
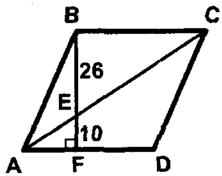
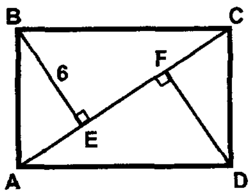
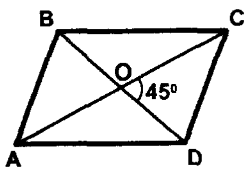
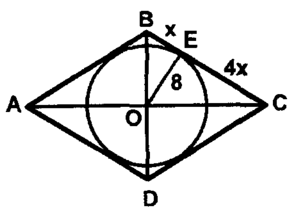
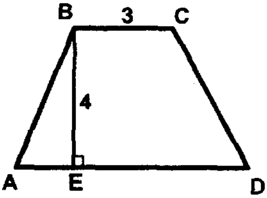
Прямоугольник	Параллелограмм	Ромб
1 	**5** 	**9**  Дано: $AC = 8,\ BD = 5$
2 	**6** 	**10** 
3 	**7** 	**11** 
4  Дано: $EF = 16$	**8**  Дано: $AC = 8,\ BD = 6$	**12** 

Таблица 9.11. **Площадь четырехугольника**

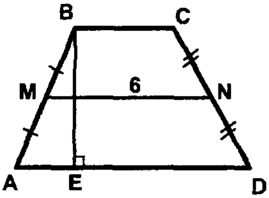
Найти площадь трапеции $ABCD$:

1



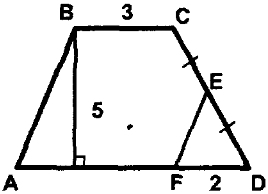
Дано: $AD = 7$

2



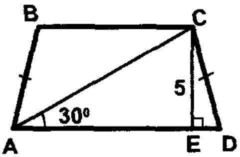
Дано: $BE = 5$

3

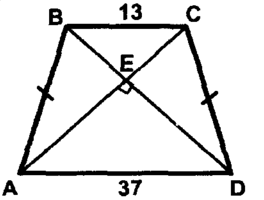


Дано: $AB \parallel FE$

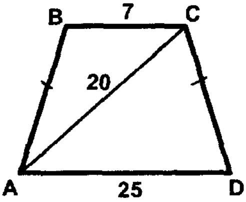
4



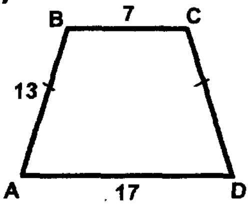
5



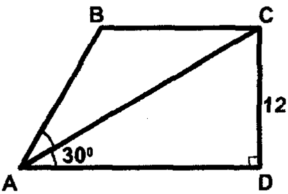
6



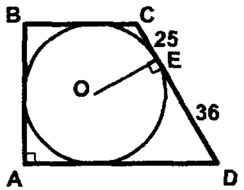
7



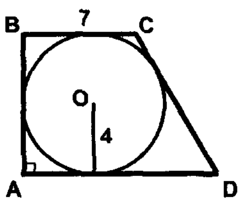
8



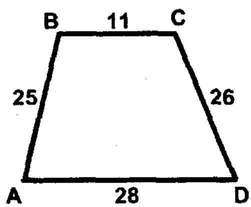
9



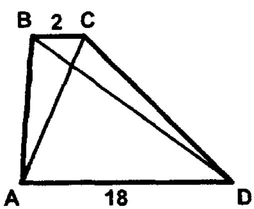
10



11



12

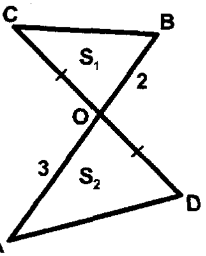


Дано: $AC = 7$, $BD = 15$

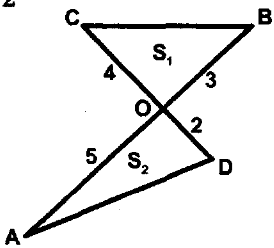
Таблица 9.12. **Площади фигур**

Найти отношение площадей $\frac{S_1}{S_2}$:

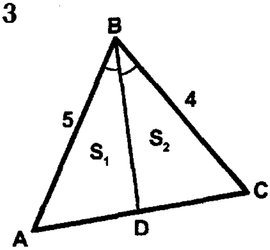
1



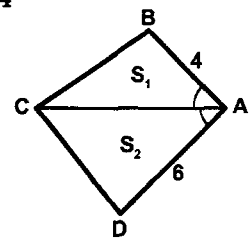
2



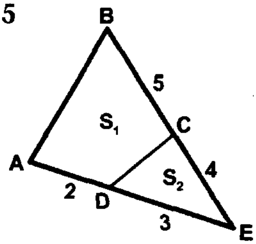
3



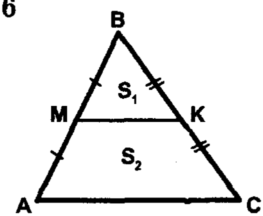
4



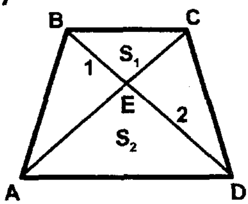
5



6

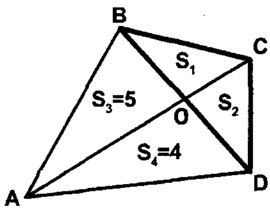


7

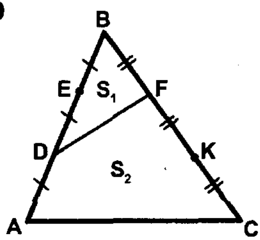


Дано: *ABCD* — трапеция

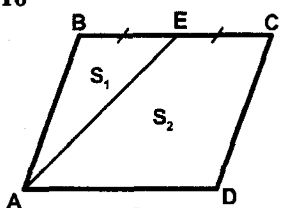
8



9

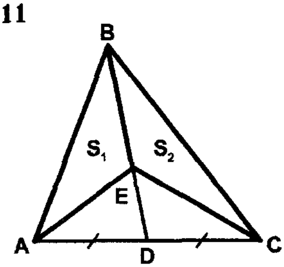


10

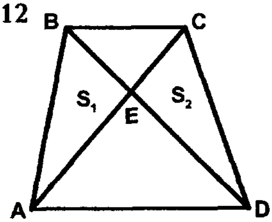


Дано: *ABCD* — параллелограмм

11



12

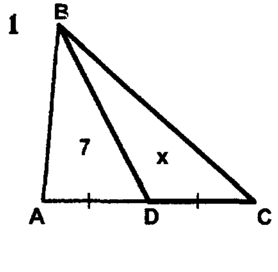


Дано: *ABCD* — трапеция

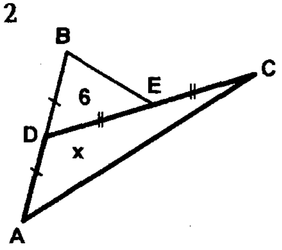
Таблица 9.13. **Площади фигур**

Найти площадь x:

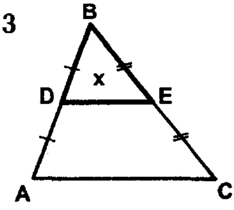
1



2



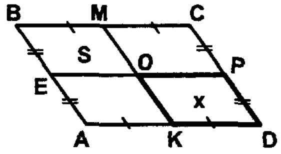
3



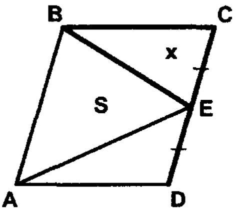
Дано: $S_{\Delta ABC} = 8$

ABCD — параллелограмм

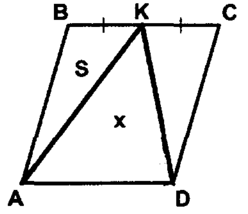
4



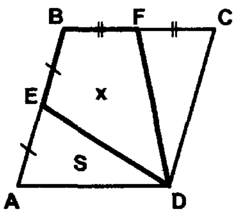
5



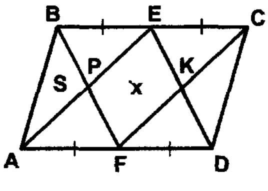
6



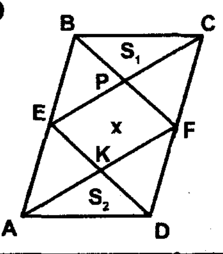
7



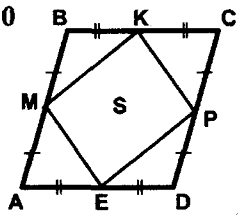
8



9

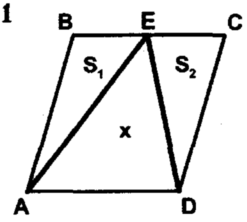


10



Найти: S_{ABCD}

11



12

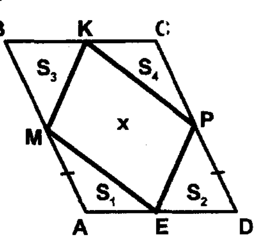
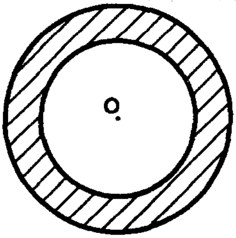


Таблица 9.14. **Площадь круга и его частей**

R — радиус круга, O — центр.

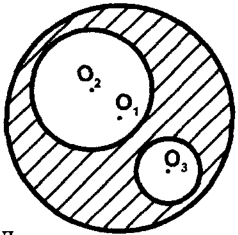
Найти площадь заштрихованной фигуры.

1



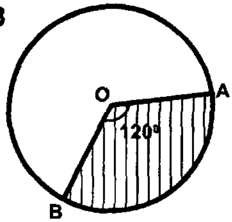
Дано: $R_1 = 5$; $R_2 = 3$

2



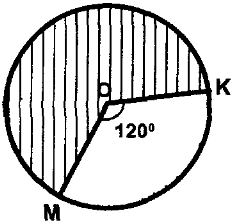
Дано:
$R_1 = 10$; $R_2 = 6$; $R_3 = 2$

3



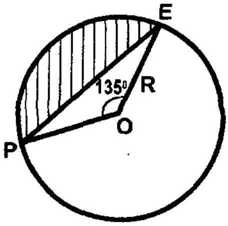
Дано: $R = 3$

4

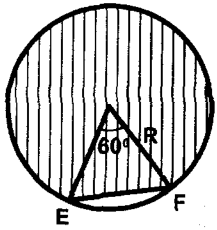


Дано: $R = 6$

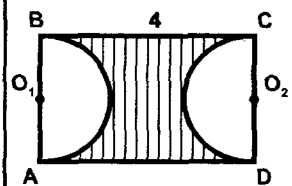
5



6

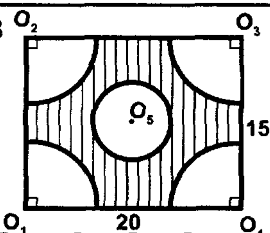


7



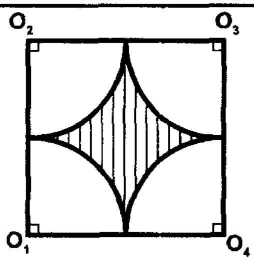
Дано: $ABCD$ — прямоугольник; $R_1 = R_2 = 1$

8



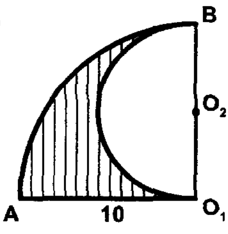
Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2$. $R_5 = 3$

9



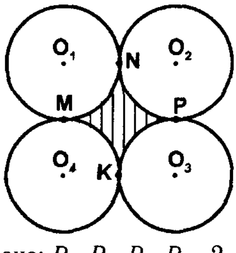
Дано: $R_1=R_2=R_3=R_4= 4$

10



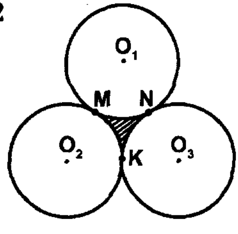
Дано: $R_1 = 10$

11



Дано: $R_1=R_2=R_3=R_4= 2$

12



Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = 4$

Ответы. Указания. Решения.

7 класс.

Таблица 7.5. 6. $\Delta AMH = \Delta PNH$ (по II признаку), т.к. $\angle MAP = \angle NPA$, $\angle MPA = \angle NAP$, AP — общая сторона. $\Delta AMH = \Delta PNH$ (по II признаку), т.к. $AM = PN$, $\angle AMH = \angle PNH$ (из равенства ΔAMP и ΔPNA), $\angle MAH = \angle NPH$ ($\angle MAH = 180° - \angle AHM - \angle AMH$,

$$\angle NPH = 180° - \angle NHP - \angle PNH).$$

Таблица 7.6. 6. *Указание:* $\angle AEB = \angle CEB$. **9.** *Указание:* воспользоваться равенством ΔADF и ΔCDE, откуда

$$\angle DAF = \angle DCE \text{ и } \angle AEC = \angle AFC.$$

Таблица 7.7. 8. Да. *Решение.* $\angle BAC = \angle BCA = 80°$, тогда

$$\angle BAP = 80° - 40° = 40°, \ \angle KPA = \angle PAK = 40°;$$

откуда $\angle PAC = \angle APK$ и $a \parallel b$.

Таблица 7.8. 6. 34°. *Решение.* $\angle NMP + \angle MNK = 180°$, откуда $NK \parallel MP$, $\angle MPK = 68°$, $\angle KPT = 34°$. Отсюда $\angle PTK = \angle TPM = 34°$. **7.** *Указание:* через точку C провести прямую, параллельную AB. **8.** *Доказательство.* $\angle AME + \angle BEM = 180°$, тогда

$$\angle OME + \angle OEM = 0{,}5\,(\angle AME + \angle BEM) = 90°,$$

тогда из ΔMEO: $\angle MOE = 90°$.

Таблица 7.9. 12. 30°, 60°, 90°.

Таблица 7.10. 1. 90° *Решение.* $\angle ABD + \angle BAD + \angle CBD + \angle DCB = 180°$; $2\,(\angle ABD + \angle CBD) = 180°$, $\angle ABC = 90°$. **2.** 80°. *Решение.* $\angle ABC = 180° - 2\,(\angle OAC + \angle OCA) =$

$$= 180° - 2\,(180° - \angle AOC) = 180° - 2 \cdot 50° = 80°.$$

5. 360°. **8.** 20°. *Решение.* $\angle DFB = 110°$, $\angle ADC = 140°$, откуда $\angle A = 20°$. **9.** $180° - (\alpha + \beta + \gamma)$. *Указание:* $\angle BEC = \alpha + \beta$.

Таблица 7.11. 3. $\Delta ABD = \Delta DCA$; $\Delta ABE = \Delta DCE$. **4.** 8. *Указание:* отложить на луче BC отрезок $CD = BC$. Рассмотреть ΔABD. **8.** 14. *Указание:* показать, что ΔABE — равнобедренный.

Таблица 7.12. 3. *Указание:* рассмотреть ΔAOB и ΔBOC. **5.** *Доказательство.* $\Delta BOE = \Delta COF$ (по III признаку), откуда $BA = CD$ как соответствующие высоты. **8.** *Доказательство.* $\Delta COD = \Delta AOB$ (по III признаку), откуда $\angle D = \angle B$ и $DC \parallel BA$.

Таблица 7.13. 1. *Указание:* провести OB. **2.** *Указание:* провести касательную к окружностям через точку A. **6.** *Доказательство.* Пусть точки M, N, P, K — точки касания сторон AB, BC, CD и DA с окружностью соответственно. Тогда $AM = AK$, $BM = BN$, $CN = CP$,

$DP = DK$ (задача **3**), $AB + CD = AM + MB + CP + PD = AK + BN + NC + KD = AD + BC$. **7.** *Указание:* Доказать, что $\Delta BOM = \Delta DON$. **8.** *Указание:* $\angle CAB = 90° - \angle BAO$. **9.** *Указание:* Доказать, что $\Delta OED = \Delta OCD$.

8 класс.

Таблица 8.1. 9. *Доказательство.* Проведем AC. AC пересекает EK в точке O. $CO = OA$, $BO = OK - KB$, $OD = OE - DE$. Так как $OK = OE$, то $OB = = OD$. Значит, $ABCD$ — параллелограмм.

Таблица 8.2. 3. *Доказательство.* Так как $\angle ADM = \angle CBE$, то $\angle ABC = \angle ADC$. $\angle BAD = \angle BCD$ (как соответствующие внешние углы ΔAMD и ΔCEB). Отсюда $ABCD$ — параллелограмм. **6.** *Доказательство.* $\Delta BNC = \Delta DKA$ (по первому признаку), откуда $BC = AD$. Из равенства $\Delta ABM = \Delta CDP$: $AB = CD$. Значит, $ABCD$ — параллелограмм. **8.** *Указание:* доказать равенство треугольников ΔBOC и ΔDOA. **9.** *Указание:* доказать, что $\Delta AOB = \Delta COD$.

Таблица 8.3. 4. *Доказательство.* $\angle PBK + \angle ADC = 180°$, $\angle ADC + \angle BCD = 180°$, откуда $\angle PBK = \angle BCD$. **5.** *Доказательство.* Из равенства ΔABC и ΔCDA (по III признаку): $\angle PAD = \angle BCE$. $\Delta ADP = \Delta CEB$ (по гипотенузе и острому углу). Отсюда $AP = CE$.

Таблица 8.4. 3. *Решение.* Из ΔBOE ($\angle E = 90°$, $\angle B = 30°$) $OB = 2OE = 8$, $BD = 2OB = 16$. $AC = BD = 16$.

Таблица 8.5. 3. *Решение.* Пусть $\angle DBE = x$, тогда $\angle BDE = 2x$. Из ΔEBD: $x + 2x + 120° = 180°$. $x = 20°$. $\angle ADB = 40°$. Тогда $\angle ADC = \angle ABC = 80°$, $\angle BAD = \angle BCD = 100°$. **5.** *Доказательство.* $\angle BAN + \angle ABN = \frac{1}{2}(\angle BAD + \angle ABC) = 90°$, откуда из ΔABN $\angle N = 90°$. Тогда $\angle MNP = 90°$. Аналогично для других углов $MNPK$. **6.** 60°. *Указание:* показать, что ΔBCD — равносторонний. **8.** *Доказательство.* $A_1B_1 = B_1C_1 = C_1D_1 = D_1A_1$ (из равенства: $\Delta A_1BB_1 = \Delta B_1CC_1 = \Delta C_1DD_1 = \Delta D_1AA_1$). Пусть $\angle BB_1A_1 = \alpha$, тогда

$$\angle BA_1B_1 = \angle CB_1C_1 = 90° - \alpha. \ \angle A_1B_1C_1 = 180° - (\alpha + 90° - \alpha) = 90°.$$

Значит, $A_1B_1C_1D_1$ — квадрат.

Таблица 8.6. 5. 60°, 60°, 120°, 120°. *Решение.* $\angle BCA = \angle CAD$ (как внутренние накрест лежащие), $\angle CAD = \angle BAC = \frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2}\angle ADC$. Пусть $\angle CAD = x$. Из ΔACD: $x + 2x = 90°$; $x = 30°$; $\angle CDA = \angle BAD = 60°$; $\angle ABC = \angle BCD = 120°$. **6.** $\frac{b-a}{2}$; $\frac{b+a}{2}$. **7.** 10. *Указание:* ΔACE — равнобедренный. **8.** 15. *Указание:* треугольники

ABD и BCD — прямоугольные равнобедренные. Провести $BE \perp AD$. **9.** 40. *Решение.* $\angle BCE = \angle CED = 30°$; $\angle OAD = \angle OEA + \angle AOE$, откуда $\angle AOE = \angle BOC = 30°$. ΔBOC и ΔOAE — равнобедренные, $BO = OA = AE = 5$. Из ΔECD $(\angle C = 90°,\ \angle E = 30°)$: $CD = \frac{1}{2} ED = 10$. $P_{ABCD} = 5 + 15 + 10 + 10 = 40$.

Таблица 8.7. **3.** 6. **4.** $x = 16$, $y = 14$. *Решение.* $\frac{8}{x} = \frac{7}{30-x}$. $x = 16$, $y = 14$. **5.** $x = 2{,}5$; $y = 4{,}375$. **6.** 1:3. *Решение.* Проведем $KE \parallel BM$. $AE : EM = AK : KB$, откуда $AE = EM = 2$.

$$KN : NC = EM : MC = 2 : 6 = 1 : 3.$$

7. 4:1. **9.** *Указание:* ΔBDC — равнобедренный.

Таблица 8.8. **1.** 14. **3.** 20. *Решение.* $P_{A_1B_1C_1} = A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1 = \frac{1}{2}(AB + BC + AC) = 20$. **5.** $\frac{b-a}{2}$; $\frac{a}{2}$; $\frac{a}{2}$. *Решение.* ME — средняя линия ΔABC, $ME = \frac{a}{2}$. Аналогично, $FN = \frac{a}{2}$. $EF = MN - 2ME = \frac{a+b}{2} - a = \frac{b-a}{2}$. **6.** *Указание:* провести диагонали BD и AC. **8.** *Указание:* EF и PK — средние линии ΔABC и ΔDBC соответственно. **9.** *Указание:* провести $BF \parallel CD$. **11.** 5; 6; 7. **12.** 4 и 6. *Решение.* Для трапеции $PBCK$: $\frac{y+2}{2} = x$. Для трапеции $AMND$: $\frac{x+8}{2} = y$. Решая систему, получаем: $x = 4$, $y = 6$.

Таблица 8.9. **3.** Нет. $AC + BC = 7 + BC$, $AB = 10 + BC$, т.е. $AB > AC + BC$, что невозможно. **4.** $x \in (1;\ 9)$. *Указание:* $BC - AB < x < AB + BC$. **8.** $x \in (2;\ 10)$. *Указание:* продлить медиану CD на ее длину (точка D_1). Рассмотреть ΔCBD_1. **9.** 2. **10.** 7 или 8. **11.** 7.

Таблица 8.10. **3.** $l(\cos\alpha \operatorname{tg} 2\alpha - \sin\alpha)$; $\frac{l\cos\alpha}{\cos 2\alpha}$. *Решение.* Из ΔADC: $AC = l\cos\alpha$, $DC = l\sin\alpha$. Из ΔABC: .

$$y = \frac{l\cos\alpha}{\cos 2\alpha};\quad BC = l\cos\alpha \operatorname{tg} 2\alpha.\quad x = BC - DC = l\cos\alpha \operatorname{tg} 2\alpha - l\sin\alpha.$$

4. $m(\sin\beta - \cos\beta \operatorname{tg}(\beta-\alpha))$. **6.** $m\cos\alpha$; $m\cos^2\alpha$. **7.** $a \operatorname{ctg}\alpha \sin\beta$; $\operatorname{ctg}\alpha\cos\beta$. **9.** 8. *Решение.* Проведем $BE \perp AD$. $\angle ABE = 30°$. Из ΔABE: $AE = BE \operatorname{tg} 30° = 2$. $AD = AE + ED = = 8$. **10.** 7. *Решение.* Из ΔCED: $ED = CE \operatorname{ctg}\angle CDE = 1$. $AD = BC + 2ED = 5 + 2 = 7$. **11.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. *Решение.* Из ΔADC: $AC = 2DC = 8$. $AE = EC = 4$.

Из ΔABE: $BE = AE \operatorname{tg} 30° = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. **12.** $10\sqrt{3}$.

Таблица 8.11. **1.** *Решение.* $AD = 13 - 3 = 10$. Из ΔADC: $AC = \sqrt{100 + 16} = \sqrt{116}$. Из ΔDBC: $BC = 5$. Из ΔABC: $AC = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$. $12 \neq \sqrt{116}$. $BD \neq 3$ **2.** $4\sqrt{3}$ и $8\sqrt{3}$. **6.** 12; 16. *Решение.* Из ΔABC: $\operatorname{tg} \angle ABC = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$. Из ΔCDB: $\operatorname{tg} \angle CBD = \frac{x}{y}$. $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$. Пусть $x = 3k$, $y = 4k$. $(3k)^2 + (4k)^2 = 20^2$, $k = 4$, $x = 12$, $y = 16$. **7.** $\frac{3}{4}\sqrt{15}$. *Решение.* Пусть $AD = y$, тогда $DK = 8 - y$. Из ΔAMD: $MD^2 = 6^2 - y^2$. Из ΔMDK:

$$MD^2 = 4^2 - (8 - y)^2 = 36 - y^2 = 16 - (8 - y)^2. \ y = \frac{21}{4}.$$

Из ΔAMD: $x = \sqrt{6^2 - \left(\frac{21}{4}\right)^2} = \frac{3}{4}\sqrt{15}$. **8.** $12\sqrt{13}$ и $18\sqrt{13}$. *Указание:* $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = 36$. **9.** $2\sqrt{13}$. **10.** $3\sqrt{5}$. *Решение.*

$$AC^2 = AB \cdot AD. \ 36 = AB\,(AB - 5). \ AB = 9.$$

Из ΔABC: $x = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 3\sqrt{5}$. **11.** $12\sqrt{2}$ и 16. *Решение.* Из ΔADC: $CD = \sqrt{32}$. Из ΔABC: $32 = 2 \cdot BD$. $BD = 16$. $y = AD + DB = 18$. Из ΔCDB: $x = BC = \sqrt{16^2 + 32} = 12\sqrt{2}$. **12.** $4\sqrt{2}$.

Таблица 8.12. **7.** $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$. **8.** $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 25$. **12.** $(x - 2)^2 + y^2 = 1$.

Таблица 8.13. **3.** 0,8; $-0{,}6$; $-\frac{4}{3}$. **5.** $x = -3$ **6.** $y = 1{,}5x$. **8.** $y = -\sqrt{3}\,x + 4\sqrt{3}$. *Решение.* $y = kx + b$ — общее уравнение прямой. $k = \operatorname{tg} 120° = -\sqrt{3}$. $y = -\sqrt{3}\,x + b$. Так как $y(4) = 0$, то $-4\sqrt{3} + b = 0$, $b = 4\sqrt{3}$. $y = -\sqrt{3}\,x + 4\sqrt{3}$. **10.** $5y - 3x + 7 = 0$. *Указание:* k и x находятся из системы

$$\begin{cases} 4k + b = 1, \\ -k + b = -2. \end{cases}$$

11. *Решение.* Прямая $y = -3$ не пересекает окружность.

Таблица 8.14. **7.** *Указание:* доказать, что O — середина отрезка O_1O_2. **8.** *Указание:* M — центр симметрии окружностей. **9.** *Указание:* доказать, что радиусы окружностей равны и O — центр симметрии.

Таблица 8.15. **5.** *Доказательство.* $\Delta ACD = \Delta BCD$, откуда $\angle ACD = \angle BCD$. Отрезок AB пересекает l в точке E. $\Delta ACE = \Delta BCE$, откуда $AE = BE$, $\angle AEC = \angle BEC = 90°$. **8.** *Указание:* доказать равенство радиусов окружностей. **11.** *Доказательство.* Так как l — ось симметрии, то $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$. Так как M — ось симметрии, то, $\angle A = \angle B$, $\angle D = \angle C$. Тогда $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$ и $ABCD$ — прямоугольник. **12.** *Указание:* Так как l — ось симметрии, то $\angle A = \angle C$ и $AD = DC$. Так как m — ось симметрии, то $\angle A = \angle B$, $\angle D = \angle C$.

Таблица 8.16. 4. Да. *Решение.* $\overline{a} = (\overline{2;\ 1})$, $\overline{b} = (\overline{2;\ 1})$. **5.** $(\overline{-3;\ 6})$. **6.** $\overline{AB}$ (8; 5), $\overline{AD}$ (8; – 5). **7.** *Доказательство.* $\overline{AB}$ (6; –2), $\overline{DC}$ (6; – 2). Так как $\overline{AB} = \overline{DC}$, то $AB = DC$ и $AB \parallel DC$ и $ABCD$ — параллелограмм. **8.** *Доказательство.* $\overline{EC} + \overline{CB} + \overline{BD} = \overline{ED}$. $\overline{EC} + \overline{BA} = \overline{EC} + \overline{CD} = \overline{ED}$. **10.** $\overline{DE} = -\frac{1}{2}\ \overline{CA}$. **11.** $\overline{PK} = \frac{1}{2}(\overline{OA} - \overline{OB})$. **12.** *Указание:* продлить медиану BM на ее длину.

Таблица 8.17. 1. $\overline{x} = \overline{a} - \frac{1}{2}\overline{b}$. **2.** $\overline{x} = \frac{1}{2}(\overline{a} - \overline{b})$. **3.** $\overline{x} = \overline{b} - \frac{1}{2}\overline{a}$. **4.** *Доказательство.* Сложив по правилу параллелограмма векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$, получим вектор $\overline{d}$ такой, что $|\overline{d}| = |\overline{b}| = |\overline{a}|$, так как параллелограмм, построенный на векторах $\overline{b}$ и $\overline{a}$ будет ромбом с тупым углом 120°, а меньшая диагональ такого ромба равна его стороне. $\overline{d}$ и $\overline{c}$ равны по модулю и противоположно направлены, поэтому $\overline{d} + \overline{c} = 0$, т.е. $\overline{a} + \overline{b} + \overline{c} = 0$. **5.** *Указание:* сложить векторы $\overline{a}$ и $\overline{c}$. **6.** 6,5. *Решение.* $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$, $\overline{AC} - \overline{DC} = \overline{AD}$, $\overline{AD} - \overline{OD} = \overline{AO}$. $|\overline{AO}| = 6{,}5$. **7.** $-\frac{1}{\sqrt{5}}$. *Указание:* $\cos \angle B = \dfrac{\overline{BA} \cdot \overline{BC}}{|\overline{BA}| \cdot |\overline{BC}|}$. **8.** 8. **9.** $\overline{AB} \cdot \overline{AC} \neq 0$. **10.** $\sqrt{19}$, $\sqrt{7}$. *Решение.* $|\overline{a} + \overline{b}| = \sqrt{(\overline{a} + \overline{b})^2} = \sqrt{\overline{a}^{\,2} + \overline{b}^{\,2} + 2\,\overline{a} \cdot \overline{b}} =$

$$= \sqrt{4 + 9 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 0{,}5} = \sqrt{19}.$$

11. $y = 9 - x$. *Решение.* $\overline{OM}$ (2; 2). Пусть точка E (x; y) лежит на прямой MP. Тогда $\overline{ME}$ (x – 4; y – 5). $\overline{ME} \cdot \overline{OM} = 0$. $2x - 8 + 2y - 10 = 0$, $y = 9 - x$. **12.** $y = 6x - 14$.

9 класс.

Таблица 9.1. 3. 10,5; 7,5. **4.** 20; 18; 16. *Указание:* $k = \dfrac{P_{A_1B_1C_1}}{P_{ABC}} = 2$. **5.** 16; 12. *Решение.* $a : b : c = x : y : 20 = 4 : 3 : 5$. $x = 4k$, $y = 3k$, $20 = 5k$, $k = 4$. $x = 16$, $y = 12$. **6.** 30; 36; 42.

Таблица 9.2. 4. $\Delta ABC \backsim \Delta CAD$ (по двум углам).
8. $\Delta ABC \backsim \Delta ADB \backsim \Delta BDC$. **9.** $\Delta MPK \backsim \Delta NEK \backsim \Delta NPO \backsim \Delta MEO$.
12. $\Delta ABC \backsim \Delta PBK \backsim \Delta FCK$. **13.** $\Delta ABC \backsim \Delta KBP \backsim \Delta MEP \backsim NEC$.

Таблица 9.3. 5. $\Delta ABC \backsim \Delta BDC$ *Доказательство.* $\angle C$ — общий, $\dfrac{CB}{CD} = \dfrac{CA}{CB} = \dfrac{4}{3}$. **9.** $\Delta ABC \backsim \Delta PBK$. *Доказательство.* $\angle B$ — общий,

$\frac{AB}{BP} = \frac{BC}{BK}$. **10.** $\Delta ACB \backsim \Delta A_1CB_1$. *Доказательство.* $\angle C$ — общий. Из ΔACA_1: $\cos\angle C = \frac{A_1C}{AC}$, из ΔBCB_1: $\cos\angle C = \frac{B_1C}{BC}$, $\frac{A_1C}{AC} = \frac{B_1C}{BC} = \cos\angle C$. $k = \cos\angle C$. **11.** $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C$, $k = \cos\angle C$. **12.** $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C$, $k = \cos\angle C$.

Таблица 9.4. 1. 60°. **3.** 90°. **4.** 140°. **6.** 160°. **9.** 55°. *Решение.* Проведем DC. $\angle DCA = \angle DBA = 35°$, $\angle ADC = 90°$. Из ΔADC: $\angle DAC = 55°$. **10.** 25°; 130°. *Решение.* Проведем BC. $\angle BCE = \angle BAE = 25°$, $\angle BCE = \angle CBE = \angle CAE = 25°$, $\angle BAC = 50°$, $\angle BEC = 130°$. **11.** 50°. **12.** 60°. *Решение.*

$$\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD.\ \angle BAC = 20°,\ \angle CAD = 40°,\ \angle BAD = 60°.$$

Таблица 9.5. 1. 50°. **3.** 70°. *Решение.* $\angle AEB = 100°$, $\angle DBE = \angle EAB = 30°$, $\angle EDB = \angle AEB - \angle DBE = 70°$. **4.** 30° **6.** 50°. **7.** $\alpha + \beta$. **8.** *Доказательство.* $\angle DAE = \angle DFE$, $\angle DKA = \angle EKF$, $\Delta DAK \backsim \Delta EFK$ (I признак), откуда $\frac{DK}{KE} = \frac{AK}{KF}$, $DK \cdot KF = AK \cdot KE$. **9.** 2. *Указание:* воспользоваться результатом задачи **8**. **11.** *Доказательство.* Проведем BC и BD. $\Delta ABD \backsim \Delta ACB$ (см. задачу **10**). $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$, $AB^2 = AC \cdot AD$. **12.** *Указание:* провести из точки P касательную к окружности и воспользоваться результатом задачи **11**.

Таблица 9.6. 1. $3\sqrt{2}$. **2.** $\sqrt{37}$. **3.** 1.

5. $\frac{a\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}$. **7.** $\frac{m\sin\gamma}{\sin(\alpha+\beta)}$. *Решение.*

Из ΔABD: $\frac{m}{\sin\beta} = \frac{AB}{\sin\gamma}$; $AB = \frac{m\sin\gamma}{\sin\beta}$.

Из ΔABC: $\frac{x}{\sin\beta} = \frac{AB}{\sin(\alpha+\beta)}$;

$$x = \frac{m\sin\beta\sin\gamma}{\sin\beta\sin(\alpha+\beta)} = \frac{m\sin\gamma}{\sin(\alpha+\beta)}.$$

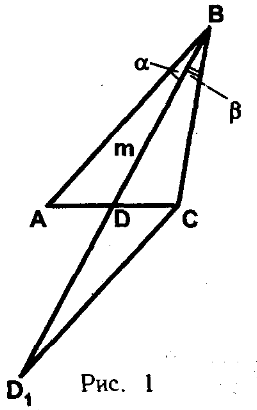


Рис. 1

8. $\frac{b\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta\sin\gamma}$. *Указание:* найти AB из ΔABC, затем рассмотреть ΔABD. **9.** 12. *Решение.* Из ΔABC:

$$\cos\angle A = \frac{13^2 + 14^2 - 15^2}{2\cdot 13\cdot 14} = \frac{5}{13} \cdot \sin\angle A = \frac{12}{13}.$$

Из ΔABD: $BD = AB\sin\angle A = 12$. **10.** 1 и 3. *Решение.* $x^2 + 16 - 2\cdot 4\cdot x\cdot \frac{1}{2} = 13$. $x^2 - 4x + 3 = 0$, $x = 1$, $x = 3$. Для обоих случаев неравенство треугольника выполняется.

$$\textbf{11.}\quad 2m\sqrt{1 + \frac{2\sin^2\alpha}{\sin^2(\alpha+\beta)} - \frac{4\sin\alpha\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)}}.$$

Решение. Продлим медиану BD на ее длину (рис. 1). Рассмотрим ΔBCD_1. Из ΔBCD_1: $BC = \frac{2m\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$. Из ΔDBC:

$$DC = \sqrt{m^2 + \frac{2m^2\sin^2\alpha}{\sin^2(\alpha+\beta)} - \frac{4m^2\sin\alpha\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)}}.$$

$$AC = 2m\sqrt{1 + \frac{2\sin^2\alpha}{\sin^2(\alpha+\beta)} - \frac{4\sin\alpha\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)}}.$$

12. 15° или 105°. *Решение.* Из ΔABC: $\frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{AB}{\sin\angle C}$; $\frac{6\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{12}{\sin\angle C}$; $\sin\angle C = \frac{1}{\sqrt{2}}$; 1) $\angle C = 45^\circ$ 2) $\angle C = 135^\circ$; 1) $x = 105^\circ$, 2) $x = 15^\circ$.

Таблица 9.7. 1. $\frac{a\cos\gamma\,\mathrm{tg}\,\varphi}{\cos\alpha\sin\beta}$. $\frac{a\cos\gamma}{\cos\alpha\sin\beta\cos\varphi}$. *Решение.* Из ΔABC: $AB = \frac{a}{\cos\alpha}$; из ΔABD: $AD = \frac{a}{\cos\alpha\sin\beta}$; из ΔADE: $AE = \frac{a\cos\gamma}{\cos\alpha\sin\beta}$. Из ΔAFE:

$$x = \frac{a\cos\gamma\,\mathrm{tg}\,\varphi}{\cos\alpha\sin\beta},\quad y = \frac{a\cos\gamma}{\cos\alpha\sin\beta\cos\varphi}.$$

2. $\frac{b\cos\beta\sin\gamma}{\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi}$, $\frac{b\cos\beta\sin\gamma}{\mathrm{tg}\,\alpha\sin\varphi}$. **3.** $\sqrt{AC^2 + b^2 - 2AC\cdot b\cdot\cos\beta}$, где $AC = \frac{a}{\sin\alpha}$. **4.** $\cos x = \frac{b^2 + c^2 - a^2\,\mathrm{ctg}^2\,\alpha}{2bc}$. **5.** $\frac{b\sin\gamma}{\cos\alpha\sin\beta}$.

6. $\sin x = \frac{c\sin\beta\sin\alpha}{a}$ (возможны два значения угла).

7. $\frac{m\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$. **8.** $x = \frac{BD}{\sin\gamma}\sin(\beta+\gamma)$, $BD = \sqrt{b^2 + d^2 - 2bd\cos\alpha}$.

9. $\sin x = \frac{\sin\gamma}{BC}\cdot BD$, где $BD = \frac{b\sin\alpha}{\sin\beta}$, $BC = \sqrt{BD^2 + a^2 - 2BD\,a\cos\alpha}$.

10. $\sqrt{AD^2 + DC^2 + 2AD\cdot DC\sin(\gamma-\beta)}$, где $AD = d\,\mathrm{tg}\,\beta$;

$DC = \dfrac{BD \sin(\alpha + \gamma)}{\sin\alpha}$. **11.** $x = \sqrt{MB^2 + BC^2}$, $\operatorname{tg} y = \dfrac{BC}{MB}$, где

$MB = \dfrac{m \sin\alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$; $BC = \sqrt{b^2 + m^2 - 2bm\cos(\alpha + \gamma)}$.

12. $\cos x = \dfrac{CD^2 + a^2 - BD^2}{2 \cdot BC \cdot CD}$, где $BD = \dfrac{c \sin(\beta + \gamma)}{\sin\gamma}$,

$$DC = \sqrt{b^2 + \left(\frac{c \sin\beta}{\sin\gamma}\right)^2 - \frac{2bc \sin\beta \sin\alpha}{\sin\gamma}}.$$

Таблица 9.8. 1. 18. *Решение.* $n = \dfrac{360^\circ}{20^\circ} = 18$. **2.** 12. *Решение.* $180^\circ(n-2) = 150^\circ n$, $n = 12$. **3.** 9. *Решение. Первый способ:* $\angle ABC = 140^\circ$, далее как в задаче **2**. *Второй способ:* так как сумма внешних углов выпуклого многоугольника 360°, то $n = 360^\circ : 40^\circ = 9$. **4.** 10. **5.** $r = \dfrac{a}{2}\operatorname{ctg}\dfrac{180^\circ}{n}$, $R = \dfrac{a}{2\sin\dfrac{180^\circ}{n}}$. **8.** $R = a$, $r = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = R\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Таблица 9.9. 3. 16. *Указание:* $AC = DC\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$. **7.** 27. *Решение.* Проведем $BD \perp AC$. Из ΔAOD: $OD = 4$, $BD = BO + OD = 9$. $S_{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9 = 27$. **8.** 30. *Решение.* Для ΔABC ($\angle C = 90^\circ$)

$$r = \frac{a + b - c}{2} = \frac{a + b + c}{2} - c = p - c,\ p = c + r.$$

$p = 13 + 2 = 15$. $S = p \cdot r = 15 \cdot 2 = 30$. **9.** $27 + {} + 18\sqrt{3}$. *Решение.* Проведем $OE \perp AC$. Из ΔAOE: $AE = 3\sqrt{3}$. $AC = 3\sqrt{3} + 3$. Из ΔABC: $AB = 2(3\sqrt{3} + 3)$.

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2(3 + 3\sqrt{3}) \cdot (3 + 3\sqrt{3}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}(1 + \sqrt{3})^2 = 9\sqrt{3}(2 + \sqrt{3}).$$

10. 294. *Решение.* $AC : CB = AD : DB = 3 : 4$. Пусть $AC = 3x$, $BC = 4x$. $(3x)^2 + (4x)^2 = 35^2$, $5x = 35$, $x = 7$. $AC = 21$, $BC = 28$. $S = \dfrac{1}{2} \cdot 21 \cdot 28 = 294$.

11. 336. *Решение.* $AM = AD = 12$, $CK = CD = 14$,

$$BK = BM = (84 - (2 \cdot 12 + 2 \cdot 14)) : 2 = 16.$$

$$AB = 28,\ BC = 30,\ AC = 26,\ S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 336$$

12. 3000. *Решение.* Из ΔBCD ($DC = 8x$, $\angle D = 90^\circ$) $BD = 15x$.

$$P_{ABC} = 25x.\ S_{ABC} = 25x \cdot 24 = \frac{1}{2} \cdot 16x \cdot 15x,\ x = 5,\ S = 600 \cdot 5 = 3000.$$

Таблица 9.10. 3. 78. *Решение.* Из ΔABC $BE = \sqrt{4 \cdot 9} = 6$. $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 13 = 39$, $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 78$. **4.** 120. *Решение.* Пусть $AE = FC = x$. Из ΔABC: $x(16 + x) = 36$, $x = 2$. $AC = =20$, $S_{ABC} = 60$, $S_{ABCD} = 120$. **7.** $20\sqrt{3}$. *Решение.* Из ΔABE: $AE = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4$. Из ΔBDE: $DE = 1$, $AD = 5$, $S_{ABCD} = 5 \cdot 4\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$ **8.** $12\sqrt{2}$. *Решение.* $S_{COD} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \sin 45° = 3\sqrt{2}$. $S_{ABCD} = 4S_{COD} = 12\sqrt{2}$. **11.** 1404. *Решение.* $AB : AF = BE : EF = 13 : 5$. $AB = 13x$, $AF = 5x$. Из ΔABF:

$$BF = 12x = 36,\ x = 3.\ AD = AB = 39,\ S = 39 \cdot 36 = 1404$$

12. 320. *Решение.* Из ΔBOC: $4x^2 = 64$, $x = 4$, $BC = 20$, $S = 2 \cdot 8 \cdot 20 = 320$.

Таблица 9.11. 3. 25. *Решение.* Проведем $CK \parallel AB$. $DF = FK = 2$. $DK = 4$, $AD = 7$. $S = \frac{3 + 7}{2} \cdot 5 = 25$. **4.** $25\sqrt{3}$. *Указание:* $AE = \frac{1}{2}(AD + BC)$. **5.** 625. *Указание:* $h = \frac{1}{2}(AD + BC)$. **6.** 192. *Решение.* Проведем $CE \perp AD$. $AE = \frac{1}{2} \cdot (25 + 7) = 16$. Из ΔACE:

$$CE = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12.\ S = 12 \cdot 16 = 192.$$

7. 144. **8.** $120\sqrt{3}$. *Решение.* Из ΔACD: $AD = 12\sqrt{3}$, $AC = 24$. Проведем $BE \perp AC$. $AE = EC = 12$. Из ΔBEC: $BC = \frac{12 \cdot 2}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$. $S_{ABCD} = \frac{8\sqrt{3} + 12\sqrt{3}}{2} \cdot 12 = 120\sqrt{3}$. **9.** 3630. *Решение.* Из ΔCOD ($\angle COD = 90°$): $OE = r = \sqrt{25 \cdot 36} = 30$, $AB = 2r = 60$.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD) \cdot AB = \frac{1}{2}(60 + 61) \cdot 60 = 3630$$

10. $65\frac{1}{3}$. **11.** 468. *Решение.* Проведем $CE \parallel AB$. $CE = 25$, $ED = 17$. $S_{CED} = 204$. $h = \frac{2S_{CED}}{ED} = \frac{2 \cdot 204}{17} = 24$. $S_{ABCD} = \frac{11 + 28}{2} \cdot 24 = 468$ **12.** 42. *Указание:* провести $CE \parallel BD$. Найти S_{ACE}.

Таблица 9.12. 2. 6:5. **5.** 11:4. *Решение.*

$$S_1 : S_2 = (S_1 + S_2 - S_2) : S_2 = \frac{9 \cdot 5 - 4 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{33}{12} = \frac{11}{4}.$$

8. 5:4. *Решение.* $S_1 : S_2 = BK : KD = S_3 : S_4 = 5 : 4$. **9.** 2:7. **10.** 1:3. **12.** 1. *Решение.* $S_{ABE} = S_{ABD} - S_{AED} = S_{ACD} - S_{AED} = S_{CDE}$.

Таблица 9.13. **5.** $\frac{S}{2}$. *Решение.*

$$S_{\Delta ABE} = \frac{1}{2} AB \cdot h_{AB} = \frac{1}{2} S_{ABCD},\quad S = \frac{1}{2} S_{ABCD},\quad S_{BCE} = S_{AED} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{2} S.$$

7. $2S$. **8.** $2S$. **9.** $S_1 + S_2$. *Решение.* Проведем EF. $S_{PEF} = S_{PBC} = S_1$, $S_{FKE} = S_{AKD} = S_2$ (см. задачу **12** таблица **9.12**). $S_{PEKF} = S_1 + S_2$. **10.** $2S$. *Решение.* Проведем MP. $MBCP$ и $MADP$ — параллелограммы. $S_{MBCP} = 2S_{MKP}$, $S_{MADP} = 2S_{MEP}$, $S_{ABCD} = 2\,(S_{MEP} + S_{MKP}) = 2S$. **11.** $S_1 + S_2$. **12.** $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ *Указание:* провести MP, рассмотреть параллелограммы $MBCP$ и $MADP$.

Таблица 9.14. **2.** 60π. **4.** 24π. **5.** $\left(\frac{3\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right) R^2$. *Решение.*

$S_{\Delta OPE} = \frac{R^2\sqrt{2}}{4}$. $S_x = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot 135^\circ - S_{\Delta OPE} = R^2\left(\frac{3\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$. **6.** $\frac{R^2}{2}\left(\frac{5}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **8.** $300 - 13\pi$. *Решение.* $S_{O_1O_2O_3O_4} = 15 \cdot 20 = 300$. $S = 300 - 4\pi - 9\pi = 300 - 13\pi$. **10.** $12{,}5\,\pi$. **11.** $16 - 4\pi$. *Решение.*

$$S_{O_1O_2O_3O_4} = 4^2 = 16.\quad S_{MNPK} = 16 - 4\pi.$$

12. $16\sqrt{3} - 8\pi$. *Решение.* $S_{O_1O_2O_3} = \frac{8^2\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$.

$$S_{MNK} = 16\sqrt{3} - 0{,}5 \cdot \pi \cdot 4^2 = 16\sqrt{3} - 8\pi.$$

Список использованной литературы

1. *Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И.* Геометрия для 8–9 классов. — М.: Просвещение, 1991. — 415 с.

2. Геометрия: Учеб. для 7–9 кл. сред. шк. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Поздняк, И.И. Юдина — 3-е изд. — М.: Просвещение, 1992. — 335 с.

3. *Гольдман А.М., Звавич Л.И.* Учебные серии на уроках математики. // Математика в школе. — 1990. — № 5. — с. 19–22.

4. *Грицаєнко М.П.* Усні вправи з математики для 8–10 класів: Метод. посібник. — К.: Рад. шк., 1984. — 152 с.

5. *Грицаєнко М.П.* Усні вправи з математики для 4–8 класів: Посібник для вчителя. — К.: Рад. шк., 1988. — 158 с.

6. Задания по математике для экзамена за курс средней школы. / Сост. Литвиненко Г.Н., Собко М.С. — К.: Рад. шк., 1991. — 80 с.

7. *Зив Б.Г., Мейлер В.М., Баханский А.Г.* Задачи по геометрии для 7–11 классов. — М.: Просвещение, 1991. — 171 с.

8. *Иржавцева В.П., Федченко Л.Я.* Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: Пособие для учителя / Под ред. Н.Л. Калашинского. — К.: Рад. шк., 1989. — 208 с.

9. *Матюшко І.С., Собко М.С.* Завдання з геометрії для 7 класу. — К.: Рад. шк., 1988. — 112 с.

10. *Погорелов А.В.* Геометрия: Учеб. для 7–11 кл. сред. шк. — М.: Просвещение, 1990. — 384 с.

11. *Рабинович Е.М.* Равновеликие треугольники в задачах. // Математика в школе. — 1993. — № 6. — с. 63–65.

12. *Рабинович Е.М.* Сборник задач по планиметрии на готовых чертежах. — К.: 1996. — 56 с.

13. *Раухман А.С., Сень Я.Г.* Усні вправи з геометрії для 7–11 класів. Посібник для вчителя. — К.: Рад. шк., 1989. — 160 с.

14. *Рогановский Н.М.* Поисковые задачи по геометрии // Математика в школе. — 1990. — № 5. — с. 22–26.

15. *Саврасова С.М., Ястребинецкий Г.А.* Упражнения по планиметрии на готовых чертежах: Пособие для учителя. — М.: Просвещение, 1987. — 112 с.

16. *Харитонов Б.Ф.* Методика повторения приемов и методов решения геометрических задач. // Математика в школе. — 1990. — № 4. — с. 36–38.